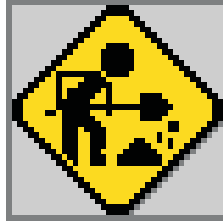


DRAFT COPY
Printed 28 marzo 2008



versione provvisoria - lavori in corso

Meccanica degli Azionamenti

Vol. 1 - Azionamenti Elettrici

G. Legnani, M. Tiboni, R. Adamini, D. Tosi

Con la collaborazione di

G. Incerti

Cap. 10 Lettura di cataloghi di motori e di convertitori

Cap. 11 Esempi di verifica e di dimensionamento

i riferimenti sono relativi all'ultima edizione del testo a stampa (aprile 2008)

<http://bsing.ing.unibs.it/~legnani>

<http://applmech.ing.unibs.it>

REALIZZATO PRESSO
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA
BRESCIA, ITALIA

© Copyright G. Legnani, M. Tiboni, R. Adamini, D. Tosi

Con la collaborazione di

G. Incerti, 2008

Indice

Prefazione ai capitoli 10 e 11	v
Copyright	vii
10 Lettura di cataloghi di motori e di convertitori	401
10.1 Introduzione	401
10.2 Convertitori per motori sincroni a commutazione elettronica (<i>“brushless”</i>) .	403
10.2.1 Descrizione generale	403
10.2.2 Scelta della taglia	404
10.3 Convertitori per motori Corrente Continua a Magneti Permanenti	407
10.3.1 Descrizione generale	407
10.3.2 Scelta della taglia	407
10.4 Convertitori per motori asincroni (<i>“inverter”</i>)	410
10.4.1 Descrizione generale	410
10.4.2 Scelta della taglia	411
10.5 Convertitori per motori passo	414
10.6 Motori a corrente continua	416
10.7 Motori asincroni	422
10.8 Motori sincroni a commutazione elettronica (<i>“brushless”</i>)	429
10.9 Motori passo-passo	433
10.10 Motori lineari <i>“brushless”</i>	435
11 Esempi di verifica e dimensionamento	437
11.1 Indice ragionato	437
11.2 Motori asincroni	439
11.2.1 Motore asincrono: parametri principali, regolazione	439
11.2.2 Carico costante a velocità regolabile	440
11.2.3 Argano di sollevamento	443
11.2.4 Nastro trasportatore a velocità costante	445
11.2.5 Nastro trasportatore a velocità variabile	448
11.2.6 Macchina a regime periodico	452
11.3 Motori corrente continua	455
11.3.1 Esercizio 1	455
11.3.2 Determinazione campo operativo intermittente	457
11.3.3 Motore c.c.: studio di un transitorio	459
11.3.4 Motore c.c.: studio di un transitorio	465
11.3.5 Motore c.c.: campi operativi, transitorio	467

11.4	Motori c.c. serie	470
11.4.1	Motore c.c. eccitazione serie	470
11.5	Motori sincroni a commutazione elettronica (<i>“brushless”</i>)	472
11.5.1	Verifica carico termico 1	472
11.5.2	Verifica carico termico 2	474
11.5.3	Verifica del motore (velocità massima, coppia di picco e termica)	475
11.5.4	Scelta del gruppo motore e riduttore 1	478
11.5.5	Scelta del gruppo motore e riduttore 2	482
11.5.6	Scelta motore <i>“brushless”</i> e riduttore per braccio rotante per alimentazione di una pressa	486
11.6	Motori <i>“brushless”</i> lineari	492
11.6.1	Verifica motore e scelta raffreddamento	492
11.7	Motori passo	494
11.7.1	Verifica di avviamento	494
11.7.2	Inerzia massima in avviamento	496
11.7.3	Determinazione curva di <i>“pull-in”</i>	497
11.8	Macchine e impianti complessi	498
11.8.1	Impianto di sollevamento idraulico	498
11.8.2	Dinamica di un tram	501
11.8.3	Dinamica di un ascensore	508
11.8.4	Macchina a regime periodico	524
11.9	Servomeccanismi	533
11.9.1	Servomeccanismo brushless in controllo di posizione	533
11.9.2	Servomeccanismo c.c. con controllo di posizione	543
11.9.3	Servomeccanismo c.c. con controllo di velocità	549

Prefazione ai capitoli 10 e 11

I capitoli che seguono sono il completamento del libro:

G.Legnani, M. Tiboni, R. Adamini, D. Tosi

Meccanica degli Azionamenti
Vol. 1 - Azionamenti Elettrici

Aprile 2008

Editrice Esculapio Bologna

www.editrice-esculapio.it

In questo testo si trova tutta la parte di teoria necessaria a comprendere il contenuto dei capitoli che seguono.

Questi capitoli non sono riportati nell'edizione a stampa, ma pubblicati in internet, per contenere i costi di pubblicazione e per consentire un agevole aggiornamento periodico.

I lettori sono invitati pertanto ad inviare commenti, segnalazioni di errori e a consultare i siti

<http://bsing.ing.unibs.it/~legnani>

<http://applmech.ing.unibs.it>

per verificare l'eventuale presenza di aggiornamenti.

Gli autori:

G. Legnani M. Tiboni R. Adamini D. Tosi
glegnani@ing.unibs.it mtiboni@ing.unibs.it adamini@ing.unibs.it tosi@ing.unibs.it

Fax: 030 3702 448

Copyright

© G. Legnani, M. Tiboni, R. Adamini, G. Incerti, D. Tosi

Tutti i diritti sono detenuti dagli autori.

La diffusione del contenuto dei capitoli 10 e 11 è destinato a coloro che hanno acquistato il libro a stampa contenente i restanti capitolo.

E' permessa inoltre la copia dei capitoli 10 e 11 per uso strettamente personale. Ogni altro utilizzo è vietato senza l'autorizzazione scritta degli autori.

In ogni caso ogni copia, anche parziale, effettuata con qualsiasi mezzo deve contenere questo avviso di copyright in forma integrale.

Capitolo 10

Lettura di cataloghi di motori e di convertitori

10.1 Introduzione

In questo paragrafo vengono descritti i dati reperibili nei cataloghi di costruttori di convertitori e motori. Le informazioni disponibili vengono discusse per illustrare come esse possano essere utilizzate per la scelta e/o la verifica dei componenti da inserire in una macchina o impianto.

I dati presenti ed il formato con il quale sono presentati dipende dal costruttore e pertanto, nella discussione seguente, si fa riferimento a situazioni tipiche.

Spesso nei cataloghi i motori sono elencati per taglia crescente ed a ciascuno di essi è assegnata una sigla che lo contraddistingue. Le regole di denominazione sono specifiche per ogni fabbricante, ma ci sono alcune abitudini frequenti. Ad esempio un numero indica spesso l'altezza d'asse A (vedi figura) ed una lettera è indicativa la lunghezza L della carcassa. Nei motori asincroni e nei brushless una lettera o un numero indicano spesso il numero dei poli. Nei motori a corrente continua o nei brushless un numero può indicare la velocità nominale o la tensione d'alimentazione.

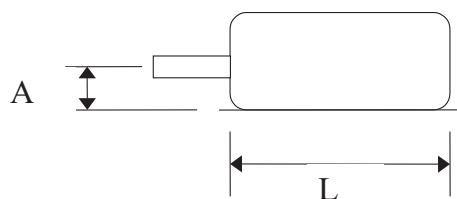


Figura 10.1: Altezza d'asse A e lunghezza L di un motore.

Per quanto riguarda i motori il valore di alcuni parametri può dipendere da diversi fattori (tra cui la temperatura) e quindi i dati sono indicativi, con percentuale di approssimazione che può essere del 5÷10%.

Oltre i dati che qui vengono discussi e che servono per la selezione dei motori sono sovente presenti altri dati relativi a caratteristiche geometriche (forma costruttiva, dimensioni fisiche) o meccaniche (ad es. forze radiali e tangenziali massime sull'albero) sopportabili.

Nella denominazione dei convertitori sono contenuti spesso i valori di corrente continua e di picco.

Nota 1: per quanto riguarda la simbologia e la terminologia utilizzate in questo capitolo, quando non diversamente specificato, occorre fare riferimento alle definizioni già date nei capitoli precedenti (in particolare quello sul comportamento termico e quello sul principio di funzionamento dei diversi motori).

Nota 2: i pedici “dc” e “rms”, talvolta aggiunti alle unità di misura dei dati contenuti nelle tabelle, indicano che ci si riferisce rispettivamente a valori istantanei in corrente continua (Direct Current) o efficaci (Root Mean Square, cioè è quadratici medi).

Nota 3: le velocità sono spesso, ma non sempre, indicate con ω quando sono espresse in rad/s e con N quando sono in giri/min (talvolta indicati anche con RPM, Revolutions Per Minute). La potenza è usualmente espressa in kW anche se per i motori asincroni si usano talvolta ancora i CV (1 CV \simeq 0.7355 kW) o gli HP (1 HP \simeq 0.7467 kW).

Nota 4: le tabelle numeriche accluse hanno l'unico scopo di indicare dati approssimativi di ipotetici motori e/o convertitori.

10.2 Convertitori per motori sincroni a commutazione elettronica (“brushless”)

10.2.1 Descrizione generale

Questo paragrafo descrive i dati presenti in un tipico catalogo di convertitori per motori brushless sinusoidali.

La discussione che segue fa riferimento ai dati riportati nelle tabelle 10.1 a pagina 405, 10.2 a pagina 406, 10.3 a pagina 406 e 10.4 a pagina 406.

Si tratta di convertitori digitali con le usuali prestazioni di questo tipo di dispositivi e adatti per comandare motori brushless provvisti di resolver per la retroazione di posizione. I dati del resolver vengono utilizzati dal convertitore anche per dedurre la velocità del motore. Questo convertitore permette di comandare i motori in coppia, velocità o come posizionatore.

Questi convertitori sono normalmente impiegati per gli usuali motori rotativi, ma potrebbero essere utilizzati anche per motori lineari se i segnali del loro trasduttore di posizione fossero compatibili con quelli di un resolver.

Oltre ad una descrizione generale della famiglia di convertitori, alcune caratteristiche sono presentate in tabelle. Nel nostro caso ne abbiamo quattro. La prima (tabella 10.1) descrive le caratteristiche principali delle serie di convertitori disponibili, mentre le altre riportano i dati specifici di ogni modello (tabelle 10.2, 10.3 e 10.4).

I convertitori delle serie A e B funzionano alimentati da rete trifase 230V ed è richiesto un trasformatore per collegarli alla più usuale rete a 400V, mentre quelli della serie C funzionano direttamente a 400V. Il range della frequenza di rete ammissibile è tale da poter funzionare sia in Europa (rete a 50Hz) che in altri stati (rete a 60Hz).

Analizzando i dati disponibili vediamo che l’azionamento può essere comandato in coppia o in velocità sono infatti forniti i dati delle caratteristiche elettriche del segnale in ingresso (riferimento analogico ± 10 volt) per entrambe le modalità.

Il segnale di frequenza può servire ad esempio per generare assi elettrici.

A parte è specificato che possono essere forniti anche riferimenti digitali e che possono venire memorizzate nel convertitore stesso alcune posizioni da far raggiungere al motore in modo da realizzare semplici cicli di posizionamento (2 quote, 4 tempi di rampa) senza richiedere costosa elettronica esterna.

Elaborando i segnali del resolver, il convertitore fornisce in uscita un segnale analogico proporzionale alla velocità nel range tipico $\pm 10V$ più un uscita digitale *pseudo-encoder* (detta anche encoder simulato) con risoluzione selezionabile tra 64 e 4096 passi al giro.

Inoltre un circuito interno di monitoraggio della corrente assorbita dal motore fornisce un segnale ad essa proporzionale; conoscendo la costante K_t è quindi possibile risalire alla coppia erogata dal motore. Questi segnali possono venire utilizzati per realizzare sistemi retroazionati sotto controllo esterno (controllore numerico, PLC,...).

La frequenza massima della tensione (e corrente trifase) di uscita (400 Hz) generabile per alimentare il motore permette di calcolare la velocità massima raggiungibile da motori collegati a questo convertitore. Questo valore di frequenza non va confuso con la frequenza di chopper (PWM) il cui significato è descritto nell’apposito paragrafo (capitolo §6.4.4). Ad esempio nel caso di motori con 3 paia di poli otteniamo $N_{max}=400 \cdot 60/3=8000$ giri/minuto. Altri limiti di velocità potrebbero venire dalla tensione massima del bus.

La presenza di dati relativi alla resistenza di frenatura ci fa capire che non è previsto recupero di potenza in rete. Si può anche vedere che la resistenza di frenatura è chiaramente sottodimensionata rispetto alla potenza del convertitore. Questo è normale in quanto si prevede che il motore funzioni da generatore solo per brevissimi intervalli. In caso di cicli con significativo recupero di energia è necessario aumentare la potenza della resistenza seguendo i criteri illustrati nell'apposito paragrafo (§6.5.2) oppure optare per convertitori di tipo differente che recuperino in rete.

A titolo di esempio consideriamo il convertitore A03. Il bus ha una tensione nominale di 310V, ma la resistenza di frenatura viene inserita se la tensione sale fino a 380V. In caso la tensione superi i 410V scatta un allarme che spegne il convertitore. La corrente massima di frenatura è 5A mentre quella continuativa è 2.5A cui corrispondono una potenza massima di frenatura di $380 \cdot 5 = 1900\text{W}$ ed una continuativa di $380 \cdot 2.5 = 950\text{W}$ mentre la potenza nominale erogabile dal convertitore al motore è $\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 3.5 = 1300\text{W}$. La potenza della resistenza standard è di soli 100W e quindi è in grado di assorbire picchi di potenza di un kilowatt, ma solo per periodi limitati.

Altri dati come il valore della banda passante servono per verificare le prestazioni dinamiche in termini di capacità di inseguimento di riferimenti di velocità o coppia velocemente variabili nel tempo.

I cataloghi contengono spesso la descrizione di una serie di segnali di ingresso e di uscita sui quali non c'è spazio per dilungarsi, che servono a ottimizzare il comportamento del sistema (guadagni regolazione, tarature offset di velocità, limiti di velocità, accelerazione, corrente, ...) , a gestire guasti e protezioni (sovratemperature, sovracorrenti e tensioni, componentistica guasta, ...), fincorsa software, connessione con altri dispositivi, nonché l'abilitazione e la disabilitazione del convertitore quando necessario per cause di servizio o per esigenza di sicurezza.

Alcuni parametri di taratura possono essere specificati tramite un apposito tastierino oppure scaricati da computer utilizzando una linea seriale RS485.

Saranno spesso disponibili moduli opzionali per potenziare la frenatura, resistenze limitatrici per limitare la corrente di picco all'accensione, schede di collegamento per PC, filtri antidisturbi, ecc.

10.2.2 Scelta della taglia

Il primo dato da considerare per scegliere il convertitore da connettere ad un particolare motore è quella della tensione nominale d'uscita che ci permette di scegliere la serie di convertitori. Nel nostro caso quelli della serie A e B sono relativi alla tensione trifase efficace di 220V mentre quelli della serie C sono previsti per uscita a 400V ($380 \div 415$).

Individuata la serie, occorre selezionare la taglia del convertitore sulla base della corrente. Occorre verificare sia il valore di corrente nominale che quello di picco. Il valore di corrente di picco è tipicamente il doppio di quello nominale.

Occorre selezionare un convertitore la cui corrente di picco sia superiore alla coppia di picco del motore fratto la sua costante di coppia ($I_{max} \geq C_{max}/K_t$). Per la corrente nominale (cioè continuativa) occorre fare riferimento alla coppia quadratica media ($I_n \geq C_{rms}/K_t$). Tuttavia questi controlli potrebbero non essere sufficienti nel caso di cicli ripetuti che durino più di pochissimi secondi senza adeguato tempo di riposo. Infatti si ricorda che il criterio della coppia quadratica media vale solo nel caso che il ciclo sia di durata limitata rispetto alla costante termica che può valere molti minuti nei motori ma solo pochi secondi

nei convertitori. La corrente di picco può nel nostro caso essere mantenuta per soli 2 secondi. In base a quanto descritto nel paragrafo `repar:sovraccarico-motore-convertitore`, possiamo stimare che la costante di tempo del convertitore sia circa 6.9 secondi. Si era dimostrato infatti che vale:

$$\tau \simeq \frac{-T_{max}}{\ln\left(\frac{I_{max}^2 - I_n^2}{I_{max}^2}\right)}$$

quindi un picco di corrente che duri più di pochissimi secondi deve essere considerato continuativo. Un convertitore sarà sicuramente adatto se risulta $I_n \geq C_{max}/K_t$; tuttavia una scelta di questo tipo potrebbe portare a scegliere un convertitore esageratamente costoso.

Come ultimo passo occorre verificare se è richiesto un potenziamento della resistenza di frenatura.

Caratteristiche generali	serie A e B	Serie C
Tensione di alimentazione [Vrms]	3×220 (180÷240)	3×380 (340÷415)
Frequenza di alimentazione [Hz]	45÷65	45÷65
Tensione nominale del bus [Vdc]	310	540
Tensione d’uscita [Vrms]	3×(150÷200)	3×(310÷400)
Intervento frenatura [Vdc]	380	720
Protezione sovratensione [Vdc]	410	800
Frequenza d’uscita [Hz]	0÷400	0÷400
Frequenza di chopper (PWM) [kHz]	7.8	7.8
Riferimento di velocità [Vdc]	±10	±10
Riferimento di coppia [Vdc]	±10	±10
Massimo riferimento in frequenza [kHz]	300	300
Uscita segnale in velocità [Vdc]	±10(±2%, 2mA max)	±10(±2%, 2mA max)
Uscita segnale di corrente [Vdc]	±5(±2%, 2mA max)	±5(±2%, 2mA max)
Banda anello di velocità [Hz]	> 80 (misura di fase)	> 80 (misura di fase)
Banda anello di corrente (coppia) [kHz]	2	2
Rapporto regolazione velocità	1÷10000	1÷10000
Uscita pseudo encoder	64÷4096 step giro	64÷4096 step giro
Canali	A - \bar{A} , B - \bar{B} , Z - \bar{Z}	A - \bar{A} , B - \bar{B} , Z - \bar{Z}
Standard	5v TTL	5v TTL
Temperatura di esercizio	0÷45	0÷45

Tabella 10.1: Dati generali di tre famiglie di convertitori per motori brushless.

Convertitori Serie A 220 Vrms	A03	A07	A10	A13
Corrente nominale I_n [Arms]	3.5	7	10	12.5
Corrente massima I_{max} (per 2 secondi) [Arms]	7	14	20	25
Corrente picco di frenatura (Tmax=300ms) [A _{dc}]	5	10	10	12.5
Corrente continuativa di frenatura [A _{dc}]	2.5	5	5	6
Valori minimi della $[\Omega]$ resistenza di frenatura [W]	82 100	47 100	47 100	39 100
Peso [kg]	3	3	3.5	3.8

Tabella 10.2: Dati della prima famiglia di convertitori per motori brushless (serie A).

Convertitori Serie B 220 Vrms	B06	B10	B15	B20	B30	B40	B60
Corrente nominale I_n [Arms]	6	10	15	20	30	40	60
Corrente massima I_{max} (per 2 secondi) [Arms]	12	20	30	40	60	80	120
Corrente picco di frenatura (Tmax=300ms) [A _{dc}]	15	15	23	23	38	38	50
Corrente continuativa di frenatura [A _{dc}]	2	3	5	5	8	10	15
Valori minimi della $[\Omega]$ resistenza di frenatura [W]	27 100	27 100	15 200	15 200	10 300	10 300	7.5 600
Peso [kg]	5	5.5	7	7.4	9.3	9.5	3.8

Tabella 10.3: Dati della seconda famiglia di convertitori per motori brushless (serie B).

Convertitori Serie C 380/415 Vrms	C03	C07	C15	C22	C28	C37	C47
Corrente nominale I_n [Arms]	3.5	7	15	22	28	37	47
Corrente massima I_{max} (per 2 secondi) [Arms]	7	14	30	44	56	74	94
Corrente picco di frenatura (Tmax=300ms) [A _{dc}]	9	9	18	22	22	40	40
Corrente continuativa di frenatura [A _{dc}]	2	3	5	7	7	10	10
Valori minimi della $[\Omega]$ resistenza di frenatura [W]	82 100	82 100	41 200	30 400	30 400	20 600	20 600
Peso [kg]	5	5.5	7	9.3	9.5	12	13

Tabella 10.4: Dati della terza famiglia di convertitori per motori brushless (serie C).

10.3 Convertitori per motori Corrente Continua a Magneti Permanenti

10.3.1 Descrizione generale

Questo paragrafo descrive i dati presenti in un tipico catalogo di convertitori per motori a corrente continua a magneti permanenti, ma tali dati possono essere usati anche per motori a eccitazione separata, se essa è fornita per altra via e non serve regolazione di campo.

La descrizione fa riferimento ai dati delle tabelle 10.5 a pagina 408, 10.6 a pagina 409 e 10.7 a pagina 409.

Si tratta di convertitori che permettono il controllo di motori c.c. in coppia, oppure in velocità se si utilizza una dinamo tachimetrica. E' previsto il funzionamento nei 4 quadranti.

La tensione di alimentazione ridotta rispetto a quelle di rete 3f/230V/400V, indica che è necessario utilizzare sempre un trasformatore di alimentazione. La frequenza ammessa consente l'utilizzo in Europa (50 Hz) e in paesi extraeuropei (60 Hz).

E' garantita una tensione di bus minima di 130, 190 o 200V secondo la famiglia di convertitori e tale valore, insieme a quello della costante di tensione K_e del motore, permette di calcolare la velocità massima ottenibile ($\omega_{max} = V/K_e$).

La resistenza di frenatura viene inserita se la tensione supera rispettivamente i valori di 173, 268 o 320V. La presenza di questo dato fa capire che si tratta di convertitore con frenatura resistiva, anche se non vengono forniti dati relativi ad essa. In caso di cicli con consistenti recuperi di energia sarà necessario discutere il problema con il costruttore dei convertitori.

La velocità richiesta al motore, o la coppia, possono essere specificate tramite un segnale analogico nel range tipico $\pm 10V$. Il convertitore fornisce in uscita due segnali analogici proporzionali alla corrente (e quindi la coppia) e alla velocità reali del motore utilizzabili per un monitoraggio del comportamento del motore.

In caso di utilizzo della dinamo tachimetrica per la retroazione di velocità essa non deve mai fornire una tensione superiore ai 100V.

E' possibile impostare dei valori di rampa variabili nel range 0.01÷2s al fine di limitare le accelerazioni nei cambi di velocità.

Il valore di induttanza minimo è quello che deve possedere un motore per poter essere controllato bene con questo convertitore basato su tecnica PWM. Qualora il motore abbia un valore inferiore, sarà necessario aggiungere un'induttanza in serie al motore.

10.3.2 Scelta della taglia

Il primo dato da considerare per scegliere un azionamento da connettere ad un particolare motore è quella della tensione nominale d'uscita che in unione alla costante di tensione del motore permette di verificare la possibilità di raggiungere le velocità richieste. Questo dato ci permette di scegliere la serie di convertitori A, B o C.

Individuata la serie occorre selezionare la taglia del convertitore sulla base della corrente. Occorre verificare sia i valori di corrente nominale che quella di picco. Il valore di corrente di picco ammissibile dal convertitore è tipicamente il doppio di quello nominale.

Occorre selezionare un convertitore la cui corrente di picco sia inferiore alla coppia di picco del motore diviso la sua costante di coppia ($I_{max} \geq C_{max}/K_t$). Per la corrente nominale (cioè continuativa) occorre fare riferimento alla coppia quadratica media ($I_n \geq C_{rms}/K_t$). Tuttavia questi controlli potrebbero non essere sufficienti nel caso di cicli ripetuti che durino più di pochissimi secondi senza adeguato tempo di riposo. Infatti si ricorda che il criterio della coppia quadratica media vale solo nel caso che il ciclo sia di durata limitata rispetto alla costante termica che può valere molti minuti nei motori ma solo pochi secondi nei convertitori. La corrente di picco può nel nostro caso essere mantenuta per soli 5 secondi. In base a quanto descritto nel paragrafo §4.7, possiamo stimare che la costante di tempo del convertitore sia circa 17.4 secondi. Si era dimostrato infatti che vale

$$\tau \simeq \frac{-T_{max}}{\ln\left(\frac{I_{max}^2 - I_n^2}{I_{max}^2}\right)}$$

quindi un picco di corrente che duri più di qualche secondo deve essere considerato continuativo. Un convertitore sarà sicuramente adatto se risulta $I_n \geq C_{max}/K_t$; tuttavia una scelta di questo tipo potrebbe portare a scegliere un convertitore esageratamente costoso. Si ricorda inoltre che i motori ammettono talvolta un rapporto tra coppia istantanea e nominale superiore a 5. Pertanto l'utilizzo di motori c.c. in cicli con forti variazioni di coppia richiederà la scelta di un convertitore con corrente nominale più elevata di quanto deducibile dalla coppia quadratica media.

Come ultimo passo occorre verificare se è richiesto un potenziamento della resistenza di frenatura.

	A8	A12	A15	A25	A30	A50	A55
	16	24	30	50	75	100	150
Corrente nominale [A _{dc}]	8	12	15	25	30	50	50
Corrente massima (per 5s) [A _{dc}]	16	24	30	50	75	100	150
Tensione di alimentazione [V _{rms}]	3 × (110 ÷ 165)						
Frequenza di alimentazione [Hz]	45 ÷ 65						
V _{max} BUS uscita garantita [V _{dc}]	200						
V BUS uscita intervento fren. [V _{dc}]	320						
Frequenza chopper (PWM) [kHz]	5						
Segnale riferimento velocità [V _{dc}]	±10						
Segnale riferimento corrente [V _{dc}]	±10						
Rapporto regolazione velocità	1 ÷ 5000						
Massimo segnale tachimetrico [V _{dc}]	±100						
Uscita tensioni ausiliarie [V _{dc}]	±10						
Tempo rampa accel./decel. [s]	0.01 ÷ 2						
Minima induttanza carico [mH]	6	4	3	2	1.5	0.9	0.9
Temperatura ambiente di lavoro [°C]	0 ÷ 40						
Peso [kg]	3.5	3.7	5.3	5.8	6.0	7.1	7.3

Tabella 10.5: Dati convertitori per motori in corrente continua (serie MA).

	B4	B8	B10	B14	B20
	8	16	20	28	40
Corrente nominale [A _{dc}]	4	8	10	14	20
Corrente massima (5 s)[A _{dc}]	8	16	20	28	40
Tensione di alimentazione [V _{rms}]	3× 95				
Frequenza di alimentazione [Hz]	45÷65				
V _{max} BUS uscita garantita [Vdc]	130				
V BUS uscita intervento fren.[Vdc]	173				
Frequenza chopper (PWM) [kHz]	20				
Segnale riferimento velocità [Vdc]	±10				
Segnale riferimento corrente [Vdc]	±10				
Rapporto regolazione velocità	1÷5000				
Uscita immagine corrente [Vdc]	±8				
Uscita tensioni ausiliarie [Vdc]	±10				
Tempo rampa accel./decel. [s]	0.1÷10				
Minima induttanza carico [mH]	1				
Temperatura ambiente di lavoro [°C]	0÷40				
Peso [kg]	2.6	2.8	3.0	3.2	3.3

Tabella 10.6: Dati convertitori per motori in corrente continua (serie MB).

	C4	C8	C10	A50	A55
	8	16	20	100	150
Corrente nominale [A _{dc}]	4	8	10	14	20
Corrente massima (5 s)[A _{dc}]	8	16	20	28	40
Tensione di alimentazione [V _{rms}]					
Frequenza di alimentazione [Hz]	45÷65				
V _{max} BUS uscita garantita [Vdc]	190				
V BUS uscita intervento fren.[Vdc]	268				
Frequenza chopper (PWM) [kHz]	20				
Segnale riferimento velocità [Vdc]	±10				
Segnale riferimento corrente [Vdc]	±10				
Rapporto regolazione velocità	1÷5000				
Uscita immagine corrente [Vdc]	±8				
Uscita tensioni ausiliarie [Vdc]	±10				
Tempo rampa accel./decel. [s]	0.1÷10				
Minima induttanza carico [mH]	1				
Temperatura ambiente di lavoro [°C]	0÷40				
Peso [kg]	2.6	2.8	3.0	3.2	3.3

Tabella 10.7: Dati convertitori per motori in corrente continua (serie MC).

10.4 Convertitori per motori asincroni (“*inverter*”)

10.4.1 Descrizione generale

La discussione che segue fa riferimento ai dati delle tabelle 10.8 a pagina 412, 10.9 a pagina 412, 10.10 a pagina 413 e 10.11 a pagina 413.

Questo paragrafo descrive i dati presenti in un tipico catalogo di inverter per motori asincroni.

I convertitori descritti in questo esempio permettono il controllo in velocità di motori asincroni con compensazione dello scorrimento senza retroazione.

Possono venire pilotati motori asincroni standard normalmente previsti per alimentazione da rete trifase (normalmente 400V, 50Hz). Vengono considerati due possibili cataloghi: uno per motori di potenza nel range da 0.4 a 3.7 kW, l'altro nel range tra 0.75 e 55 kW. Si ricorda che se la caratteristica tensione-frequenza è impostata in maniera “classica” (cio è tensione proporzionale alla frequenza raggiungendo il valore nominale a 50Hz e tensione fissa per frequenza superiore) allora la potenza indicata è disponibile solo per frequenza maggiore o uguale a 50Hz, mentre per frequenze inferiori si ha coppia nominale e potenza proporzionale alla frequenza. Il legame frequenza-velocità dipende dal numero di paia di poli ($\omega \simeq 2\pi f/p$).

I dati presentati non sono completamente omogenei perché ispirati da cataloghi di due costruttori differenti.

I dati di alimentazione ci indicano che gli inverter di tutte le serie considerate possono essere direttamente collegati alla rete normalmente disponibile prevedendo tensione 3f/230V/400V e frequenza 50 o 60 Hz. Una delle serie descritte, adatta a comandare motori di piccola taglia, richiede alimentazione monofase 230V. In ogni caso la tensione di uscita è trifase ed il suo valore massimo è pari a quello d'ingresso.

Tutte le serie sono dichiarate a controllo di campo per la compensazione dello scorrimento senza sensore di velocità. La compensazione garantisce un'ottima precisione di velocità ($\approx 1 \div 2\%$) indipendentemente dal valore di coppia resistente, ma non vengono riportati dati numerici. Gli unici dati riportati per i convertitori di alcune serie sono gli errori di frequenza che danno un'idea dell'errore di velocità. Questo valore va tuttavia sommato a quello dello scorrimento.

In tutte le serie è previsto il circuito di frenatura. In alcune serie è indicato chiaramente che si tratta di frenatura resistiva e quindi dissipativa, in altre il circuito di frenatura non è neppure previsto e va installato eventualmente come opzionale.

Gli ingressi del riferimento analogico di velocità sono per alcune serie tra 0 e un valore positivo di tensione, ciò indica che non è possibile invertire il verso di rotazione in maniera continua agendo semplicemente su questo ingresso. L'inversione, quando necessario, si ottiene agendo su un apposito ingresso digitale. Questa modalità di regolazione apparentemente scomoda in confronto a quello dei motori c.c. o brushless si spiega con il fatto che i motori asincroni sono utilizzati normalmente in situazioni in cui la velocità non va quasi mai invertita se non in casi particolari durante la commutazione da una modalità operativa all'altra.

L'ingresso di riferimento può essere in tensione o in corrente. E' previsto, in alternativa, un potenziometro di regolazione.

Tutte le serie considerate hanno la possibilità di memorizzare alcuni valori di velocità richiamabili in maniera semplice per realizzare semplici movimentazioni. Possono anche

essere memorizzati dei valori di durata di rampa per contenere le accelerazioni durante le variazioni di velocità. Esiste la funzione “salti di velocità” che consente, durante i transitori, di oltrepassare velocemente eventuali velocità critiche della macchina cui il motore è collegato.

Una serie di ingressi/uscite digitali permette la segnalazione e la gestione di guasti, anomalie.

Tra le protezioni previste troviamo la sovracorrente e la sovratemperatura (con apposito trasduttore).

La frequenza massima della tensione (e corrente trifase) di uscita (400 Hz) generabile per alimentare il motore permette di calcolare la velocità massima raggiungibile da motori collegati a questo convertitore. Questo valore di frequenza non va confuso con la frequenza di PWM il cui significato è descritto nell’apposito paragrafo §6.4.4. Ad esempio nel caso di motori con 3 paia di poli otteniamo $N_{max} = 400 \cdot 60 / 3 = 8000$ giri/minuto. Ovviamente altri limiti di velocità possono dipendere dalle caratteristiche del motore che potrebbero non sopportare quella frequenza di alimentazione o quella velocità.

Il valore minimo di frequenza non è nullo (ma ad esempio pari a 0.2Hz) e pertanto è difficile regolare la velocità a regimi bassissimi; nel nostro caso la velocità minima sarebbe $0.2 \cdot 60 / 3 = 4$ giri/minuto con un motore a 3 paia di poli.

10.4.2 Scelta della taglia

La scelta della taglia del convertitore (inverter) va fatta considerando la potenza e/o la corrente nominale del motore.

I cataloghi riportano normalmente la potenza massima del motore ad essi collegabile, tuttavia questo valore è solo indicativo e valido per motori standard previsti per il funzionamento a tensione pari a quella usata per alimentare l’inverter. In caso dubbio è necessario controllare la corrente nominale che deve essere superiore a quella del motore. Questo valore non è influenzato da quello della tensione di alimentazione.

Per i convertitori della serie MB, sono indicati due valori di corrente, il secondo dei quali vale per frequenze di PWM maggiori di 2kHz.

Per quanto riguarda il sovraccarico è generalmente ammesso un sovraccarico del 150% della corrente (e quindi della coppia) per un tempo abbastanza lungo (un minuto) o del 200% per tempo brevissimo (mezzo secondo). Pertanto quando il motore debba funzionare a lungo con picchi di assorbimento elevato, occorre un convertitore di taglia superiore a quella del motore. In sostanza picchi superiori al 150% devono essere evitati se possibile. Le eventuali coppie d’inerzia possono essere limitate programmando opportune rampe.

I valori di potenza della resistenza di frenatura (per i convertitori per i quali è indicata) è identica a quella del motore, ciò indica che il motore può operare adeguatamente sia nel primo che nel 4° quadrante. In ogni caso l’energia di frenatura andrà persa.

Capacità sovraccarico corrente	200% per 0.5 s, 150 per 60s
Tensione uscita	trifase da 0 a tensione di alimentazione
Frequenza uscita	0.2÷400Hz
Tecnica di comando	Comando V/f o controllo vettoriale autoadattabile, compensazione scorrimento
Frequenza di switching (PWM)	0.7÷14.5 regolabile
Frenatura	Resistiva. Unità frenat. potenz. opzionale
Ingresso riferimento velocità	0÷5V, 0÷10V, 4÷20mA, potenziometro
Caratteristica V/f tensione/frequenza	programmabile
Rampe di accelerazione	0; 0.1÷3600s programmabile
Limiti di corrente di picco	Programmabile 0÷200% della I_n
Limiti di corrente continuativa	Programmabile
Uscite di controllo	velocità e corrente
Programmazione	da tastiera / interfaccia RS422/485

Tabella 10.8: Dati generali inverter per motori asincroni (serie MA e MB).

	serie MA				serie MB				
	040	075	150	220	040	075	150	220	370
potenza motore [kW]	0.4	0.75	1.5	2.2	0.4	0.75	1.5	2.2	3.7
I_n di uscita [A]	2.5	4	7	10	1.6	2.6	4.0	6.0	9.5
f di PWM > 2kHz					(1.4)	(2.2)	(3.8)	(5.4)	(8.7)
alimentazione	monofase 220÷240V, 50÷60Hz				trifase 380÷460V, 50÷60Hz				
P resist. fren. [kW]	0.4	0.75	1.5	2.2	0.4	0.75	1.5	2.2	3.7
peso [kg]	1.2	1.5	2.2	2.3	1.7	1.7	2.3	2.6	2.7

Tabella 10.9: Dati specifici inverter per motori asincroni (serie MA e MB).

Tensione ingresso	trifase 380÷480 50÷60Hz
Frequenza di uscita	0.1 – 400Hz
Precisione di frequenza	digitale $\pm 0.01\%$, analogico $\pm 0.2\%$ della freq.max
Risoluzione di frequenza	digitale 0.01Hz, analogica 1/4000 freq.max
fluttuazione di velocità	$\pm 0.5\%$ (controllo vettoriale senza sensore)
Retroazione velocità	opzionale
Caratteristica V/f	programmabile
Salti di velocità	programmabili
Capacità di sovraccarico	150% per 60s, 200% per 0.5s
Rampe di accelerazione	0.01 ÷ 3600s
Coppia di avviamento	200% a 0.5Hz. 150% vicino a 0Hz con motore più piccolo di una taglia
Frequenza PWM	0.5 ÷ 15kHz
Ingresso parametri	tastiera, interfaccia seriale RS485
Ingresso parametri motore	autotaratura
Uscite di controllo	corrente, coppia, frequenza, tensione, potenza
Ingresso velocità di riferimento	0 ÷ 10V, 0 ÷ 120mA

Tabella 10.10: Dati generali inverter per motori asincroni (serie H).

H	007	015	022	040	055	075	110	150	185	220	300	370	450	550
P_{mot} [kW]	0.75	1.5	2.2	4	5.5	7.5	11	15	18.5	22	30	37	45	55
P_{nom} [kVA] V=400	1.7	2.6	3.6	5.9	8.3	11	15.9	22.1	26.3	33.2	40.1	51.9	62.3	76.3
P_{nom} [kVA] V=480	2.1	3.1	4.4	7.1	9.9	13.3	19.1	26.6	31.5	39.9	48.2	62.3	74.8	91.4
I_n uscita [A]	2.5	3.8	5.3	8.6	12	16	23	32	38	48	58	75	90	110
circuito frenatura	previsto							esterno opzionale						
R_{min} [Ω]	100	100	100	100	100	50	50	-	-	-	-	-	-	-
peso [kg]	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	5	5	12	12	12	20	30	30	50

Tabella 10.11: Dati specifici inverter per motori asincroni (serie H).

10.5 Convertitori per motori passo

Il convertitore per motori passo-passo è in genere molto semplice ed anche la sua descrizione è sintetica.

In un ipotetico catalogo possono trovarsi indicazioni analoghe a quelle riportate nella tabella 10.12 a pagina 414.

V di alimentazione	12÷48 V corrente continua
Corrente di fase	Selezionabile tramite microinterrottori tra 8 possibili valori da 400 mA a 3A rms (4A di picco)
Risoluzione	Selezionabile: Passo intero, mezzo passo, 1/4 di passo
Motori Utilizzabili	Motori a 4, 6, o 8 fili in serie o parallelo
Direzione	ingresso attivabile per selezionare la direzione di rotazione
Ingresso di passo	durata minima 1 μ s, frequenza massima 10kHz
Ingresso VCO	presente
Azzeramento corrente	Attivando questo ingresso, viene annullata la corrente negli avvolgimenti del motore
Riduzione corrente (1)	Attivando questo ingresso, la corrente viene ridotta del 50%
Riduzione di corrente (2)	Se attivato, 200ms dopo l'ultimo impulso di passo, la corrente viene ridotta del 50%
Uscita di errore	Uscita optoisolata
Moduli opzionali	Posizionatore con interfaccia seriale RS485/232

Tabella 10.12: Dati convertitori per motori passo.

Come si deduce da una lettura dei dati in tabella, questo convertitore può alimentare una vasta gamma di motori con tensione compresa tra 12 e 48V che richiedono una corrente compresa tra 400mA e 3A. I motori possono essere unipolari o bipolari (diverso numero di fili).

E' possibile ottenere la movimentazione a passo intero, mezzo passo o 1/4 di passo semplicemente agendo su un microinterruttore o su un ingresso digitale.

La direzione del moto va selezionata con un ingresso digitale.

Per fare avvenire il movimento sono possibili due modalità: in posizione o in velocità.

Nella prima modalità il motore esegue un passo ogni volta che un impulso di durata superiore a 1 μ s viene presentato all'apposito ingresso. Gli impulsi possono avere una frequenza (e quindi generare una corrispondente velocità del motore) massima pari a 10kHz.

Il convertitore considerato possiede anche un VCO (Voltage Controlled Oscillator) che è un particolare circuito oscillante che produce un treno di impulsi ad una frequenza proporzionale ad una tensione in ingresso. Abilitando questo oscillatore è possibile pilotare in velocità il motore passo così come avviene per i motori a corrente continua, brushless o asincroni. Il segnale di riferimento di velocità può essere generato da un controllore esterno o da un semplice potenziometro collegato al convertitore. In questo caso, però, per ottenere precisione elevata di velocità e/o posizione è necessario prevedere una retroazione di velocità e/o posizione.

Il catalogo indica che due specifici ingressi consentono di ridurre la corrente del motore al 50% del valore previsto o addirittura di disalimentare lo stesso. Questo permette di risparmiare energia elettrica prevenendo surriscaldamento del motore quando è sufficiente una coppia ridotta oppure addirittura eliminare totalmente la coppia motrice quando necessario. Un'opzione consente di abilitare la riduzione del 50% automaticamente quando il motore raggiunge la fine di una movimentazione; così facendo si ha piena coppia durante i transitori.

E' previsto un modulo con interfaccia seriale per collegare il convertitore ad un controllore di moto esterno.

10.6 Motori a corrente continua

Negli ipotetici cataloghi presentati in tabella 10.14 a pagina 418 e 10.16 a pagina 418 i motori sono elencati in valore crescente di taglia.

Sono presenti tutti i valori relativi al modello normalmente considerato per legare le grandezze elettriche a quelle meccaniche (vedi capitolo §5.4):

$$\begin{cases} C = K_t I \\ V = K_e \omega + RI + L \frac{dI}{dt} \end{cases}$$

I dati forniti includono sempre la coppia nominale che in questo caso indica la coppia continuativa erogabile a rotore bloccato. La coppia continuativa ad altre velocità diminuisce con essa ed è indicata tramite grafici annessi al catalogo (figura 10.2 a pagina 418 e 10.3 a pagina 418) o calcolabile tramite un'apposita relazione.

La corrente nominale I_n è quella corrispondente alla coppia nominale C_n , il rapporto tra coppia e corrente fornisce la costante di coppia K_t che spesso è fornita anche in maniera esplicita. La corrente nominale è normalmente data a caldo.

La velocità nominale è quella per cui il motore è stato costruito e non dovrebbe essere superata se non di poco e per brevi periodi.

E' generalmente fornita la forza controelettrica generata dal motore ad una certa velocità. In alcuni casi ci si riferisce ad una velocità convenzionale (ad es. 1000 giri/min) in altri casi alla velocità nominale. Questo valore equivale a fornire la costante di tensione K_e che dovrebbe coincidere con K_t . Talvolta tuttavia si hanno valori differenti perché la velocità non è indicata in rad/s ma in giri/min. I valori di K_t e K_e sono normalmente forniti a freddo ($T=20^\circ\text{C}$) per consentire un'agevole verifica sperimentale del motore. Si ricorda, tuttavia, che un aumento di 100°C fa decrescere il valore di K_t e K_e di circa l'8%. La corrente di picco (detta anche di spunto) è il valore massimo sopportabile senza pericolo di smagnetizzazione dei magneti. E' talvolta indicato anche il corrispondente valore di coppia e quello di tensione calcolato allo spunto (cio è con velocità nulla $V = RI, C = K_t I$).

Per quanto riguarda la resistenza, sono talvolta indicati separatamente i valori della resistenza delle spazzole e quella dell'avvolgimento entrambe alla temperatura di 25° (un aumento di 100°C può provocare variazioni significative di questi parametri (35% per il rame)); normalmente interesserà la somma di questi valori.

E' sempre presente il valore di induttanza.

Benchè deducibili da altri dati sono normalmente indicati i valori delle costanti di tempo elettrica ($\tau_e = L/R$) e meccanica ($\tau_m = RJ/K_t^2$); essi sono normalmente indicati in millisecondi. Questi valori servono nello studio dei transitori di regolazione.

Il valore della costante di tempo termica è crescente con la taglia del motore e serve per la verifica termica del motore, essa indica quanto velocemente esso si scalda. in caso di coppia costante o ciclica di durata breve, il motore raggiunge il regime in un periodo pari a 3÷4 volte questo valore; il valore è spesso indicato in minuti.

Il valore di ondulazione di coppia (spesso pochi punti percentuali) indica l'ampiezza delle oscillazioni di coppia nelle condizioni in cui il motore dovrebbe erogare coppia costante. Questa ondulazione è dovuta a diversi fattori quali l'alternanza di poli salienti e cave sul statore e rotore nonché alla irregolarità di commutazione del collettore. Non tutti i fabbricanti indicano questo valore.

<i>SIMBOLO</i>	<i>DESCRIZIONE</i>
$C_n \omega = 0$	coppia nominale a rotore bloccato
J	momento d'inerzia del rotore
$K_t = K_e T = 20^\circ$	costanti di coppia e di tensione a freddo
V_{max}	tensione massima a freddo
N_{max}	velocità massima
R	resistenza di armatura
L	induttanza di armatura
$C_{max} t = 1'$	coppia massima sopportabile per un minuto
$I_{max} t = 1'$	corrente massima sopportabile per un minuto
M	massa del motore
Esempio di denominazione	
CC-40-45-20	
CC	tipologia di motore
40	velocità nominale/100 in giri/min
45	coppia nominale*1000 in Nm
20	tensione nominale

Tabella 10.13: Descrizione della simbologia e della denominazione dei motori in corrente continua di tabella 10.14 a pagina 418.

Sono sempre presente il momento d'inerzia del rotore e la massa del motore.

Le tabelle sono normalmente corredate da grafici che indicano i campi operativi continuativi e intermittenti del motore.

Il grafico del campo continuativo ha frequentemente la forma di una porzione di ellisse dovendo essere almeno approssimativamente $C^2 + \lambda\omega^2 \simeq C_0^2$ ove con λ si è indicato un'apposita costante determinabile conoscendo la coppia sopportabile continuativamente a un determinata velocità (vedi capitolo §4).

Per quanto riguarda la coppia di picco sono spesso indicati due (o tre) limiti massimi. Il più ampio, indipendente dalla velocità, indica la coppia da non superare mai pena il danneggiamento per smagnetizzazione dei magneti. L'altro (o gli altri due) indica il valore che è bene non superare per limitare l'usura delle spazzole e del collettore (limiti di commutazione). Quando vengono forniti due valori, quello inferiore può essere occasionalmente superato. I limiti di commutazione hanno un andamento approssimativo "a potenza costante" (potenze P_1 e P_2 nelle tabelle 10.14 di pagina 418 e 10.16 di pagina 421).

La scelta della taglia del motore avviene con riferimento ai valori di coppia e velocità. Nei cicli di durata breve rispetto alla costante termica del motore, occorre verificare innanzitutto che la coppia quadratica media sia inferiore a quella continuativa sopportabile dal motore alle velocità di esercizio. Bisogna inoltre controllare che il luogo dei carichi stia all'interno della zona intermittente e quindi: a) che i valori di picco non superino i valori ammessi e b) che la tensione di alimentazione sia sufficiente (vedi capitolo §2 e §5.4).

Per ogni valore di coppia nominale sono spesso presenti motori con diverse velocità nominali. Si osservi come spesso per motori della stessa taglia (cio è stessa coppia nominale, stessa massa, stesso momento d'inerzia) sono presenti diverse versioni con diverse velocità nominali. Quelli che hanno la stessa tensione di alimentazione hanno i relativi parametri in relazione alla velocità; K_e e K_t diminuiscono con andamento inverso alla velocità, mentre R e L con andamento inverso al quadrato della tensione, τ_e e τ_m restano invariati. Da un bilancio di potenza ($C\omega = VI - RI^2$) si deduce che la corrente nominale cresce in proporzione alla velocità nominale richiedendo un convertitore di taglia superiore. Per maggiori dettagli vedi paragrafo §5.11.

MOTORE	C_n $\omega = 0$ Nm	J kgmm ²	$K_t = K_e$ $T = 20^\circ$ $\frac{Nm}{A}$	V_{max} $T = 25^\circ$ V	N_{max} $\frac{giri}{min}$	R Ω	L mH	C_{max} $t = 1'$ Nm	I_{max} $t = 1'$ A	M kg
CC-50-24-24	0,024	3,18	0,035	25	5100	8,2	4,0	0,03	0,9	0,32
CC-40-45-24	0,045	5,19	0,046	27	4700	5,6	2,7	0,05	1,1	0,38
CC-20-145-24	0,145	28,1	0,087	30	2700	4,6	5,9	0,19	2,2	1,30
CC-30-145-24	0,145	28,1	0,056	29	3600	2,0	2,6	0,19	3,1	1,30
CC-20-215-24	0,215	43,3	0,093	30	2700	3,0	3,2	0,27	3,1	1,65
CC-30-215-24	0,215	43,3	0,062	29	3600	1,5	1,5	0,27	4,4	1,65
CC-20-215-48	0,215	43,3	0,186	61	2700	11	15	0,27	1,5	1,65
CC-30-215-48	0,215	43,3	0,124	55	3600	4,7	6,6	0,27	2,3	1,65
CC-20-445-24	0,445	280	0,092	28	2500	1,6	2,7	0,57	6,3	3,17
CC-30-445-24	0,445	280	0,061	29	3500	0,7	1,2	0,57	9,4	3,17
CC-20-445-48	0,445	280	0,176	58	2500	5,9	10	0,57	3,1	3,17
CC-30-445-48	0,445	280	0,125	55	3500	2,5	4,6	0,57	4,6	3,17
CC-15-695-65	0,695	400	0,325	79	1900	18	19	1,12	3,4	4,22
CC-20-695-65	0,695	400	0,252	76	2400	5,3	5,1	1,12	4,5	4,22
CC-30-695-65	0,695	400	0,163	74	3400	2,5	2,4	1,12	6,9	4,22
CC-40-695-65	0,695	400	0,125	70	4300	1,4	1,1	1,12	8,7	4,22

Tabella 10.14: Motori corrente continua (serie CC).

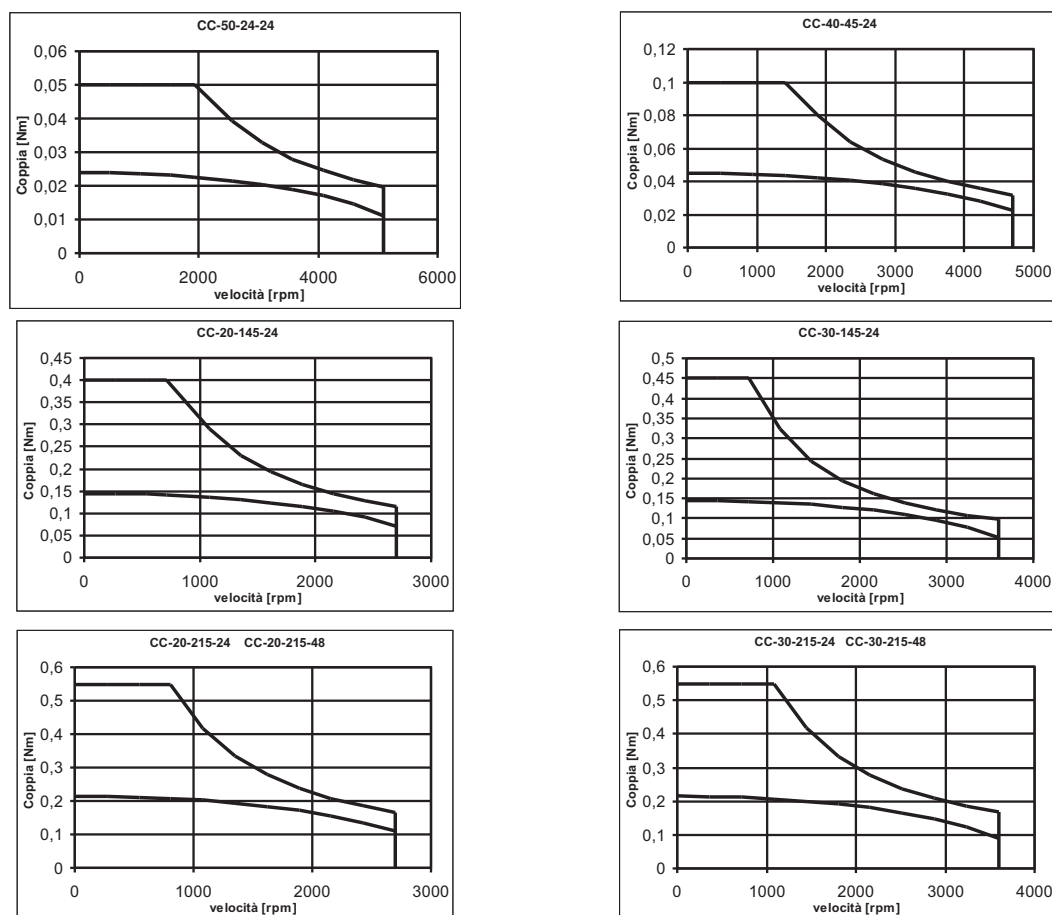


Figura 10.2: Campi operativi continuativi e intermittenti dei motori in corrente continua (serie CC, I gruppo).

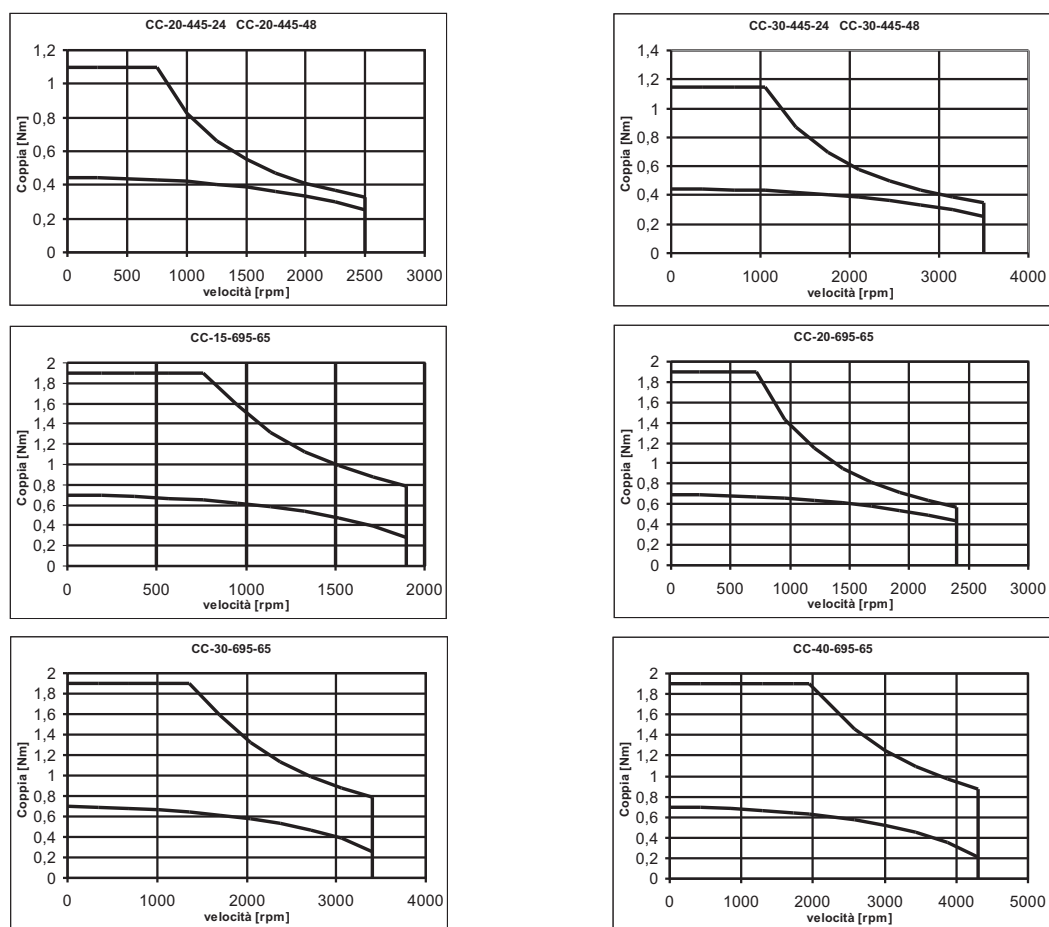


Figura 10.3: Campi operativi continuativi e inintermittenti dei motori in corrente continua (serie CC, II gruppo).

<i>SIMBOLO</i>	<i>DESCRIZIONE</i>
C_n	coppia nominale a rotore bloccato $T_{ambiente}=40^\circ$
C_p	coppia di picco (limite di smagnetizzazione) $T=25^\circ$
$C(\omega_{max})$	coppia continuativa a $\omega = \omega_{max}$
N_{max}	velocità massima
I_n	corrente nominale a rotore bloccato
I_p	corrente di spunto $T=25^\circ$
α_p	accelerazione teorica allo spunto
E_{max}	F.C.E.M. alla velocità massima
$\tau_e \tau_m \tau_{th}$	costanti di tempo elettrica, meccanica e termica
V_p	tensione al picco di coppia
R_a	resistenza di armatura senza spazzole
R_m	resistenza di armatura con le spazzole
L_a	induttanza di armatura
J	momento d'inerzia del rotore
M	massa del motore
λ	coefficiente di riduzione della coppia continuativa $C = \sqrt{C_n^2 - \lambda\omega^2}$
$K_t = K_e$	costanti di coppia e di tensione $T=25^\circ$
P_1	potenza limite di commutazione (scintillio, danneggiamento spazzole). Limite consigliato.
P_2	potenza limite di commutazione (scintillio, danneggiamento spazzole). Limite assoluto.
Esempio di denominazione	
C-89-2-1-22	
C	tipologia di motore
89	coppia nominale*100 in Nm
2	velocità nominale/1000 in giri/min
1	taglia
22	corrente nominale*10 in A

Tabella 10.15: Descrizione della simbologia e della denominazione dei motori in corrente continua di tabella 10.16 a pagina 421.

MOTORE	C_n <i>Nm</i>	C_p <i>Nm</i>	$C(\omega_{max})$ <i>Nm</i>	$\frac{N_{max}}{\text{giri}} \frac{\text{giri}}{\text{min}}$	I_n <i>A</i>	I_p <i>A</i>	$\frac{\alpha_p}{s^2}$ <i>rad</i>	E_{max} <i>volt</i>	τ_e <i>ms</i>	τ_m <i>ms</i>	τ_{th} <i>min</i>	V_p <i>volt</i>	R_a Ω	R_m Ω	L_a <i>mH</i>	$J \cdot 10^3$ <i>kgm²</i>	M <i>kg</i>	$\frac{\lambda \cdot 10^6}{s^2}$ <i>kg²m²</i>	$K_e = K_t$ $\frac{Nm}{A}$	P_1 <i>W</i>	P_2 <i>W</i>
C-89-2-1-22	0,89	7,10	0,65	2000	2,2	16,7	18684	89	3,71	10,9	42	85	4,9	5,20	19,3	0,38	4,45	8,426	0,42	0,23	0,48
C-89-3-1-32	0,89	7,10	0,60	3000	3,2	24,2	18684	92	4,15	10,4	42	56	2,2	2,35	9,75	0,38	4,45	4,378	0,29	0,35	0,72
C-89-4-1-37	0,89	7,10	0,40	4000	3,7	29,4	18684	101	4,10	10,6	42	45	1,5	1,62	6,65	0,38	4,45	3,603	0,24	0,42	0,84
C-89-4-1-63	0,89	7,10	0,40	4000	6,3	49,6	18684	60	3,26	12,2	42	30	0,5	0,66	2,15	0,38	4,45	3,603	0,14	0,59	1,34
C-152-2-2-31	1,52	13,8	1,10	2000	3,1	28,6	18158	101	5,54	7,84	49	65	2,1	2,40	13,3	0,76	6,35	25,09	0,48	0,42	0,84
C-152-3-2-47	1,52	13,8	1,10	3000	4,7	44,7	18158	97	4,61	9,49	49	50	1,0	1,19	5,49	0,76	6,35	11,15	0,31	0,63	1,23
C-152-4-2-61	1,52	13,8	0,70	4000	6,1	57,2	18158	101	4,40	9,80	49	36	0,6	0,75	3,30	0,76	6,35	10,38	0,24	0,84	1,59
C-152-4-2-85	1,52	13,8	0,70	4000	8,5	77,1	18158	75	3,47	11,6	49	30	0,3	0,49	1,70	0,76	6,35	10,38	0,18	1,21	2,18
C-210-2-3-41	2,10	20,5	1,80	2000	4,1	44,3	26974	97	5,39	5,39	58	65	1,4	1,52	8,20	0,76	8,25	26,67	0,46	0,61	1,01
C-210-3-3-61	2,10	20,5	1,70	3000	6,4	66,4	26974	97	4,75	6,14	58	44	0,6	0,77	3,66	0,76	8,25	15,40	0,31	0,88	1,51
C-210-4-3-86	2,10	20,5	1,00	4000	8,6	88,5	26974	97	4,00	7,37	58	35	0,3	0,52	2,08	0,76	8,25	19,43	0,23	0,88	1,55
C-250-4-1-75	2,50	14,8	1,00	4000	7,5	44,3	6884	140	3,73	13,5	51	31	0,7	0,70	2,61	2,15	9,75	29,92	0,33	1,59	3,48
C-255-4-1-60	2,55	14,8	1,00	4000	6,0	35,4	6884	175	3,06	15,9	51	46	1,2	1,29	3,95	2,15	9,75	31,36	0,42	0,96	2,43
C-260-3-1-64	2,60	14,8	1,80	3000	6,4	38,1	6884	122	3,17	15,1	51	41	1,0	1,06	3,36	2,15	9,75	35,67	0,39	1,32	3,30
C-265-2-1-33	2,65	14,8	2,00	2000	3,3	17,7	6884	175	3,20	14,9	51	85	4,8	4,85	15,5	2,15	9,75	68,90	0,84	0,50	1,26
C-265-3-1-47	2,65	14,8	1,70	3000	4,7	26,6	6884	175	3,38	14,6	51	56	2,0	2,10	7,10	2,15	9,75	41,87	0,56	0,91	2,20
C-280-1,2-1-21	2,80	14,8	2,40	1200	2,1	10,6	6884	175	3,42	14,0	51	135	13	12,6	43,1	2,15	9,75	131,7	1,39	0,38	0,80
C-280-2-1-48	2,80	14,8	2,10	2000	4,8	26,7	6884	116	3,42	14,4	51	55	2,0	2,05	7,02	2,15	9,75	78,19	0,55	0,92	2,09
C-290-1,2-1-31	2,90	14,8	2,30	1200	3,1	15,2	6884	122	3,69	12,4	51	86	5,4	5,44	20,1	2,15	9,75	197,6	0,97	0,74	1,57
C-475-4-2-120	4,75	30,2	1,70	4000	12	76,2	8988	166	4,05	8,99	58	30	0,4	0,42	1,70	3,36	13,7	112,1	0,40	2,09	4,61
C-475-4-2-140	4,75	30,2	1,00	4000	14	90,4	8988	140	4,13	9,32	58	29	0,3	0,31	1,28	3,36	13,7	122,9	0,33	2,93	6,91
C-510-3-2-110	5,10	30,2	3,00	3000	11	67,8	8988	140	4,25	8,80	58	35	0,5	0,52	2,21	3,36	13,7	172,3	0,45	2,51	5,34
C-525-2-2-91	5,25	30,2	4,00	2000	9,1	53,2	8988	119	4,51	8,12	58	40	0,7	0,78	3,52	3,36	13,7	263,6	0,57	1,88	4,19
C-525-3-2-91	5,25	30,2	3,00	3000	9,1	54,2	8988	175	4,44	8,55	58	40	0,7	0,79	3,51	3,36	13,7	188,1	0,56	1,79	4,24
C-545-1,2-2-55	5,45	30,2	5,00	1200	5,5	29,6	8988	128	4,76	7,55	58	68	2,3	2,33	11,1	3,36	13,7	297,8	1,02	1,26	2,64
C-555-1,2-2-38	5,55	30,2	4,00	1200	3,8	21,7	8988	175	4,86	7,88	58	97	4,5	4,55	22,1	3,36	13,7	937,4	1,39	0,68	1,45
C-550-2-2-66	5,55	30,2	4,30	2000	6,6	36,1	8988	175	4,92	7,65	58	55	1,5	1,59	7,82	3,36	13,7	280,7	0,84	1,09	2,51
C-715-3-3-170	7,15	45,5	3,60	3000	17	108	9519	132	4,41	7,85	72	30	0,2	0,29	1,28	4,78	16,6	386,7	0,42	2,54	6,91
C-715-4-3-170	7,15	45,5	0,00	4000	17	108	9519	176	4,41	7,85	72	30	0,2	0,29	1,28	4,78	16,6	291,4	0,42	2,93	7,54
C-715-4-3-220	7,15	45,5	0,00	4000	22	135	9519	141	4,10	8,44	72	28	0,1	0,20	0,82	4,78	16,6	291,4	0,34	4,40	8,80
C-745-2-3-110	7,45	45,5	5,40	2000	11	68,1	9519	140	4,92	7,06	72	45	0,6	0,66	3,25	4,78	16,6	600,5	0,67	2,51	6,70
C-775-1,2-3-59	7,75	45,5	7,10	1200	5,9	33,6	9519	170	5,50	6,32	72	81	2,4	2,42	13,3	4,78	16,6	611,3	1,35	1,13	2,51
C-775-1,2-3-79	7,75	45,5	7,00	1200	7,9	44,7	9519	128	5,71	6,04	72	60	1,3	1,31	7,48	4,78	16,6	700,5	1,02	1,45	4,65
C-775-2-3-90	7,75	45,5	6,00	2000	9,0	54,1	9519	176	5,26	6,70	72	51	0,9	0,99	5,21	4,78	16,6	548,6	0,84	1,86	4,19
C-775-2,8-3-130	7,75	45,5	4,30	2800	13	77,1	9519	173	4,73	7,00	72	40	0,5	0,51	2,41	4,78	16,6	483,5	0,59	2,02	4,69

Tabella 10.16: Motori corrente continua (serie C).

A parità di potenza esistono motori a diverso numero di paio di poli. La scelta classica è quella del motore a 2 paia di poli ($N_0=1500$ giri/min, $\omega_0 \simeq 157$ rad/s), ma è spesso necessario rivolgersi alle altre famiglie tutte le volte che si abbiano vincoli di velocità o quando il rapporto di trasmissione non possa essere scelto liberamente.

Si osservi che a parità di potenza, la dimensione (cio è massa e momento d'inerzia) generalmente cresce con il numero di poli.

Per ogni motore è indicata la potenza nominale in kilowatt e/o in cavalli ($1 CV \simeq 0.75 kW$) che corrisponde a quella meccanica resa alla velocità e coppia nominale $W_m = C_n \omega_n$. La velocità nominale (spesso indicata in giri/minuto) è leggermente più bassa di quella di sincronismo, la differenza (e cioè lo scorrimento) tende a diminuire all'aumentare della potenza nominale.

La pendenza approssimativa della curva caratteristica $c-\omega$ in prossimità della condizione nominale si può determinare approssimativamente come:

$$K \simeq \frac{C_n}{\omega_0 - \omega_n}$$

E' spesso indicata la corrente nominale, quella cio è assorbita a coppia e velocità nominale, il rendimento complessivo ed il fattore di potenza (spesso indicato con $\cos\varphi$). Questi valori sono validi in condizioni nominali. Il rendimento è talvolta sensibilmente più basso del valore teorico ($\eta \simeq 1 - s$) per via delle perdite nel ferro, quelle meccaniche e quelle di ventilazione. Si ha $W_m = \eta\sqrt{3}VI \cos\varphi$.

E' spesso indicata la coppia di spunto C_s (detta anche di avviamento) e la corrispondente corrente I_s . Questi valori sono talvolta indicati con i loro valori assoluti o tramite quelli relativi alla coppia e corrente nominale. Allo spunto, la coppia è spesso 2÷3 volte quella nominale, mentre la corrente nei motori grossi può essere anche più di 5 volte quella nominale. Ciò provoca grosse perdite per effetto joule che riscaldano sensibilmente il motore durante l'avviamento. Per questo il motore non può essere avviato troppo spesso per permettere il suo raffreddamento ed evitarne la bruciatura. In alcuni cataloghi viene indicato il numero massimo di avviamenti ammessi in un certo periodo di tempo.

E' talvolta indicato anche il valore di corrente magnetizzante I_μ , e cio è quella assorbita a vuoto. Detto valore può servire per tarare l'eventuale inverter.

E' generalmente presente il valore di coppia massima (2÷3 volte quella nominale) anche se sovente non è dichiarato a quale velocità viene sviluppata.

E' sempre presente il peso del motore e spesso il suo momento d'inerzia.

Quando previsti sono note caratteristiche aggiuntive della servoventola opzionale (tensione e potenza elettrica di alimentazione, portata d'aria) e dell'eventuale freno (tipo di freno, coppia frenante, numero di cicli ammesso, tensione e potenza di alimentazione, peso).

Come noto la servoventola va installata quando il motore debba funzionare a velocità basse ed alte coppie. I cataloghi riportano spesso diagrammi indicativi che permettono di individuare quando essa sia necessaria (figura 10.5 a pagina 424).

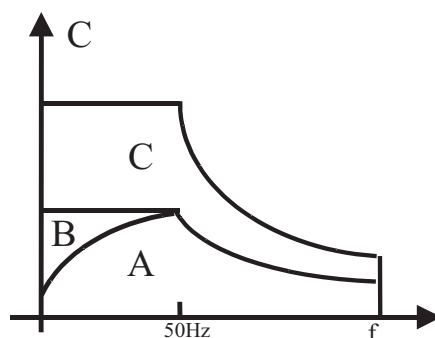


Figura 10.5: Campi operativi di un motore asincrono pilotato da un inverter. Zona A continuativa autoventilato, B continuativa servoventilato, C intermittente.

<i>SIMBOLO</i>	<i>DESCRIZIONE</i>
N_n	velocità nominale
C_n	coppia nominale
P	potenza nominale
I_n	corrente nominale
$\cos(\varphi)$	sfasamento tra tensione e corrente
η	rendimento alla velocità nominale
C_a	coppia di avviamento
C_{max}	coppia massima
I_a	corrente di avviamento
P_v	potenza assorbita dalla servoventilazione
Q_v	portata d'aria della servoventilazione
J	momento d'inerzia
M	massa del motore
Esempio di denominazione	
AA-2-0,6-1	
AA	tipologia di motore
2	numero di poli
0,6	potenza · 10 in kW
1	taglia

Tabella 10.17: Descrizione della simbologia e della denominazione dei motori asincroni delle tabelle 10.18, 10.19, 10.20, 10.21 e 10.22.

MOTORE	N_n	C_n	P		I_n	$\cos \varphi$	η	$\frac{C_a}{C_n}$	$\frac{C_{max}}{C_n}$	$\frac{I_a}{I_n}$	P_v	Q_v	$J \cdot 10^3$	M
	$\frac{giri}{min}$	Nm	kW	CV	A	-	-	-	-	-	W	$\frac{m^3}{min}$	kgm^2	kg
AA-2-0,6-1	2750	0,20	0,06	0,08	0,27	0,64	0,48	2,4	2,6	2,4	14	0,75	0,08	2,2
AA-2-0,6-2	2750	0,22	0,06	0,08	0,26	0,68	0,52	2,5	2,7	2,8	14	0,75	0,10	2,4
AA-2-0,7-1	2780	0,25	0,07	0,10	0,26	0,70	0,58	2,7	2,8	3,2	14	0,75	0,12	2,6
AA-2-1,2-2	2780	0,41	0,12	0,16	0,40	0,72	0,60	2,8	2,9	3,5	14	0,75	0,15	3,2
AA-2-1,7-1	2780	0,58	0,17	0,23	0,47	0,79	0,65	2,6	2,7	3,7	18	2,5	0,25	3,7
AA-2-2,2-2	2800	0,76	0,22	0,30	0,58	0,80	0,69	2,9	3,0	3,9	18	2,5	0,30	4,3
AA-2-3,6-3	2800	1,23	0,36	0,48	0,93	0,78	0,72	3,0	3,1	4,3	18	2,5	0,35	5,6
AA-2-3,7-1	2800	1,25	0,37	0,49	0,92	0,81	0,71	2,6	2,7	4,5	18	2,5	0,38	5,8
AA-2-5,0-2	2810	1,71	0,50	0,67	1,21	0,82	0,73	2,9	3,0	4,5	18	2,5	0,46	6,2
AA-2-6,2-3	2810	2,12	0,62	0,83	1,51	0,83	0,72	3,0	3,1	4,6	18	2,5	0,57	7,4
AA-2-7,2-1	2830	2,42	0,72	0,96	1,62	0,84	0,76	2,3	2,6	4,8	39	5,3	0,80	8,5
AA-2-10,9-2	2840	3,65	1,09	1,45	2,34	0,86	0,78	2,6	2,7	5,2	39	5,3	0,97	9,8
AA-2-14,1-3	2840	4,74	1,41	1,88	3,07	0,86	0,77	2,8	3,0	5,6	39	5,3	1,20	11
AA-2-18,8-4	2840	6,32	1,88	2,51	4,26	0,85	0,75	2,7	3,0	5,6	39	5,3	1,30	12
AA-2-14,8-5	2840	4,98	1,48	1,97	3,26	0,84	0,78	2,3	2,8	5,5	39	5,3	1,50	12
AA-2-21,3-6	2850	7,15	2,13	2,85	4,70	0,83	0,79	2,8	3,1	6,0	39	5,3	2,30	14
AA-2-27,8-7	2850	9,32	2,78	3,71	5,70	0,88	0,80	3,0	3,2	6,1	39	5,3	2,80	16
AA-2-29,1-1	2850	9,76	2,91	3,88	5,90	0,88	0,81	2,4	2,9	6,4	39	5,3	5,30	19
AA-2-41,6-2	2880	13,8	4,16	5,55	8,32	0,86	0,84	2,1	2,8	6,5	39	5,3	8,50	21
AA-2-41,8-1	2890	13,8	4,18	5,57	8,34	0,86	0,84	2,1	2,6	6,5	39	5,3	9,00	27
AA-2-55,3-2	2900	18,2	5,53	7,37	11,0	0,85	0,85	2,2	2,7	6,8	39	5,3	12,0	32
AA-2-70,6-7	2880	23,4	7,06	9,41	13,9	0,85	0,86	2,9	2,8	6,5	39	5,3	15,0	37
AA-2-71,7-5	2890	23,7	7,17	9,56	13,8	0,88	0,85	2,2	2,3	6,0	39	5,3	13,0	45
AA-2-73,5-6	2890	24,3	7,35	9,81	14,2	0,88	0,85	2,8	3,2	6,4	39	5,3	16,0	48
AA-2-111-8	2960	35,9	11,1	14,8	21,0	0,87	0,88	2,5	3,5	7,3	39	5,3	25,0	57
AA-2-137-9	2930	44,5	13,7	18,2	25,5	0,90	0,86	2,7	3,7	6,8	39	5,3	30,0	68
AA-2-126-8	2910	41,2	12,6	16,7	25,1	0,84	0,86	2,2	2,7	6,4	116	27	26,0	75
AA-2-152-9	2940	49,3	15,2	20,2	29,3	0,85	0,88	2,2	2,8	7,4	116	27	36,0	88
AA-2-190-10	2920	62,1	19,0	25,3	36,7	0,84	0,89	2,3	2,8	7,6	116	27	45,0	99

Tabella 10.18: Motori asincroni trifase 2 poli (1 paio di poli, $N_0 = 3000giri/min$).

MOTORE	N_n	C_n	P		I_n	$\cos \varphi$	η	$\frac{C_a}{C_n}$	$\frac{C_{max}}{C_n}$	$\frac{I_a}{I_n}$	P_v	Q_v	$J \cdot 10^3$	M
	$\frac{giri}{min}$	Nm	kW	CV	A	-	-	-	-	-	W	$\frac{m^3}{min}$	kgm^2	kg
AA-4-0,4-1	1340	0,25	0,04	0,05	0,17	0,60	0,50	2,0	2,1	2,4	14	0,75	0,08	2,2
AA-4-0,6-2	1340	0,43	0,06	0,08	0,27	0,63	0,52	2,1	2,3	2,6	14	0,75	0,10	2,4
AA-4-0,6-1	1350	0,42	0,06	0,08	0,25	0,63	0,54	2,3	2,5	2,5	14	0,75	0,15	2,5
AA-4-0,9-2	1350	0,61	0,09	0,11	0,34	0,65	0,56	2,3	2,5	2,8	14	0,75	0,15	2,6
AA-4-1,0-3	1350	0,70	0,10	0,13	0,37	0,66	0,58	2,4	2,7	2,8	14	0,75	0,20	3,2
AA-4-1,2-1	1350	0,82	0,12	0,15	0,42	0,66	0,60	2,4	2,8	3,0	18	2,5	0,28	3,7
AA-4-1,8-2	1370	1,23	0,18	0,24	0,62	0,68	0,60	2,5	2,8	3,0	18	2,5	0,40	4,3
AA-4-2,2-3	1410	1,50	0,22	0,30	0,81	0,66	0,60	2,6	2,9	3,2	18	2,5	0,40	4,3
AA-4-2,3-1	1380	1,60	0,23	0,31	0,73	0,70	0,65	2,5	2,7	3,6	18	2,5	0,50	5,8
AA-4-3,7-2	1390	2,55	0,37	0,49	1,08	0,74	0,67	2,5	2,8	3,5	18	2,5	0,80	6,2
AA-4-5,0-3	1390	3,45	0,50	0,67	1,53	0,72	0,66	2,6	2,8	3,8	18	2,5	0,90	7,4
AA-4-5,1-1	1400	3,50	0,51	0,68	1,45	0,75	0,68	2,5	2,6	4,0	39	5,3	1,40	8,5
AA-4-7,9-2	1400	5,40	0,79	1,06	2,15	0,76	0,70	2,6	2,8	4,2	39	5,3	1,70	9,8
AA-4-8,7-3	1340	6,22	0,87	1,16	2,40	0,75	0,70	2,5	2,7	4,3	39	5,3	2,00	11
AA-4-11,1-4	1400	7,55	1,11	1,48	3,00	0,75	0,71	2,7	2,8	4,3	39	5,3	2,30	11
AA-4-11,3-5	1420	7,63	1,13	1,51	2,80	0,78	0,75	2,5	2,6	4,2	39	5,3	3,30	12
AA-4-14,6-6	1420	9,84	1,46	1,95	3,47	0,78	0,78	2,6	2,7	4,6	39	5,3	4,00	14
AA-4-18,1-7	1420	12,2	1,81	2,42	4,53	0,75	0,77	2,6	2,8	4,7	39	5,3	5,00	16
AA-4-22,2-1	1430	14,8	2,22	2,96	5,13	0,80	0,78	2,5	2,6	4,9	39	5,3	6,00	19
AA-4-29,2-2	1430	19,5	2,92	3,89	6,59	0,82	0,78	2,5	2,7	5,0	39	5,3	8,50	21
AA-4-38,9-3	1430	26,0	3,89	5,19	9,12	0,79	0,78	2,5	2,7	5,0	39	5,3	11,0	23
AA-4-39,7-1	1440	26,3	3,97	5,29	8,83	0,81	0,80	2,6	2,9	5,3	39	5,3	13,0	29
AA-4-55,7-3	1410	37,7	5,57	7,42	12,2	0,82	0,80	2,7	3,0	5,5	39	5,3	16,0	35
AA-4-65,1-4	1450	42,9	6,51	8,69	14,3	0,81	0,81	2,5	2,8	5,8	39	5,3	24,0	43
AA-4-74,4-7	1450	49,0	7,44	9,92	15,8	0,83	0,82	2,6	3,0	6,2	39	5,3	28,5	48
AA-4-93,3-8	1460	61,0	9,33	12,4	18,6	0,83	0,87	2,5	3,2	5,5	39	5,3	36,2	54
AA-4-112-7	1460	73,2	11,2	14,9	23,2	0,81	0,86	2,3	2,2	5,3	116	27	59,0	68
AA-4-140-6	1460	91,6	14,0	18,7	28,3	0,82	0,87	2,2	2,3	5,6	116	27	80,5	82

Tabella 10.19: Motori asincroni trifase 4 poli (2 paia di poli, $N_0=1500$ giri/min).

MOTORE	N_n	C_n	P		I_n	$\cos \varphi$	η	$\frac{C_a}{C_n}$	$\frac{C_{max}}{C_n}$	$\frac{I_a}{I_n}$	P_v	Q_v	$J \cdot 10^3$	M
	$\frac{giri}{min}$	Nm	kW	CV	A	-	-	-	-	-	W	$\frac{m^3}{min}$	kgm^2	kg
AA-6-2,2-0,5-1	810	0,54	0,05	0,06	0,29	0,54	0,42	1,6	1,7	2,3	14	0,75	0,15	2,5
AA-6-0,6-2	810	0,72	0,06	0,08	0,34	0,56	0,46	1,8	2,1	2,3	14	0,75	0,22	3,1
AA-6-0,8-2	850	0,91	0,08	0,11	0,41	0,60	0,47	2,1	2,2	3,1	16	2,5	0,23	3,7
AA-6-1,0-3	850	1,17	0,10	0,14	0,48	0,63	0,50	2,4	2,2	3,2	16	2,5	0,39	4,1
AA-6-1,7-1	865	1,89	0,17	0,23	0,67	0,66	0,56	2,4	2,5	3,1	16	2,5	0,60	5,8
AA-6-2,4-2	875	2,62	0,24	0,32	0,94	0,66	0,56	2,5	2,5	3,2	16	2,5	0,80	6,3
AA-6-3,4-3	885	3,71	0,34	0,46	1,23	0,66	0,61	2,5	2,6	3,2	16	2,5	0,95	6,4
AA-6-3,6-1	920	3,75	0,36	0,48	1,18	0,68	0,65	2,4	2,6	3,3	39	5,3	2,03	8,6
AA-6-5,5-2	920	5,72	0,55	0,73	1,70	0,72	0,65	2,4	2,5	3,7	39	5,3	2,52	10,4
AA-6-7,7-3	920	7,96	0,77	1,02	2,23	0,74	0,67	2,5	2,5	3,8	39	5,3	2,61	11,2
AA-6-7,7-5	930	7,89	0,77	1,02	2,05	0,75	0,72	2,5	2,5	3,9	39	5,3	3,45	12,2
AA-6-11,1-6	930	11,4	1,11	1,48	2,81	0,77	0,74	2,5	2,7	4,1	39	5,3	4,55	14,1
AA-6-15,1-7	935	15,4	1,51	2,01	3,98	0,77	0,71	2,2	2,8	4,3	39	5,3	5,21	16,2
AA-6-15,2-1	950	15,3	1,52	2,03	3,76	0,78	0,75	2,6	2,9	4,6	39	5,3	8,72	19,3
AA-6-18,6-2	950	18,7	1,86	2,48	4,53	0,78	0,76	2,6	2,8	4,8	39	5,3	10,3	20,5
AA-6-22,1-3	955	22,1	2,21	2,95	5,24	0,78	0,78	2,5	2,6	4,9	39	5,3	11,5	22,5
AA-6-22,9-1	960	22,8	2,29	3,06	5,24	0,77	0,82	2,5	2,5	5,0	39	5,3	14,9	29,0
AA-6-27,5-2	845	31,1	2,75	3,67	6,13	0,79	0,82	2,1	2,3	5,5	39	5,3	16,8	34,5
AA-6-36,1-5	955	36,1	3,61	4,81	8,04	0,79	0,82	2,2	2,4	5,5	39	5,3	28,9	42,0
AA-6-44,8-6	955	44,8	4,48	5,97	9,63	0,79	0,85	2,3	2,4	5,7	39	5,3	31,0	50,5
AA-6-52,1-7	955	52,1	5,21	6,95	10,9	0,81	0,85	2,4	2,5	5,9	39	5,3	41,5	56,0
AA-6-75,8-6	975	74,2	7,58	10,1	15,3	0,82	0,87	2,3	2,1	5,3	116	27	86,0	72,0
AA-6-111-8	980	109	11,1	14,8	22,5	0,82	0,87	2,3	2,5	5,5	116	27	127	105

Tabella 10.20: Motori asincroni trifase 6 poli (3 paia di poli, $N_0=1000$ giri/min).

MOTORE	N_n giri min	C_n Nm	P		I_n A	$\cos \varphi$ -	η -	$\frac{C_a}{C_n}$ -	$\frac{C_{max}}{C_n}$ -	$\frac{I_a}{I_n}$ -	P_v W	Q_v $\frac{m^3}{min}$	$J \cdot 10^3$ kgm ²	M kg
			kW	CV										
AA-8-0,3-1	630	0,45	0,03	0,04	0,23	0,48	0,39	1,8	1,8	1,8	14	0,75	0,11	3,3
AA-8-0,5-2	650	0,73	0,05	0,07	0,34	0,51	0,41	2,1	2,1	1,8	16	2,5	0,35	3,8
AA-8-0,6-3	650	0,91	0,06	0,08	0,43	0,51	0,41	2,1	2,2	1,9	16	2,5	0,62	4,2
AA-8-0,8-2	650	1,16	0,08	0,11	0,48	0,55	0,43	2,1	2,1	1,9	16	2,5	0,81	4,6
AA-8-1,0-3	650	1,48	0,10	0,13	0,57	0,57	0,45	2,3	2,1	2,2	16	2,5	1,05	6,2
AA-8-2,0-1	660	2,89	0,20	0,27	0,84	0,61	0,56	2,3	2,3	2,5	39	5,3	2,10	8,6
AA-8-2,3-2	660	3,35	0,23	0,31	0,96	0,62	0,56	2,4	2,4	2,7	39	5,3	2,55	10,5
AA-8-3,6-3	660	5,15	0,36	0,47	1,45	0,61	0,58	2,1	2,5	2,9	39	5,3	2,70	12
AA-8-3,5-5	670	4,92	0,35	0,46	1,34	0,63	0,59	2,2	2,3	3,2	39	5,3	3,40	12
AA-8-5,3-7	670	7,53	0,53	0,70	1,89	0,65	0,62	2,1	2,2	3,3	39	5,3	4,52	13,5
AA-8-7,4-8	670	10,5	0,74	0,98	2,52	0,63	0,67	2,2	2,1	3,5	39	5,3	5,70	16
AA-8-7,0-1	680	9,88	0,70	0,94	2,30	0,65	0,68	1,8	2,2	3,7	39	5,3	8,55	18,5
AA-8-10,8-2	680	15,2	1,08	1,44	3,23	0,69	0,70	2,0	2,2	4,1	39	5,3	11,5	22
AA-8-17,7-3	670	20,9	1,47	1,96	4,38	0,69	0,70	1,9	2,2	4,3	39	5,3	13,5	23
AA-8-15,1-1	710	20,3	1,51	2,01	4,26	0,71	0,72	2,2	2,3	3,9	39	5,3	16,3	31,5
AA-8-22,3-5	710	30,0	2,23	2,97	6,30	0,71	0,72	2,1	2,5	4,5	39	5,3	28,0	41,5
AA-8-29,0-6	710	39,0	2,90	3,87	7,96	0,73	0,72	2,0	2,1	4,5	39	5,3	35,6	49,5
AA-8-41,3-7	690	57,1	4,13	5,50	11,0	0,75	0,72	1,9	2,2	5,0	39	5,3	52,1	59,5
AA-8-46,0-8	730	60,2	4,60	6,14	11,35	0,75	0,78	1,8	2,4	4,7	116	27	70,4	65
AA-8-55,1-9	735	71,6	5,51	7,35	13,1	0,76	0,80	1,9	2,3	4,8	116	27	85,4	73,5
AA-8-76,6-6	735	99,5	7,66	10,21	17,5	0,79	0,80	1,9	2,2	4,7	116	27	119	90

Tabella 10.21: Motori asincroni trifase 8 poli (4 paia di poli, $N_0=750$ giri/min).

MOTORE	N_n giri min	C_n Nm	P		I_n A	$\cos \varphi$ -	η -	$\frac{C_a}{C_n}$ -	$\frac{C_{max}}{C_n}$ -	$\frac{I_a}{I_n}$ -	P_v W	Q_v $\frac{m^3}{min}$	$J \cdot 10^3$ kgm ²	M kg
			kW	CV										
AA-12-0,9-3	405	2,1	0,09	0,12	0,6	0,60	0,35	1,3	2,2	1,6	16	2,5	1,1	6,5
AA-12-1,7-2	410	4,0	0,17	0,23	1,1	0,60	0,41	1,6	3,9	1,7	39	5,3	3,1	11
AA-12-2,4-5	415	5,6	0,24	0,32	1,7	0,58	0,42	1,7	5,7	1,8	39	5,3	5,2	15
AA-12-3,7-1	420	8,3	0,37	0,49	2,1	0,58	0,45	1,9	8,4	1,6	39	5,3	10	21
AA-12-5,4-2	445	12	0,54	0,71	2,8	0,60	0,53	2,5	11,4	2,1	39	5,3	13	23
AA-12-7,5-2	445	16	0,75	0,99	3,0	0,62	0,58	2,7	16	2,2	39	5,3	16	28
AA-12-10,8-5	450	23	1,08	1,45	6,1	0,62	0,60	1,9	23	3,3	39	5,3	30	55
AA-12-14,8-6	455	31	1,48	1,97	6,5	0,56	0,60	1,7	31	3,5	39	5,3	37	66
AA-12-30,0-6	455	63	3,00	4,00	11	0,60	0,72	2,0	64	3,9	116	27	88	116
AA-12-38,7-7	445	83	3,87	5,16	14	0,62	0,70	2,3	82	4,1	116	27	129	140

Tabella 10.22: Motori asincroni trifase 12 poli (6 paia di poli, $N_0=500$ giri/min).

MOTORE	N_n giri min	C_n Nm	P		I_n A	$\cos \varphi$ -	η -	$\frac{C_a}{C_n}$ -	$\frac{I_a}{I_n}$ -	C μF	$J \cdot 10^4$ kgm ²	M kg
			CV	W								
AM-2-1,8-1	2760	0.65	0.24	0.18	1.7	0.90	0.55	0.75	2.2	9	2	4.2
AM-2-4,1-2	2760	1.15	0.55	0.41	3.3	0.90	0.57	0.75	2.4	13	4	6.0
AM-2-5,3-2	2760	1.85	0.70	0.53	4.7	0.91	0.59	0.75	2.4	17	5	6.5
AM-2-7,9-3	2760	2.35	1.05	0.79	5.1	0.91	0.72	0.75	2.4	17	5	7.0
AM-2-5,6-3	2760	1.85	0.75	0.56	4.9	0.94	0.61	0.85	2.9	17	8	9.1
AM-2-7,9-3	2760	2.35	1.05	0.79	5.9	0.95	0.64	0.85	2.9	22	9	9.3
AM-2-10,9-3	2760	3.45	1.45	1.09	8.2	0.96	0.65	0.85	3.1	26	11	11
AM-2-15,4-4	2760	4.75	2.05	1.54	10	0.98	0.68	0.85	3.1	32	12	12
AM-2-15,4-4	2830	4.75	2.05	1.54	10	0.99	0.70	0.85	3.1	32	21	14
AM-2-22,9-4	2850	7.25	3.05	2.29	14	0.99	0.75	0.85	3.6	45	24	17
AM-2-22,9-5	2900	7.25	3.05	2.29	14	0.99	0.71	0.85	3.6	75	48	19

Tabella 10.23: Motori asincroni monofase 2 poli (1 paia di poli, $N_0=3000$ giri/min), C= capacità del condensatore di avviamento.

MOTORE	N_n $\frac{\text{giri}}{\text{min}}$	C_n Nm	P		I_n A	$\cos \varphi$ -	η -	$\frac{C_a}{C_n}$ -	$\frac{I_a}{I_n}$ -	C μF	$J \cdot 10^4$ kgm^2	M kg
			CV	W								
AM-4-1,8-1	1340	1.14	0.24	0.18	1.5	0.95	0.52	0.85	2.0	9	4	4.3
AM-4-2,7-2	1340	1.85	0.36	0.27	1.6	0.95	0.52	0.85	2.6	13	7	6.3
AM-4-3,8-2	1340	2.42	0.51	0.38	3.2	0.95	0.54	0.85	2.6	17	21	7.1
AM-4-3,8-3	1340	2.42	0.51	0.38	3.0	0.95	0.56	0.85	2.6	13	13	6.8
AM-4-5,7-3	1340	3.55	0.76	0.57	4.2	0.95	0.60	0.85	2.6	17	16	8.3
AM-4-7,9-3	1340	4.75	1.05	0.79	5.6	0.95	0.61	0.85	2.6	22	18	9.7
AM-4-10,5-3	1340	6.35	1.40	1.05	7.4	0.95	0.63	0.75	3.1	26	21	12
AM-4-11,6-4	1370	7.25	1.55	1.16	7.7	0.96	0.65	0.75	3.1	32	50	13
AM-4-12,8-4	1390	9.55	2.10	1.58	10	0.96	0.71	0.75	3.1	32	54	15
AM-4-19,5-4	1390	11.7	2.60	1.95	12	0.97	0.72	0.75	3.1	45	65	17
AM-4-23,3-5	1410	15.1	3.10	2.33	13	0.98	0.76	0.75	3.5	75	99	21

Tabella 10.24: Motori asincroni monofase 4 poli (2 paia di poli, $N_0=1500$ giri/min), $C=$ capacità del condensatore di avviamento.

MOTORE	N_n $\frac{\text{giri}}{\text{min}}$	C_n Nm	P		I_n A	$\cos \varphi$ -	η -	$\frac{C_a}{C_n}$ -	$\frac{I_a}{I_n}$ -	C μF	$J \cdot 10^4$ kgm^2	M kg
			CV	W								
AM-6-1,8-1	910	2.55	0.35	0.26	2.3	0.90	0.58	0.81	2.6	13	14	8.5
AM-6-2,7-2	910	3.65	0.55	0.41	3.2	0.91	0.60	0.81	2.6	17	16	10
AM-6-3,8-2	910	5.35	0.70	0.53	4.5	0.92	0.62	0.81	2.6	21	18	11
AM-6-3,8-3	930	7.25	1.05	0.79	5.9	0.96	0.63	0.72	3.1	26	45	15
AM-6-5,7-3	930	10.5	1.15	0.86	8.1	0.97	0.66	0.72	3.1	31	54	17

Tabella 10.25: Motori asincroni monofase 6 poli (3 paia di poli, $N_0=1000$ giri/min), $C=$ capacità del condensatore di avviamento.

10.8 Motori sincroni a commutazione elettronica (“brushless”)

La descrizione che segue fa riferimento ai dati di tabella 10.27 a pagina 432. La simbologia fa riferimento alla tabella 10.26 e alla figura 11.31 pagina 486.

In ogni catalogo sono presenti tutti i valori necessari per la scelta della taglia del motore facendo riferimento ai seguenti modelli normalmente considerati per legare le grandezze elettriche a quelle meccaniche e a quelle termiche (vedi capitolo §5.7)

$$\vartheta = \frac{W_d}{R_{th}} \quad W_d \simeq \frac{R}{K_t^2} C^2 + A\omega^2 \quad \begin{cases} C = K_t I \\ V = K_e \omega + \sqrt{3} (R + j\omega p L) I \end{cases}$$

ove W_d è la potenza termica dissipata, R e L sono la resistenza e l'induttanza di fase, K_t e K_e sono le costanti di tensione e di corrente, ω è la velocità angolare, C la coppia, p il numero di paia di poli, θ è la temperatura, R_{th} la resistenza termica, V e I la tensione e la corrente, A è un'apposita costante, $j = \sqrt{-1}$.

Da queste assunzioni si deduce che il grafico del campo di funzionamento continuativo ha la forma di una porzione di ellisse dovendo essere $C^2 + \lambda\omega^2 \leq C_n^2$ ove con C_n si è indicata la coppia nominale e con λ si è indicata un'apposita costante determinabile conoscendo la coppia sopportabile continuativamente a un determinata velocità (vedi capitolo §4). Nel caso in esame il valore si riferisce alla sovratemperatura di 105°C.

Tra i dati disponibili è normalmente evidenziata la coppia nominale C_n e ciò è quella cioè sopportabile per tempo indefinito a velocità nulla con una sovratemperatura massima dipendente dalla classe d'isolamento. Nel caso comune di classe F si considera una sovratemperatura di 100° C. E' talvolta presente un secondo valore di coppia nominale per sovratemperatura inferiore (ad es. 65° C); tra i valori di coppia a diverse temperature, trascurando la variazione di resistenza, vale approssimativamente $\vartheta_1/\vartheta_2 \simeq C_{n1}^2/C_{n2}^2$.

E' sempre presente il valore di velocità nominale che è il valore di velocità indicativo di buon funzionamento ed è il valore di velocità considerato come riferimento per fornire altri dati. E' spesso presente il valore di velocità massima ammissibile ω_{max} . I due valori di velocità possono coincidere.

E' sempre presente il valore del momento d'inerzia J e quello della massa M del motore. Tra i dati termici sono presenti spesso alcuni dei dati seguenti: capacità termica C_{th} , resistenza termica R_{th} , costante di tempo termica $\tau_{th} = C_{th}R_{th}$. Il valore di τ (che spesso è dell'ordine dei parecchi minuti) è quello che, comparato con la durata dei cicli di funzionamento, permette di decidere quando è sufficiente fare riferimento alla coppia quadratica media (cicli corti rispetto a τ) e quando è necessario uno studio più approfondito dei transitori termici.

Tutti i dati termici, incluse le coppie nominali, sono validi solo nelle condizioni specificate ad esempio con motore sospeso in aria senza ventilazione. In condizione di esercizio ci si troverà in situazione migliore o peggiore a seconda che lo smaltimento di calore sia facilitato o ostacolato rispetto alla condizione standard considerata.

E' sempre specificato il numero di paia di poli (o il numero di poli) e il tipo di connessione delle fasi (normalmente a stella).

E' sempre presente il valore delle costanti di coppia K_t e di tensione K_e , che per le assunzioni fatte, stanno tra loro nel rapporto $K_t/K_e = \sqrt{3}$. Questi valori sono forniti normalmente a 20° perché possono essere verificabili facilmente a macchina fredda. Talvolta

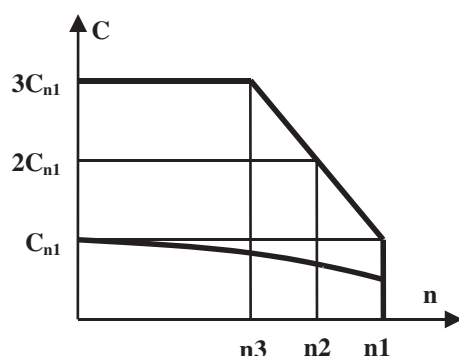


Figura 10.6: Campo operativo dei motori “brushless” della tabella 10.27.

è fornita un’indicazione sulla loro variazione (modesta) con la temperatura (circa 8% per 100°C). In luogo del valore della costante di tensione è talvolta fornito il valore di forza controelettromotrice (F_{cem}) E ad una data velocità (nel nostro caso 1000 giri/min). Si ricorda che, indicando la velocità in radianti al secondo, vale $K_e = V/\omega$.

Il valore di resistenza elettrica è generalmente fornito a 20° C (si ricorda che un incremento di 100° C provoca un aumento di resistenza approssimativo del 35%) e quello dell’induttanza ad una frequenza predefinita (ad es. 1000Hz). Talvolta questi valori sono quelli di fase, talvolta (come nel nostro caso) quelli misurati da morsetto a morsetto (nel caso di connessione a stella, il valore ai morsetti è il doppio di quello di fase).

I valori di R , L , K_t e K_e permettono di determinare la tensione minima di alimentazione per produrre una certa coppia istantanea o equivalentemente a determinare la coppia massima ad una determinata velocità per una prefissata tensione di alimentazione, infatti deve essere:

$$\begin{cases} C = K_t I \\ V^2 \geq (K_e \omega + \sqrt{3} R I)^2 + (\sqrt{3} \omega p L I)^2 \end{cases}$$

dato che K_e e R variano con la temperatura è necessario calcolare i limiti a caldo e a freddo e considerare poi quello più restrittivo.

Il valore della corrente nominale è quello relativo alla coppia nominale, quella di picco è la massima ammissibile senza danneggiare il motore e determina la coppia di picco massima. Nel caso in esame sono forniti i valori di N_1 , N_2 e N_3 , cioè le velocità massime rispettivamente per $C = C_n$, $C = 2C_n$ e $C = 3C_n$.

Per ogni valore di coppia nominale sono spesso presenti motori con diverse velocità nominali. Si osservi come spesso per motori della stessa taglia (cio è stessa coppia nominale, stessa massa, stesso momento d’inerzia) siano presenti diverse versioni con diverse velocità nominali. Quelli che hanno la stessa tensione di alimentazione hanno i relativi parametri in relazione alla velocità; K_e e K_t diminuiscono con andamento inverso alla velocità, mentre R e L con andamento inverso al quadrato della tensione. Da un bilancio di potenza ($C\omega = \sqrt{3}VI$) si deduce che la corrente nominale cresce in proporzione alla velocità nominale richiedendo un convertitore di taglia superiore (vedi paragrafo §5.11).

<i>SIMBOLO</i>	<i>DESCRIZIONE</i>
C_{n1}	Coppia a rotore bloccato con sovratemperatura $\Theta=105$ °C
I_{n1}	Corrente a rotore bloccato con sovratemperatura $\Theta=105$ °C
C_{n2}	Coppia a rotore bloccato con sovratemperatura $\Theta=65$ °C
I_{n2}	Corrente a rotore bloccato con sovratemperatura $\Theta=65$ °C
C_{max}	Coppia massima si spunto
$N_1 N_2 N_3$	velocità massima rispettivamente per coppia C_{n1} , $2C_{n1}$ e $3C_{n1}$
τ_{th}	costante di tempo termica
M	massa del motore
J	momento d'inerzia del rotore
E	forza contro elettro motrice ai morsetti (fase-fase) a 1000 giri/min
R_a	resistenza ai morsetti (fase-fase)
L_a	induttanza ai morsetti (fase-fase)
p	numero di coppie polari
λ	coefficiente di riduzione della coppia continuativa $C = \sqrt{C_n^2 - \lambda\omega^2}$
Esempio di denominazione	
BB-2-80-20	
BB	tipologia di motore
2	taglia
80	velocità nominale/100 in giri/min
20	diametro rotore

Tabella 10.26: Descrizione della simbologia e della denominazione dei motori brushless della tabella 10.27 a pagina 432, vedi figura 11.31.

MOTORE	C_{n1} Nm	I_{n1} A	C_{n2} Nm	I_{n2} A	C_{max} Nm	N_1 giri min	N_2 giri min	N_3 giri min	τ_{th} min	M kg	J kgcm ²	E V	R_a Ω	L_a mH	p -	$\lambda \cdot 10^6$ $\frac{N^2 m^2 s^2}{rad^2}$
BB-2-80-20	0,35	1,10	0,30	0,91	1,05	8520	6910	5350	20	1,5	0,21	21	15,4	35	2	0,05
BB-3-40-20	0,66	1,07	0,57	0,89	1,98	4360	3450	2580	20	2,0	0,38	41	21,1	59	2	0,18
BB-3-80-20	0,65	1,94	0,56	1,32	1,95	8360	7260	5910	20	2,0	0,38	22	6,5	18	2	0,17
BB-1-80-30	0,62	1,94	0,53	1,62	1,86	8970	8020	6850	43	1,8	0,55	21	3,58	17	2	0,16
BB-2-40-30	0,91	1,66	0,78	1,39	2,73	5010	4160	3270	24	2,2	0,75	36	11,4	31	2	0,34
BB-2-80-30	0,91	2,72	0,78	2,27	2,73	8460	7540	6290	24	2,2	0,75	22	4,18	12	2	0,34
BB-3-40-30	1,14	1,78	0,98	1,49	3,42	4290	3560	2790	27	2,5	1,0	42	10,8	34	2	0,53
BB-3-80-30	1,14	3,26	0,98	2,72	3,42	8180	7400	6380	30	2,5	1,0	23	2,90	9,4	2	0,53
BB-1-30-40	0,91	1,15	0,78	0,96	2,73	3420	2760	2110	30	3,0	1,0	52	18,5	45	3	0,76
BB-1-60-40	0,91	2,21	0,78	1,85	2,73	6800	5850	4720	29	3,0	1,0	27	5,15	14	3	0,76
BB-2-30-40	1,78	2,29	1,53	1,91	5,34	3540	2930	2300	27	4,7	2,0	51	6,88	26	3	2,89
BB-2-45-40	1,78	3,00	1,53	2,50	5,34	4710	4070	3300	26	4,7	2,0	39	4,12	14	3	2,89
BB-2-60-40	1,78	4,03	1,53	3,37	5,34	6400	5630	4640	25	4,7	2,0	29	2,42	7,9	3	2,89
BB-3-30-40	2,62	2,97	2,26	2,48	7,86	3140	2660	2120	27	5,5	3,0	58	5,06	21	3	6,26
BB-3-45-40	2,62	4,30	2,26	3,59	7,86	4630	4050	3320	29	5,5	3,0	40	2,27	11	3	6,26
BB-3-60-40	2,62	5,74	2,26	4,79	7,86	6210	5440	4510	27	5,5	3,0	30	1,36	6,1	3	6,26
BB-4-30-40	3,17	3,86	2,73	3,22	9,51	3440	3050	2540	36	6,3	4,0	54	2,72	14	3	9,16
BB-4-45-40	3,17	5,08	2,73	4,24	9,51	4580	4090	3470	35	6,3	4,0	41	1,63	8,2	3	9,16
BB-4-60-40	3,17	7,18	2,73	6,00	9,51	6570	5990	5290	36	6,3	4,0	29	0,78	3,8	3	9,16
BB-5-30-40	3,82	4,48	3,29	3,74	11,5	3330	2970	2490	37	7,1	5,0	56	2,31	12	3	13,31
BB-5-45-40	3,82	5,98	3,29	4,99	11,5	4510	4100	3600	39	7,1	5,0	42	1,21	6,4	3	13,31
BB-5-60-40	3,82	8,66	3,29	7,22	11,5	6420	5570	4580	34	7,1	5,0	29	0,67	4,3	3	13,31
BB-1-30-55	5,22	6,24	4,50	5,21	15,7	3200	2470	1870	43	12,0	6,95	55	1,51	16	3	50,7
BB-1-50-55	5,22	10,4	4,50	8,68	15,7	5200	3830	2840	36	12,0	6,95	33	0,66	6,9	3	50,7
BB-2-20-55	7,70	6,17	6,64	5,15	23,1	2080	1530	1130	44	14,0	10,6	82	1,88	27	3	110
BB-2-30-55	7,70	8,88	6,64	7,41	23,1	3040	2280	1700	42	14,0	10,6	57	0,95	13	3	110
BB-2-40-55	7,70	11,8	6,64	9,8	23,1	4080	3130	2360	44	14,0	10,6	43	0,52	7,2	3	110
BB-2-50-55	7,70	14,5	6,64	12,1	23,1	5180	4250	3310	44	14,0	10,6	35	0,34	4,0	3	110
BB-3-25-55	9,94	9,33	8,57	7,79	29,8	2510	1930	1450	47	15,8	13,9	70	0,95	14	3	184
BB-3-30-55	9,94	11,3	8,57	9,40	29,8	3040	2360	1790	48	15,8	13,9	58	0,64	10	3	184
BB-3-35-55	9,94	13,9	8,57	11,6	29,8	3710	2820	2120	44	15,8	13,9	47	0,46	6,8	3	184
BB-3-50-55	9,94	18,7	8,57	15,6	29,8	5120	4070	3120	45	15,8	13,9	35	0,25	3,4	3	184
BB-4-20-55	12,2	9,4	10,5	7,87	36,6	2070	1600	1210	46	17,7	17,5	85	1,09	16	3	277
BB-4-25-55	12,2	11,1	10,5	9,29	36,6	2510	2060	1610	50	17,7	17,5	72	0,72	10	3	277
BB-4-30-55	12,2	13,8	10,5	11,5	36,6	3080	2450	1880	51	17,7	17,5	58	0,46	7,4	3	277
BB-4-45-55	12,2	20,6	10,5	17,2	36,6	4560	3570	2720	48	17,7	17,5	39	0,22	3,6	3	277
BB-1-25-75	11,4	11,7	9,83	9,8	34,2	2730	2070	1560	66	23,6	26,0	64	0,54	11	3	741
BB-1-30-75	11,4	13,6	9,83	11,4	34,2	3220	2510	1900	67	23,6	26,0	55	0,39	7,7	3	741
BB-1-35-75	11,4	17,0	9,83	14,2	34,2	4010	3100	2350	67	23,6	26,0	44	0,25	5,1	3	741
BB-1-40-75	11,4	18,7	9,83	15,6	34,2	4490	3590	2760	82	23,6	26,0	40	0,17	3,9	3	741
BB-2-20-75	15,8	13,5	13,6	11,3	47,4	2250	1680	1250	70	27,7	38,0	77	0,48	12	3	1423
BB-2-25-75	15,8	16,0	13,6	13,3	47,4	2760	2200	1690	70	27,7	38,0	65	0,34	7,2	3	1423
BB-2-30-75	15,8	18,2	13,6	15,2	47,4	3170	2570	1990	76	27,7	38,0	57	0,24	5,4	3	1423
BB-2-40-75	15,8	23,6	13,6	19,7	47,4	4130	3370	2620	78	27,7	38,0	44	0,14	3,2	3	1423
BB-3-20-75	22,0	18,1	19,0	15,1	66,0	2170	1640	1220	62	31,7	50,1	80	0,36	9,1	3	2758
BB-3-30-75	22,0	26,8	19,0	22,3	66,0	3230	2450	1840	64	31,7	50,1	54	0,16	4,2	3	2758
BB-3-40-75	22,0	34,4	19,0	28,7	66,0	4220	3290	2500	68	31,7	50,1	42	0,09	2,4	3	2758
BB-4-15-75	26,5	15,8	22,8	13,2	79,5	1670	1410	1130	85	35,6	61,8	110	0,40	10	3	4002
BB-4-25-75	26,5	26,0	22,8	21,7	79,5	2660	2090	1600	66	35,6	61,8	67	0,19	4,8	3	4002
BB-4-34-75	26,5	34,1	22,8	28,5	79,5	3480	2710	2060	66	35,6	61,8	51	0,11	2,9	3	4002
BB-1-20-90	32,4	28,4	27,9	23,7	97,2	2210	1540	1120	98	50,5	120	75	0,16	6,8	3	15316
BB-1-25-90	32,4	34,3	27,9	28,7	97,2	2700	1910	1400	89	50,5	120	62	0,12	4,5	3	15316
BB-1-30-90	32,4	40,9	27,9	34,2	97,2	3250	2320	1710	94	50,5	120	52	0,08	3,1	3	15316
BB-2-16-90	40,5	26,4	34,9	22,0	122	1710	1280	950	105	58,8	160	101	0,20	8,2	3	23932
BB-2-23-90	40,5	36,0	34,9	30,0	122	2380	1840	1390	103	58,8	160	74	0,11	4,1	3	23932
BB-2-30-90	40,5	53,2	34,9	44,4	122	3460	2570	1910	103	58,8	160	50	0,05	2,1	3	23932
BB-3-13-90	48,9	25,3	42,2	21,1	147	1390	1080	820	123	69,5	200	127	0,21	10	3	34888
BB-3-18-90	48,9	34,9	42,2	29,2	147	1930	1510	1150	104	69,5	200	92	0,13	5,0	3	34888
BB-3-27-90	48,9	50,2	42,2	41,9	147	2770	2150	1640	94	69,5	200	64	0,07	2,5	3	34888
BB-4-11-90	59,4	25,7	51,2	21,4	178	1170	930	710	140	75,2	240	152	0,20	11	3	51480
BB-4-15-90	59,4	36,1	51,2	30,2	178	1640	1290	980	94	75,2	240	108	0,15	5,6	3	51480
BB-4-23-90	59,4	52,0	51,2	43,4	178	2400	1920	1480	97	75,2	240	75	0,07	2,6	3	51480
BB-5-13-90	67,0	34,9	57,8	29,2	201	1420	1140	880	105	83,5	280	126	0,16	6,3	3	65496
BB-5-20-90	67,0	50,6	57,8	42,2	201	2010	1530	1150	114	83,5	280	87	0,07	3,6	3	65496

10.9 Motori passo-passo

I dati normalmente presentati nel catalogo sono quelli che permettono una scelta del motore dal punto di vista della precisione di movimento e della taglia.

I valori indicati nella tabella 10.28 di pagina 433 e nelle figure 10.7 di pagina 434 sono dati tipici per motori ibridi (vedi anche capitolo §5.8).

L'angolo di passo p è normalmente indicato in gradi. In alternativa può essere indicato il numero di passi N in un giro ($p = 360/N$). E' spesso presente il valore di precisione di angolo di passo normalmente indicato in percentuale.

Il valore di corrente nominale è quello di fase (va raddoppiata in caso di fasi in parallelo) ed è il valore per il quale vengono indicati i valori di coppia.

I valori di resistenza e di induttanza di fase si riferiscono ad un singolo avvolgimento.

Il numero di fili (4, 6 o 8, e quindi 2, 3 o 4 per fase) indica le possibili modalità di alimentazione del motore (unipolare, bipolare-serie, bipolare parallelo).

La coppia di mantenimento C_h (hold-on) è quella sopportabile dal motore a velocità nulla senza perdere il passo. Per i motori a 4 fili sono generalmente dati due valori: quello per alimentazione unipolare C'_h e quello per alimentazione bipolare C''_h il primo dei quali risulta essere circa il 75% del secondo. La coppia di mantenimento è spesso indicata quando siano alimentate due fasi contemporaneamente; pertanto il valore della coppia di mantenimento risulta essere pari a circa $\sqrt{2}$ volte la coppia di pull-out per basse velocità dato che in condizioni dinamiche si alimenta normalmente una sola fase per volta.

Il valore di coppia residua, che è molto minore di quella di mantenimento rappresenta la coppia che il motore oppone alla rotazione quando esso non sia alimentato.

Dato che normalmente la taglia dei motori passo è piccola, i valori di coppia sono spesso indicati in newton-centimetro [Ncm] e vanno divisi per 100 per riportarsi alle unità più classiche Nm.

Analogamente il momento d'inerzia è dato spesso in grammi-centimetro quadrato [g·cm²] e il valore va diviso per 10⁷ per riportarsi alle unità classiche kg·m².

Infine è spesso riportato il valore della tensione massima di alimentazione.

Per ogni motore viene normalmente fornito il grafico sperimentale della curva di pull-out in funzione della frequenza di alimentazione in passi al secondo [Hz]. Quella di pull-in va invece determinata per via sperimentale o teorica conoscendo il carico ad esso collegato (vedi capitolo §5.8).

Dato che i motori passo funzionano male alle basse velocità, spesso le curve di pull-out sono fornite soltanto a partire da una certa frequenza (spesso 100Hz).

MOTORE	I_n	step		L	R	C'_h	C''_h	J	C_{res}	M	V_{max}	C.I.
	A	°	±%	mH	Ω	Ncm	Ncm	gcm ²	Ncm	kg	V	
PP-41-33-36-7,5	0,80	3,6	4	5,7	4,5	-	11,4	15	1,55	0,22	-	B
PP-43-33-18-3,3	0,30	1,8	4	30	24	-	13,8	17	1,75	0,22	-	B
PP-43-43-18-10	1,05	1,8	4	11	4,5	-	23,1	31	1,75	0,35	-	B
PP-43-46-18-9	0,85	1,8	4	5,9	4,1	-	28,8	35	4,45	0,35	-	B
PP-43-46-18-23	2,25	1,8	4	0,8	0,7	-	28,8	35	4,15	0,35	-	B
PP-56-51-18-44	0,45	1,8	4	39	24	52	64,5	122	5,25	0,55	75	B

Tabella 10.28: Dati tipici di motori passo.

SIMBOLO	DESCRIZIONE
I_n	corrente di fase nominale
$step$	passo angolare e relativa precisione percentuale
L	induttanza di fase
R	resistenza di fase
C'_h	coppia di mantenimento (hold-on) unipolare
C''_h	coppia di mantenimento (hold-on) bipolare
J	momento d'inerzia del rotore
C_{res}	coppia residua
M	massa del motore
V_{max}	tensione massima
$C.I.$	classe d'isolamento
Esempio di denominazione	
PP-41-33-36-7,5	
PP	tipologia di motore
41	diametro in mm
33	lunghezza in mm
36	angolo di step-10 in gradi ($^\circ$)
7,5	corrente nominale*10 in A

Tabella 10.29: Descrizione della simbologia e della denominazione dei motori passo della tabella 10.28.

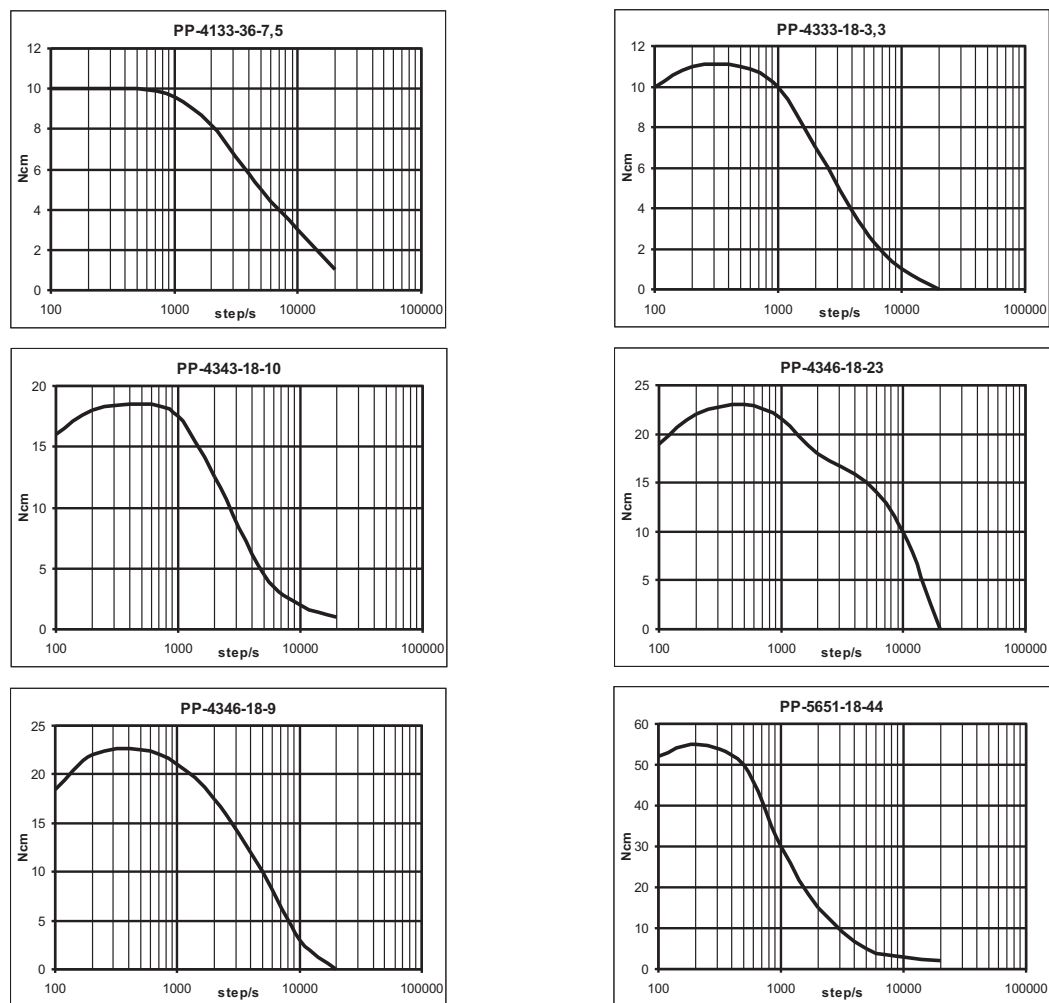


Figura 10.7: Curve caratteristiche di motori passo (Pull-out).

10.10 Motori lineari “brushless”

I dati essenziali di un motore lineare sono analoghi a quelli di un motore brushless rotativo, ove al posto del momento d'inerzia compare una massa, al posto di una coppia compare una forza.

Sono presenti tutti i valori relativi al modello normalmente considerato per legare le grandezze elettriche a quelle meccaniche (vedi capitolo §5.9):

$$\begin{cases} F = K_f I \\ V_f = K_e \omega + \left(R + j 2\pi \frac{v}{p} L \right) I \end{cases}$$

I dati riportati in tabella 10.30 a pagina 436 si riferiscono a tre diversi motori lineari per ciascuno dei quali sono analizzate tre diverse condizioni di funzionamento (NR non raffreddato, RAr raffreddato ad aria compressa, RAc raffreddato ad acqua).

I valori di forza continuativa e le rispettive correnti sono forniti prevedendo due diverse condizioni di lavoro: 25°C e 125°C. Si osservi come lo stesso motore supporti diversi valori di forza continuativa nelle tre condizioni raffreddamento.

Vengono forniti anche due valori di forza di picco (e le relative correnti) per diversa durata ammessa. Si osservi come questi valori di picco diminuiscano all'aumentare del tempo, ma non dipendano dal tipo di raffreddamento.

Sono fornite le costanti di coppia e quella di tensione. La prima è definita come forza generata fratto corrente di una fase, la seconda è definita come tensione di fase fratto velocità mentre nei motori brushless viene considerata normalmente la tensione concatenata. In questo caso si ottiene $K_f = 3 K_e$.

Si osservi che il rapporto tra forza e corrente corrispondente non coincide sempre come dovrebbe con il valore di K_f , questo perché per i valori più elevati di forza, il flusso magnetico è molto elevato ed il ferro esce dal limite di linearità.

I valori di resistenza R ed induttanza L indicati sono quelli tra fase e neutro (quelli tra i morsetti sono quindi il doppio). Il valore della resistenza è quello a 25°C.

Il valore di resistenza termica è quello che consente di stimare la temperatura raggiunta del motore in determinate condizioni di carico in funzione dell'assorbimento di corrente.

La massa è quella del cursore che andrà poi montato su un apposito carrello.

La forza di attrazione è quella tra cursore e statore. Si osservi che questo valore è molto superiore dalla forza generabile dal motore.

Gli ultimi dati riportano la quantità di fluido refrigerante e la pressione al quale deve essere fornito affinché il motore possa fornire le prestazioni continuative indicate senza surriscaldarsi in maniera pericolosa.

Il passo magnetico è la distanza in millimetri tra due poli omologhi dello statore. Talvolta è indicata la metà di tale valore corrispondente ad un angolo elettrico di 180°. Il valore del passo serve per la verifica della tensione di alimentazione.

La scelta della taglia del motore avviene come per i motori brushless tradizionali. Nel caso di cicli di durata breve rispetto alla costante termica del motore, occorre verificare innanzitutto che la forza quadratica media sia inferiore a quella continuativa supportabile dal motore in relazione al tipo di raffreddamento scelto (assente, aria, acqua). Bisogna inoltre controllare che il luogo dei carichi stia all'interno della zona intermittente e quindi: a) che i valori di picco non superino i valori ammessi e b) che la tensione di alimentazione sia sufficiente.

<i>MOTORE</i>	A1			A2			A3		
	NR	RAr	RAc	NR	RAr	RAc	NR	RAr	RAc
Forza continuativa a 25° [N]	184	241	279	368	483	558	552	724	836
Corrente continuativa a 25° [A]	3.3	4.4	5.0	6.6	8.7	10.1	9.9	13.1	15.1
Forza continuativa a 125° [N]	156	205	237	312	410	474	469	615	711
Corrente continuativa a 125° [A]	2.8	3.7	4.3	5.6	7.4	8.5	8.4	11.1	12.8
Forza di picco (0.25s) [N]	395	395	395	791	701	791	1186	1186	1186
Corrente di picco (0.25s) A	10	10	10	20	20	20	30	30	30
Forza di picco (1s) [N]	345	345	345	691	691	691	1036	1036	1036
Corrente di picco (1s) [A]	8.1	8.1	8.1	16.2	16.2	16.2	24.3	24.3	24.3
Costante di forza K_f [N/A]	55.5	55.5	55.5	55.5	55.5	55.5	55.5	55.5	55.5
Costante di tensione K_e [V/m/s]	18.5	18.5	18.5	18.5	18.5	18.5	18.5	18.5	18.5
Resistenza a 25° [Ω]	3.9	3.9	3.9	1.9	1.9	1.9	1.3	1.3	1.3
Induttanza [mH]	30	30	30	15	15	15	10	10	10
Resistenza termica [$^{\circ}$ C/W]	0.79	0.46	0.34	0.39	0.23	0.17	0.26	0.15	0.11
Massa cursore	1.3	1.5	1.5	2.6	3.0	3.0	4.0	4.5	4.5
Forza magnetica di attrazione [N]	1164	1164	1164	2327	2327	2327	3491	3491	3491
Volume refrigerante [l/min]	—	183	4	—	169	4	—	151	4
Pressione refrigerante [kPa]	—	207	55	—	207	69	—	151	4
Passo magnetico (180°)	30	30	30	30	30	30	30	30	30

Tabella 10.30: Caratteristiche di alcuni motori lineari: NR=non raffreddato, RAr=raffreddato ad aria, RAc=raffreddato ad acqua.

Capitolo 11

Esempi di verifica e dimensionamento

11.1 Indice ragionato (paragrafo/pagina)

	motori c.c.	brushless	asincroni	passo	brushless lineari	altro
Servoasse: verifica motore		11.5.3/475			11.6.1/492	
Servoasse: scelta motore e riduttore		11.5.4/478 11.5.5/482 11.5.6/486				
Servoasse: controllo	11.9.2/543 11.9.3/549	11.9.1/533				
Azionamento a velocità costante fissa: scelta motore e riduttore			11.2.4/445 11.8.1/498			
Azionamento a velocità costante fissa: verifica motore e riduttore			11.8.3/508			
Azionamento a velocità costante regolabile: scelta motore e riduttore			11.2.2/440 11.2.5/448			
campo operativo e curve caratteristiche	11.3.1/455 11.3.2/457 11.3.5/467					motore c.c. serie 11.4.1/470
verifica avvio, curve pull-in pull-out				11.7.1/494 11.7.2/496 11.7.3/497		
macchina a regime periodico			11.2.6/452 11.8.4/524			
studio transitori	11.3.3/459 11.3.4/465 11.3.5/467					11.8.2/501

	motori c.c.	brushless	asincroni	passo	brushless lineari	altro
comportamento termico, servizi S1, S2, S3		11.5.1/472 11.5.2/474				

11.2 Motori asincroni

Quando non diversamente specificato, gli esercizi che seguono fanno riferimento ai dati dei motori desunti alle tabelle 10.18, 10.19, 10.20, 10.21, 10.22 che si trovano a pagina 425 e seguenti e agli inverter delle tabelle 10.8, 10.9, 10.10 e 10.11 che si trovano a partire da pagina 412.

11.2.1 Motore asincrono: parametri principali, regolazione

Testo esercizio

Si consideri un motore asincrono trifase con i dati di targa di seguito riportati. Si chiede di determinare:

- la coppia nominale del motore;
- la frequenza di alimentazione necessaria ad ottenere la rotazione del campo a 2500 RPM.

Dati Da catalogo si desumono i seguenti dati di targa:

- potenza nominale: $W_n = 7.5 \text{ kW}$
- tensione nominale: $V_n = 380 \text{ V}$
- corrente nominale: $I_n = 15.5 \text{ A}$
- numero di poli: 4
- scorrimento nominale percentuale: $s_n = 3.33\%$

Coppia Nominale

Conoscendo la potenza e velocità nominali è possibile determinare la coppia nominale. La velocità nominale è proporzionale alla velocità a vuoto (velocità di sincronismo):

$$\omega_n = (1 - s_n) \omega_0 \qquad N_n = (1 - s_n) N_0$$

dove

$$\omega_0 = \frac{2\pi f}{p} = \frac{2\pi 50}{2} \text{ [rad/s]} \qquad N_0 = \frac{f 60}{p} = \frac{50 \cdot 60}{2} \text{ [giri/min]}$$

Il parametro f è la frequenza della corrente alternata della rete, che in Italia è 50 [Hz]. Sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$\omega_0 = 157 \text{ [rad/s]} \qquad \omega_n = 151.85 \text{ [rad/s]}$$

$$N_0 = 1500 \text{ [RPM]} \qquad N_n = 1451 \text{ [RPM]}$$

La coppia nominale è, quindi:

$$C_n = \frac{W_n}{\omega_n} = \frac{7500}{151.85} = 49.39 \text{ [Nm]}$$

Frequenza di alimentazione

La velocità di rotazione del campo magnetico è proporzionale alla frequenza di alimentazione. Per ottenere una velocità pari a $\bar{N} = 2500 \text{ [RPM]}$ occorre una frequenza \bar{f} che si determina con la seguente proporzione:

$$\bar{f} : f = \bar{N} : N_0$$

$$\bar{f} = \frac{2500}{1500} 50 = 83.33 \text{ [Hz]}$$

11.2.2 Carico costante a velocità regolabile

Si deve azionare un carico che assorbe una coppia costante $C_r = 200 \text{ Nm}$ e che deve funzionare a velocità ω_c comprese fra 1 e 14 rad/s. Si dispone di un riduttore di velocità con $\tau=1/10$ e $\eta = 0.9$. Selezionare il motore e l'inverter adatti tra quelli disponibili e dire se è richiesta servoventilazione (vedi figura 11.1).

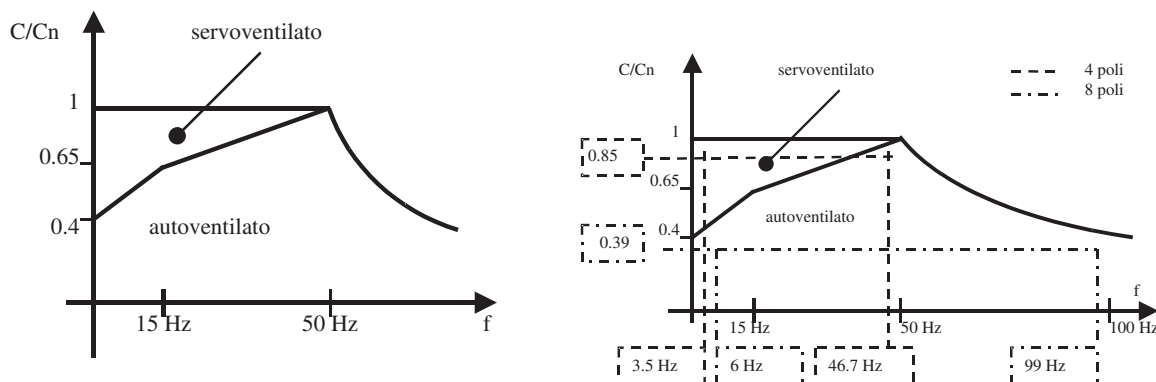


Figura 11.1: Campo operativo dei motori asincroni disponibili (sinistra) e luoghi dei carichi con le scelte effettuate (destra).

Risoluzione:

Il carico risulta più lento di tutti i motori presenti in catalogo. Non è quindi conveniente utilizzare la presa diretta e si utilizza l'unico riduttore presente. La velocità del motore deve essere compresa fra 10 e 140 rad/s ed è data dalla relazione:

$$\omega_m = \frac{\omega_c}{\tau} \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

nel nostro caso risulta

$$\omega_m = 10 \div 140 \text{ [rad/s]} \simeq 95.5 \div 1337 \text{ [giri/min]}.$$

Un buon sfruttamento del motore collegato ad inverter richiede che esso funzioni nella zona a potenza costante e cioè con velocità superiore a quella che avrebbe in sincronismo N_0 se alimentato a 50 Hz. Al fine di avere un *eccesso di coppia* da utilizzarsi durante il transitorio o in condizioni anomale, conviene che il motore funzioni a velocità superiore a N_0 ; dato che spesso i motori non funzionano bene a velocità superiore a $2N_0$ orientiamo la scelta a motori che almeno *approssimativamente* rispettino le seguenti relazioni:

$$N_0 < N_{max} < 2N_0$$

ove, nel nostro caso, $N_{max} = 1337 \text{ [giri/min]}$ da cui

$$N_{max}/2 < N_0 < N_{max} \quad \frac{1337}{2} = 668.5 < N_0 < 1337$$

Si deduce che sono candidati motori 4 poli (velocità di sincronismo di poco inferiori a 1500 giri/min), motori a 6 poli (velocità poco inferiori a 1000 giri/min) e motori a 8 poli (velocità poco inferiori a 750 giri/min).

• *Come prima alternativa* scegliamo un motore a 4 poli con velocità di sincronismo a 50 Hz pari a 1500 giri/minuto.

Essendo la coppia resistente costante con la velocità il caso critico è quello a velocità massima alla quale è richiesta una potenza motrice

$$W_m = \frac{C \omega}{\eta} = \frac{200 \cdot 14}{0.9} = 3.1 \text{ [kW]}$$

Dovendo scegliere un motore di potenza superiore ai 3.1 kW scelgo il modello AA-4-38.9-3 da 3.89 kW che ha coppia nominale di 26 Nm ed una velocità nominale di 1430 giri/minuto circa a 50 Hz e una corrente nominale $I_n = 9.16 A$.

Per verificare se è richiesta servoventilazione devo individuare in che zona si trovi il luogo dei carichi soprattutto alle basse velocità.

Il carico richiede una coppia motrice pari a:

$$C_m = \frac{C \tau}{\eta} = 22.2 [N m]$$

La velocità nominale è raggiunta a 50 Hz mentre la frequenza di alimentazione per velocità minima e massima si ottiene dalla proporzione seguente:

$$f : 50 \simeq \omega : \omega_n \quad f_1 : 50 \simeq 95.5 : 1430 \quad f_2 : 50 \simeq 1337 : 1430$$

da cui:

$$f_1 \simeq 3.5 [Hz] \quad f_2 \simeq 46.7 [Hz]$$

si osserva che vale:

$$\frac{C_m}{C_n} = \frac{22.2}{26} \simeq 0.85$$

Inserendo questi valori nel grafico del campo operativo del motore si deduce che è richiesta servoventilazione.

Per scegliere l'inverter è necessario verificare la corrente assorbita. Dato che il motore eroga una coppia non troppo diversa da quella nominale e si trova nella zona a coppia costante ($f < 50 Hz$), la corrente assorbita si può determinare approssimativamente come

$$I \simeq I_n \frac{C_m}{C_n} = 9.16 \cdot 0.85 = 7.8 [A]$$

E' certamente adatto l'inverter serie MB-370 (tabella 10.9 a pagina 412) e con minore margine quello serie H-040 (tabella 10.11 a pagina 413).

• *Come seconda alternativa* considero un motore a 8 poli con velocità di sincronismo a 50 Hz pari a 750 giri/minuto.

Dovendo scegliere un motore con potenza superiore ai 3.1 kW scelgo il modello AA-8-41.3-7 da 4.13 kW che ha coppia nominale di 57.1 Nm ed una velocità nominale di 690 giri/minuto circa a 50 Hz e una corrente nominale $I_n = 11 A$.

Le frequenze di alimentazione alle velocità minima e massima si trovano come:

$$f_1 \simeq 50 \frac{95.5}{690} \simeq 6.9 Hz \quad f_2 \simeq 50 \frac{1337}{690} \simeq 99 Hz$$

Per questo motore si osserva che vale

$$\frac{C_m}{C_n} = \frac{22.2}{57.1} \simeq 0.39$$

Inserendo questi valori nel campo operativo del motore osservo che NON è richiesta servoventilazione.

La potenza erogata non è troppo diversa da quella nominale e il punto di lavoro a velocità massima si trova nella zona a potenza costante, pertanto la corrente assorbita dal motore si può determinare approssimativamente come:

$$I \simeq I_n \frac{W_m}{W_n} = 11 \frac{3.1}{4.13} = 8.26 [A]$$

Si possono utilizzare sia l'inverter serie MB-370 che quello serie H-040.

La scelta definitiva tra le due soluzioni va fatta con criteri economici ed osservando che il motore a 8 poli garantisce un'eccesso di coppia maggiore, mentre sembra poco utile l'eccesso di velocità garantito dal motore a 4 poli perché non potrebbe comunque garantire la coppia necessaria.

Per semplicità si trascura l'analisi del motore a 6 poli che avrebbe portato a risultati intermedi rispetto a quelli dei motori a 4 e 8 poli.

11.2.3 Argano di sollevamento

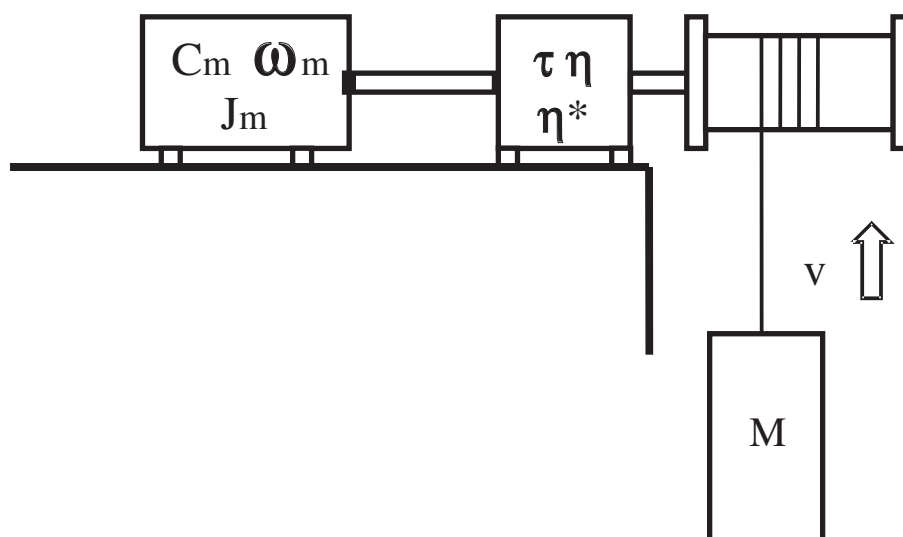
Un motore asincrono deve sollevare / abbassare un carico tramite una fune che si avvolge su un tamburo di diametro $D = 0.5$ m. Il carico si deve muovere alla velocità costante approssimativa $v = 0.6$ m/s.

La massa del carico è 200 kg e la puleggia ha inerzia trascurabile.

Sono disponibili tre riduttori di velocità con riduzioni $\tau=1/50, 1/60, 1/80$, rendimento diretto e retrogrado $\eta=0.7$ e inerzia trascurabile.

E' richiesto di:

- scegliere il motore ed il riduttore più adatti;
- verificare quale sarà la velocità di regime;
- calcolare approssimativamente il tempo di avviamento per il caso di salita;



Risoluzione:

- Selezione del riduttore e del numero di poli del motore

La velocità del carico vale

$$v = \tau \omega \frac{D}{2} \rightarrow \omega = \frac{2 v}{\tau D}$$

con ω = velocità del motore. Calcolo della velocità del motore corrispondente ai tre riduttori disponibili:

$$\tau = \frac{1}{50} \rightarrow \omega = \frac{2 v}{\tau_1 D} = \frac{2 \cdot 0.6}{1/50 \cdot 0.5} = 120 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] = 1116 \left[\frac{\text{giri}}{\text{min}} \right]$$

$$\tau = \frac{1}{60} \rightarrow \omega = \frac{2 v}{\tau_2 D} = \frac{2 \cdot 0.6}{1/60 \cdot 0.5} = 144 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] = 1375 \left[\frac{\text{giri}}{\text{min}} \right]$$

$$\tau = \frac{1}{80} \rightarrow \omega = \frac{2 v}{\tau_3 D} = \frac{2 \cdot 0.6}{1/80 \cdot 0.5} = 192 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] = 1833 \left[\frac{\text{giri}}{\text{min}} \right]$$

La velocità più prossima a quella nominale dei motori asincroni è 1375 giri/min (poco inferiore a 1500 [giri/min] velocità di sincronismo dei motori 4 poli). Perciò si scelga $\tau=1/60$.

- Selezione taglia motore

Calcolo la coppia motrice nelle diverse condizioni di pieno carico.

SALITA: la coppia motrice è:

$$C_m = \frac{\tau D}{\eta} M g = \frac{0.5 \cdot 200 \cdot 9.81}{60 \cdot 0.7 \cdot 2} = 11.7 \text{ [N m]}$$

DISCESA: (flusso di potenza retrogrado)

$$C_m = \tau \eta \frac{D}{2} M g = \frac{0.7 \cdot 0.5 \cdot 200 \cdot 9.81}{60 \cdot 2} = 5.7 \text{ [N m]}$$

il caso peggiore è quello di carico in salita, scelgo il motore AA-4-18.1-7 con $C_n = 12.2 \text{ Nm}$ e $W_m = 1.81 \text{ kW}$. Questa scelta è adatta nel caso l'argano funzioni per tempi lunghi alla velocità indicata e con rari transitori durante i quali si verifica ulteriore carico termico non trascurabile nel caso di avviamenti frequenti e corse brevi.

- *Verifica velocità di regime*

Si assume che il motore giri alla velocità nominale e si calcola la corrispondente velocità del carico

$$N_n = 1420 \text{ [giri]} \rightarrow \omega = 1420 \frac{2 \pi}{60} = 148.7 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

$$v = \tau \omega \frac{D}{2} = \frac{1}{60} 148.7 \frac{0.5}{2} = 0.61 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

- *Calcolo tempo di avviamento*

Sul catalogo si trovano i valori di coppia di spunto (avviamento) C_a e di coppia massima C_m :

$$C_a = 2.6 C_n$$

$$C_m = 2.8 C_n$$

dopo aver assunto arbitrariamente una coppia motrice media approssimativa \bar{C} :

$$\bar{C} \simeq 2.4 C_n = 28.8 \text{ [N m]}$$

dato che la coppia resistente è costante, calcolo l'accelerazione media:

$$\dot{\omega} = \frac{\bar{C} - C_r}{J_{tot}}$$

l'inerzia totale vale:

$$J_{tot} = J_m + \frac{\tau^2}{\eta} \left(\frac{D}{2} \right)^2 M = 0.005 + \frac{1/60^2}{0.7} \frac{0.5^2}{4} 200 = 0.01 \text{ [kg m}^2\text{]}$$

e quindi il tempo di avviamento

$$t_{avv} \simeq \frac{\omega}{\dot{\omega}} = \frac{\omega J_{tot}}{\bar{C} - C_r} = \frac{148.7 \cdot 0.01}{28.8 - 11.7} = 0.09 \text{ [s]}$$

11.2.4 Nastro trasportatore a velocità costante

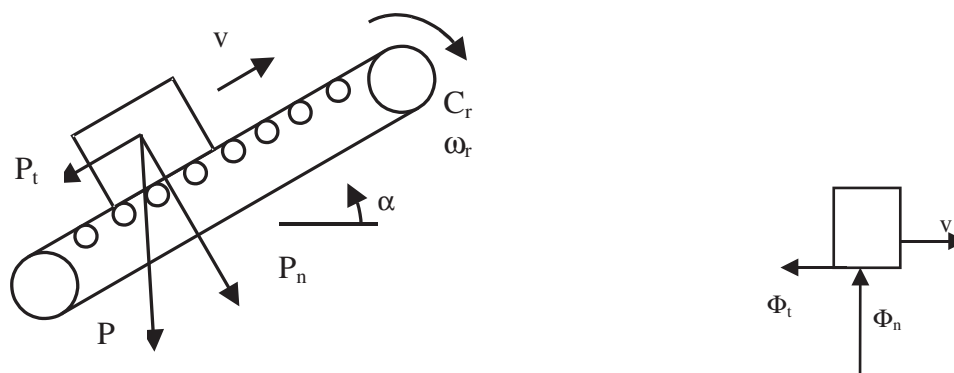
Un nastro trasportatore, inclinato rispetto all'orizzontale di un angolo $\alpha = 30^\circ$, ha un carico utile $P = 4000$ N e deve funzionare a velocità costante approssimativa $v \simeq 0.3$ m/s. Il nastro deve poter funzionare sia in salita che in discesa.

Il nastro è sostenuto tramite una serie di rulli folli. I due rulli di estremità, uno dei quali serve a movimentare il nastro, hanno un diametro $d = 0.2$ m. Il rullo traente è azionato da un motore asincrono alimentato da rete.

L'azione resistente dei rulli folli è rappresentata tramite un coefficiente d'attrito equivalente $f = 0.1$. Inoltre è presente una coppia dovuta ad altri attriti $C_a = 20$ Nm.

I riduttori disponibili sono indicati in tabella.

Si scelgano il motore e il riduttore adeguati e si determini la velocità del carico.



τ	$\eta_{diretto}$	$\eta_{retrogrado}$
1/30	0.48	0.43
1/40	0.46	0.41
1/50	0.43	0.38
1/60	0.39	0.35

Tabella 11.2: Riduttori di velocità.

Risoluzione

Come prima cosa si deve scegliere il numero di poli del motore da impiegare. A questo scopo si determina che velocità deve avere il motore in funzione della velocità del nastro e quindi di quella del rullo che vale:

$$\omega_r = \frac{v}{d/2} = \frac{0.3}{0.1} = 3 \text{ [rad/s]} = 28.65 \text{ [giri/min]}$$

Quindi la velocità del motore in funzione del riduttore impiegato $\omega_m = \omega_r / \tau$ deve essere una delle seguenti:

$$\begin{aligned} \tau = 1/30 &\Rightarrow \omega_m = 0.3 \cdot 30 = 90 \text{ [rad/s]} = 859 \text{ [giri/min]} \\ \tau = 1/40 &\Rightarrow \omega_m = 0.3 \cdot 40 = 120 \text{ [rad/s]} = 1146 \text{ [giri/min]} \\ \tau = 1/50 &\Rightarrow \omega_m = 0.3 \cdot 50 = 150 \text{ [rad/s]} = 1432 \text{ [giri/min]} \\ \tau = 1/60 &\Rightarrow \omega_m = 0.3 \cdot 60 = 180 \text{ [rad/s]} = 1718 \text{ [giri/min]} \end{aligned}$$

I motori asincroni disponibili (2, 4, 6, 8 e 12 poli) hanno velocità ω_n poco inferiori ai seguenti valori 3000, 1500, 1000, 750, 500 [giri/min] i quali richiederebbero un rapporto di riduzione di circa

$$\tau \simeq \frac{\omega_r}{\omega_m} \quad \tau_2 \simeq \frac{28.65}{3000} = \frac{1}{105} \quad \tau_4 \simeq \frac{28.65}{1500} = \frac{1}{52.4}$$

$$\tau_6 \simeq \frac{28.65}{1000} = \frac{1}{34.9} \quad \tau_8 \simeq \frac{28.65}{750} = \frac{1}{26.2} \quad \tau_{12} \simeq \frac{28.65}{500} = \frac{1}{17.5}$$

Al fine di contenere l'errore di velocità la scelta più opportuna sembra quella del motore a 4 poli (velocità poco inferiori ai 1500 giri/min) che potrebbe essere accoppiato al riduttore $\tau = 1/50$. Tollerando errori più grossi si potrebbe utilizzare il riduttore $\tau = 1/30$ con motori a 6 o 8 poli.

Per determinare la potenza del motore è necessario innanzitutto effettuare uno studio meccanico della macchina. Le componenti normali e tangenziali della forza peso sono:

$$P_t = P \sin(\alpha) \quad P_n = P \cos(\alpha)$$

Per calcolare l'azione dell'attrito dei rullini devo ricordare che il rapporto tra reazione tangenziale e normale è determinata dal coefficiente d'attrito e che la reazione normale è pari alla componente normale del peso

$$\Phi_n = P_n \quad \Phi_t = f \Phi_n$$

La coppia necessaria a movimentare il nastro si calcola quindi da un bilancio di potenza ($C_r \omega_r = F_t v$) ricordando che le forze che lavorano sono quelle tangenziali ($F_t = P_t + \Phi_t$) è necessario quindi aggiungere l'ulteriore coppia d'attrito C_a .

Indicando con C_r e ω_r la coppia resistente sul rullo e la sua velocità e con C_m e ω_m i corrispondenti valori sul motore si ottengono le due relazioni seguenti la prima delle quali vale per il caso di movimento in salita (flusso di potenza diretto) e la seconda per la discesa (flusso di potenza retrogrado). Si osservi gli attriti si oppongono sempre alla velocità aumentando la coppia motrice in caso di salita e riducendo la coppia frenante in caso di discesa:

$$\begin{aligned} \text{salita} \quad C_{ms} &= \tau \frac{C_{rs}}{\eta_d} = \tau \frac{P(\sin(\alpha) + f \cos(\alpha)) d/2 + C_a}{\eta_d} \\ \text{discesa} \quad C_{md} &= \eta_r \tau C_{rd} = \eta_r \tau [P(\sin(\alpha) - f \cos(\alpha)) d/2 - C_a] \end{aligned}$$

ove i termini C_{rs} e C_{rd} sono implicitamente definiti dalle relazioni stesse. Si ottiene:

$$\begin{aligned} C_{ms} = \tau \frac{C_{rs}}{\eta_d} \quad C_{rs} &= 4000 \left(0.5 + 0.1 \frac{\sqrt{3}}{2} \right) 0.1 + 20 = 254.6 \text{ [Nm]} \\ C_{md} = \eta_r \tau C_{rd} \quad C_{rd} &= 4000 \left(0.5 - 0.1 \frac{\sqrt{3}}{2} \right) 0.1 - 20 = 145.4 \text{ [Nm]} \end{aligned}$$

Per una prima scelta della taglia del motore considero il caso di moto a pieno carico in salita che è chiaramente quello più oneroso. Il riduttore scelto ha rendimento $\eta_d = 0.43$; la potenza motrice W_m risulta

$$W_m = \frac{W_r}{\eta_d} = \frac{C_{rs} \omega_r}{\eta_d} = \frac{254.6 \cdot 3}{0.43} = 1776 \text{ [W]} = 1.776 \text{ [kW]}$$

dalle tabelle da 10.18 a 10.22 di pag 425 e seguenti individuo il motore adatto utilizzando il criterio che la sua potenza deve essere appena superiore a quella appena calcolata (si ipotizza che il carico indicato e le perdite siano già state aumentate un po' per tenere conto delle incertezze). Il motore candidato è dunque:

MOTORE	poli	ω $\frac{\text{giri}}{\text{min}}$	C_n Nm	P kW hp		I_n A	$\cos \phi$	η	$\frac{C_a}{C_n}$	$\frac{C_{max}}{C_n}$	$\frac{I_a}{I_n}$	$J \cdot 10^3$ kgm ²	M kg
AA-4-18,1-7	4	1420	12,2	1,81	2,42	4,53	0,75	0,77	2,6	2,8	4,7	5,00	16

Al fine di verificare la velocità effettiva ottenuta confronto la velocità nominale e quella di sincronismo del motore con quella richiesta del carico; la prima mi dà indicazione sulla situazione di carico, la seconda

su quella a vuoto (ipotizzando piccole le perdite).

La velocità approssimativa nelle condizioni indicate risulterebbe quindi:

$$v_n = \omega_n \tau \frac{d}{2} = 1420 \frac{2\pi}{60} \frac{1}{50} 0.1 = 0.297 \text{ [m/s]} \quad v_0 = \omega_0 \tau \frac{d}{2} = 1500 \frac{2\pi}{60} \frac{1}{50} 0.1 = 0.315 \text{ [m/s]}$$

Una migliore stima della velocità si può fare considerando la coppia effettiva a carico in salita e in discesa ricordando che per il motore asincrono in prossimità della velocità di sincronismo abbiamo:

$$\omega_m = \omega_0 - C_m/K \quad 1/K = \frac{\omega_0 - \omega_n}{C_n}$$

La coppia richiesta al motore nelle condizioni di salita e di discesa risulta

$$C_{ms} = \tau \frac{C_r}{\eta_d} = \frac{1}{50} \frac{254.6}{0.43} = 10.88 \text{ [Nm]} \text{ (contraria al moto)}$$

$$C_{md} = \tau \eta_r C_r = \frac{1}{50} 151.7 \cdot 0.38 = 1.15 \text{ [Nm]} \text{ (in favore del moto)}$$

per cui

$$1/K = \frac{\omega_0 - \omega_n}{C_n} = \frac{1500 - 1420}{12.2} = 6.39$$

$$\omega_{ms} = \omega_0 - C_{ms}/K = 1500 - 10.88 \cdot 6.39 = 1430 \text{ [giri/min]} = 149.8 \text{ [rad/s]}$$

$$\omega_{md} = \omega_0 - C_{md}/K = 1500 + 1.15 \cdot 6.39 = 1507 \text{ [giri/min]} = 157.8 \text{ [rad/s]}$$

Le corrispondenti velocità del nastro sono quindi

$$v_s = \omega_{ms} \tau \frac{d}{2} = 149.8 \frac{1}{50} 0.1 = 0.3 \text{ [m/s]} \text{ salita}$$

$$v_d = \omega_{md} \tau \frac{d}{2} = 157.8 \frac{1}{50} 0.1 = 0.33 \text{ [m/s]} \text{ discesa}$$

11.2.5 Nastro trasportatore a velocità variabile

Un nastro trasportatore, inclinato rispetto all'orizzontale di un angolo $\alpha = 30^\circ$, ha un carico utile $P = 4000$ N.

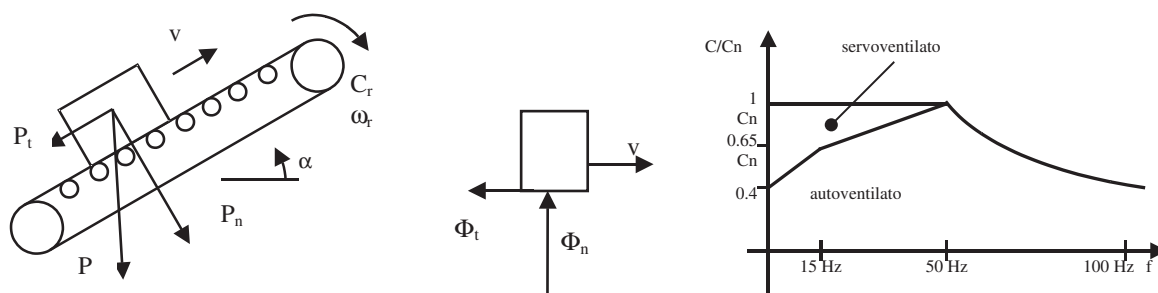
La velocità deve potersi regolare da un valore prossimo allo zero fino ad un valore massimo di $v_{max} \simeq 0.3$ m/s. Il nastro deve poter funzionare sia in salita che in discesa.

Il nastro è sostenuto tramite una serie di rulli folli. I due rulli di estremità, uno dei quali serve a movimentare il nastro, hanno un diametro $d = 0.2$ m. Il rullo traente è azionato da un motore asincrono pilotato da inverter.

L'azione resistente dei rulli folli è rappresentata tramite un coefficiente d'attrito equivalente $f = 0.1$. Inoltre è presente una coppia dovuta ad altri attriti $C_a = 20$ Nm.

I riduttori disponibili sono indicati in tabella.

Si scelgano il motore, il riduttore e l'inverter adeguati indicando anche se è richiesta servoventilazione e/o potenziamento del modulo di frenatura.



τ	$\eta_{diretto}$	$\eta_{retrogrado}$
1/30	0.48	0.43
1/40	0.46	0.41
1/50	0.43	0.38
1/60	0.39	0.35

Risoluzione

• Studio preliminare

E' necessario innanzitutto effettuare uno studio cinematico della macchina. Il modulo della velocità massima del rullo vale (positiva in salita, negativa in discesa):

$$\omega_r = \frac{v}{d/2} = \frac{0.3}{0.1} = 3 \text{ [rad/s]} = 28.65 \text{ [giri/min]}$$

Per calcolare le coppie resistenti da vincere è necessario uno studio dinamico.

Le componenti normali e tangenziali della forza peso sul carico trasportato sono:

$$P_t = P \sin(\alpha) \quad P_n = P \cos(\alpha)$$

Per calcolare l'azione dell'attrito dei rullini devo ricordare che il rapporto tra reazione tangenziale e normale è determinata dal coefficiente d'attrito e che la reazione normale è pari alla componente normale del peso

$$\Phi_n = P_n \quad \Phi_t = f \Phi_n$$

La coppia necessaria a movimentare il nastro si calcola quindi da un bilancio di potenza ($C_r \omega_r = F_t v$) ricordando che le forze che lavorano sono quelle tangenziali ($F_t = P_t + \Phi_t$) è necessario quindi aggiungere

l'ulteriore coppia d'attrito C_a .

Indicando con C_r e ω_r la coppia resistente sul rullo e la sua velocità e con C_m e ω_m i corrispondenti valori sul motore si ottengono le due relazioni seguenti la prima delle quali vale per il caso di movimento in salita (flusso di potenza diretto) e la seconda per la discesa (flusso di potenza retrogrado). Si osservi gli attriti si oppongano sempre alla velocità aumentando la coppia motrice in caso di salita e riducendo la coppia frenante in caso di discesa:

$$\begin{aligned} \text{salita} \quad C_{ms} &= \tau \frac{C_{rs}}{\eta_d} = \tau \frac{P(\sin(\alpha) + f \cos(\alpha)) d/2 + C_a}{\eta_d} \\ \text{discesa} \quad C_{md} &= \eta_r \tau C_{rd} = \eta_r \tau [P(\sin(\alpha) - f \cos(\alpha)) d/2 - C_a] \end{aligned}$$

ove i termini C_{rs} e C_{rd} sono implicitamente definiti dalle relazioni stesse. Si ottiene:

$$C_{ms} = \tau \frac{C_{rs}}{\eta_d} \quad C_{rs} = 4000 \left(0.5 + 0.1 \frac{\sqrt{3}}{2} \right) 0.1 + 20 = 254.6 [Nm] \quad (11.1)$$

$$C_{md} = \eta_r \tau C_{rd} \quad C_{rd} = 4000 \left(0.5 - 0.1 \frac{\sqrt{3}}{2} \right) 0.1 - 20 = 145.4 [Nm] \quad (11.2)$$

Si osservi che la coppia resistente si oppone al moto in salita (flusso potenza diretto) ed è in favore del moto in discesa (flusso di potenza retrogrado).

Le potenze resistenti per salita e discesa risultano quindi:

$$W_{rs} = C_{rs} \omega_{rs} = 254.6 \cdot 3 = 763.8 [W]$$

$$W_{rd} = C_{rd} \omega_{rd} = 145.4 \cdot (-3) = -436.2 [W]$$

Nel caso di discesa, la potenza è dunque motrice ($W_j > 0$) e non resistente.

• selezione del motore e del riduttore

Innanzitutto è necessario selezionare i gruppi motore-riduttori ammissibili.

Per sfruttare bene il gruppo motore-inverter si decide far funzionare il motore nella zona a *potenza costante* e cioè per velocità superiore a quella di sincronismo. Non è spesso conveniente superare il doppio di tale velocità. Si richiede pertanto di rispettare *almeno approssimativamente* le seguenti condizioni che permettono di identificare, per ogni motore, i rapporti di riduzione ammissibili:

$$\omega_0 \leq \frac{\omega_r}{\tau} \leq 2 \omega_0 \quad \Rightarrow \quad \tau_{min} = \frac{\omega_r}{2\omega_0} \leq \tau \leq \frac{\omega_r}{\omega_0} = \tau_{max}$$

Si ottiene così la seguente tabella di riduttori ammissibili

N.Poli	ω_0	τ_{min}	τ_{max}	τ ammissibili	τ scelto
2	3000	1/209.4	1/104.7	— nessuno —	—
4	1500	1/140.7	1/52.4	1/60 1/50	1/60
6	1000	1/69.8	1/34.9	1/60 1/50 1/40 1/30	1/60
8	750	1/52.3	1/26.2	1/50 1/40 1/30	1/50
12	500	1/34.9	1/17.5	1/30	1/30

Nessun riduttore è ammissibile per il motore a 2 poli che viene quindi scartato.

Al fine di garantire il massimo eccesso di coppia possibile, e per cercare di prevenire la necessità di servoventilazione, conviene scegliere per ogni motore la riduzione massima tra quelle utilizzabili ($\tau \simeq \tau_{min}$). Con questa scelta calcoliamo la potenza effettivamente richiesta da ogni motore.

Per una prima scelta della taglia del motore considero il caso di moto a pieno carico in salita che è chiaramente quello più oneroso. Per ciascuno dei riduttori citato calcolo la corrispondente potenza motrice (salita) o frenante (discesa) tenendo conto dei rendimenti diretto e retrogrado di ogni riduttore:

$$W_{ms} = \frac{W_{rs}}{\eta_d} = \frac{C_{rs}\omega_r}{\eta_d} \quad W_{md} = \eta_r C_{rd}\omega_r = \eta_r W_{rd}$$

4poli, $\tau = 1/60$	$W_{ms4} = \frac{763.8}{0.39} = 1958.5 [W]$	$W_{md4} = 0.35 \cdot 436.2 = 152.7 [W]$
6poli, $\tau = 1/60$	$W_{ms6} = \frac{763.8}{0.39} = 1958.5 [W]$	$W_{md6} = 0.35 \cdot 436.2 = 152.7 [W]$
8poli, $\tau = 1/50$	$W_{ms8} = \frac{763.8}{0.43} = 1775 [W]$	$W_{md8} = 0.38 \cdot 436.2 = 165.8 [W]$
12poli, $\tau = 1/30$	$W_{ms12} = \frac{763.8}{0.48} = 1591 [W]$	$W_{md12} = 0.43 \cdot 436.2 = 187.6 [W]$

dalle tabelle da 10.18 a 10.22 di pag 425 e seguenti individuo per ogni valore di coppie polari i motori candidati utilizzando il criterio che la loro potenza deve essere appena superiore a quella appena calcolata (si ipotizza che il carico indicato e le perdite siano già state aumentate un po' per tenere conto delle incertezze). La situazione più onerosa è quella di salita. I motori candidati sono dunque:

MOTORE	poli	ω giri/min	C_n Nm	P		I_n A	$\cos \phi$	η	$\frac{C_a}{C_n}$	$\frac{C_{max}}{C_n}$	$\frac{I_a}{I_n}$	$J \cdot 10^3$ kgm ²	M kg
				kW	hp								
AA-4-22,2-1	4	1430	14,8	2,22	2,96	5,13	0,80	0,78	2,5	2,6	4,9	6,00	19
AA-6-22,1-3	6	955	22,1	2,21	2,95	5,24	0,78	0,78	2,5	2,6	4,9	11,5	22,5
AA-8-22,3-5	8	710	30,0	2,23	2,97	6,30	0,71	0,72	2,1	2,5	4,5	28,0	41,5
AA-12-30,0-6	12	455	63	3,00	4,00	11	0,60	0,72	2,0	64	3,9	88	116

Per ciascun gruppo motore-riduttore la coppia motrice $C_m = C_{rs}\tau/\eta_d$ e la velocità massima $\omega_{m,max} = \omega_{r,max}/\tau$ valgono:

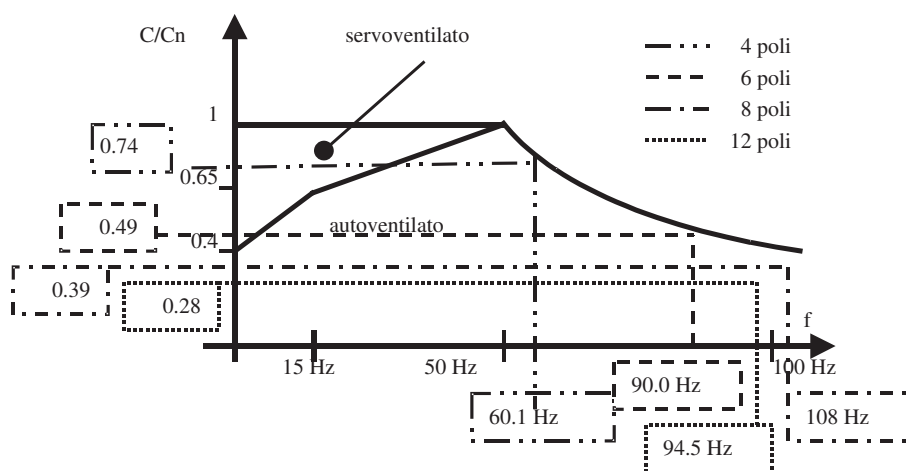
4p	$C_{m4} = \frac{254.6}{0.39 \cdot 60} = 10.88 [Nm]$	$\omega_{m,max4} = 28.65 \cdot 60 = 1719 [giri/min]$
6p	$C_{m6} = \frac{254.6}{0.39 \cdot 60} = 10.88 [Nm]$	$\omega_{m,max6} = 28.65 \cdot 60 = 1719 [giri/min]$
8p	$C_{m8} = \frac{254.6}{0.43 \cdot 50} = 11.84 [Nm]$	$\omega_{m,max8} = 28.65 \cdot 50 = 1432 [giri/min]$
12p	$C_{m12} = \frac{254.6}{0.48 \cdot 30} = 17.68 [Nm]$	$\omega_{m,max12} = 28.65 \cdot 30 = 859.5 [giri/min]$

Per verificare l'eventuale necessità di servoventilazione alle basse velocità, devo calcolare il luogo dei carichi ed inserirlo nel grafico adimensionalizzato. Calcolo pertanto per ogni motore il rapporto C_m/C_n e la frequenza di alimentazione $f = 50 \cdot \omega_{m,max}/\omega_n$ corrispondente alla velocità massima:

4poli	$\frac{C_{m4}}{C_{n4}} = \frac{10.88}{14.8} = 0.74$	$f_{max4} = 50 \frac{1719}{1430} = 60.1 [Hz]$
6poli	$\frac{C_{m6}}{C_{n6}} = \frac{10.88}{22.1} = 0.49$	$f_{max6} = 50 \frac{1719}{955} = 90.0 [Hz]$
8poli	$\frac{C_{m8}}{C_{n8}} = \frac{11.84}{30} = 0.39$	$f_{max8} = 50 \frac{1432}{710} = 100.8 [Hz]$
12poli	$\frac{C_{m12}}{C_{n12}} = \frac{17.68}{63} = 0.28$	$f_{max12} = 50 \frac{859.5}{455} = 94.5 [Hz]$

Osservo che il motore a 4 poli richiederà sicuramente servoventilazione a meno che non funzioni quasi sempre a velocità elevate, il motore a 6 poli potrebbe richiedere servoventilazione solo se deve funzionare a velocità bassissime, gli altri motori non richiedono servoventilazione.

Per poter scegliere l'inverter è necessario calcolare la corrente assorbita dal motore nelle condizioni pessime. Dato che il carico maggiore a velocità maggiore si trova nella zona a potenza costante ($\omega > \omega_0$) e che



la potenza assorbita è prossima a quella nominale, posso usare la relazione approssimata $I \simeq I_n \cdot W_m / W_n$; $W_m = C_m \omega_m$. Si ottiene:

$$\boxed{4\text{poli}} \quad I_4 = 5.13 \frac{1.958}{2.22} = 4.52 \text{ [A]}$$

$$\boxed{6\text{poli}} \quad I_6 = 5.24 \frac{1.958}{2.21} = 4.64 \text{ [A]}$$

$$\boxed{8\text{poli}} \quad I_8 = 6.3 \frac{1.775}{2.23} = 5.01 \text{ [A]}$$

$$\boxed{12\text{poli}} \quad I_{12} = 11 \frac{1.591}{3} = 5.83 \text{ [A]}$$

Per dimensionare il modulo di frenatura, considero la potenza meccanica recuperata in discesa W_{md} e calcolo quella elettrica $W_e \simeq \eta_m W_{md}$ nel caso di flusso di potenza retrogrado nelle condizioni *peggiori* e cioè discesa a massimo carico e velocità. Ipotizzando per semplicità che il rendimento elettrico del motore sia approssimativamente uguale a quello in condizioni nominali, ottengo:

$$\boxed{4\text{poli}} \quad W_{e4} \simeq 0.77 \cdot 152.7 = 117.8 \text{ [W]}$$

$$\boxed{6\text{poli}} \quad W_{e6} \simeq 0.76 \cdot 157.7 = 119.9 \text{ [W]}$$

$$\boxed{8\text{poli}} \quad W_{e8} \simeq 0.72 \cdot 165.8 = 119.4 \text{ [W]}$$

$$\boxed{12\text{poli}} \quad W_{e12} \simeq 0.72 \cdot 187.6 = 135.0 \text{ [W]}$$

Da un'esame delle tabelle 10.10 e seguenti a partire da pag 413 si deduce che gli inverter ammissibili per i vari motori sono:

N.Poli	inverter ammissibili
4	MB220 H022
6	MB220 H022
8	MB220 H022
12	MB370 H040

Non è richiesto potenziamento del modulo di frenatura.

Pare conveniente escludere il motore a 12 poli che tra l'altro richiede un inverter di taglia superiore e il 4 poli che garantisce un eccesso di coppia relativamente piccolo e richiede sicuramente servoventilazione. Per il resto la scelta definitiva tra 6 e 8 poli va fatta con criteri economici, di ingombro e dopo un'eventuale verifica dei transistori di avviamento.

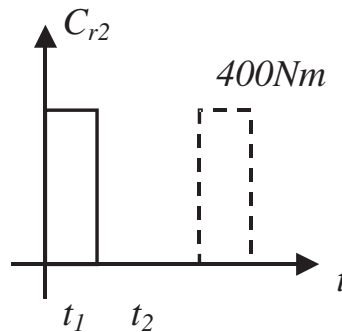
A questo proposito si osserva che il motore a 8 poli ha peso circa doppio rispetto al 6 poli che quindi sembra la scelta più opportuna.

11.2.6 Macchina a regime periodico

Una macchina di inerzia trascurabile viene movimentata da un motore asincrono collegato a rete. La coppia resistente all'avviamento vale $C_{r1} = 100 \text{ Nm}$. La macchina deve funzionare ad una velocità approssimativa $\omega_r = 5 \text{ rad/s}$.

Dopo l'avviamento si aggiunge un'ulteriore coppia resistente periodica C_{r2} con l'andamento indicato in figura ($t_1 = 0.25 \text{ s}$, $t_2 = 0.75 \text{ s}$).

Per ridurre l'irregolarità periodica al valore $i = 5\%$ si monta sull'albero motore un volano.



Sono disponibili riduttori con le seguenti caratteristiche:

rapporto di riduzione $\tau = 1/30, 1/40, 1/50$

rendimento $\eta = 0.8$

momento d'inerzia $J_{rid} = 0.01 \text{ kgm}^2$

E' richiesto di

- scegliere il motore ed il riduttore idonei
- calcolare il momento d'inerzia del volano che da solo riduca l'irregolarità periodica al valore indicato
- calcolare il tempo d'avviamento
- verificare che motore sarebbe stato necessario se non si fosse introdotto il volano

Risoluzione (vedi §2.9 e §2.18)

Scelta motore

La velocità richiesta al motore in funzione del riduttore scelto vale ($\omega_m = \omega_r/\tau$)

$$\tau = 1/30 \Rightarrow \omega_m = 5 \cdot 30 = 150 \text{ rad/s} = 1432 \text{ giri/min}$$

$$\tau = 1/40 \Rightarrow \omega_m = 5 \cdot 40 = 200 \text{ rad/s} = 1909 \text{ giri/min}$$

$$\tau = 1/50 \Rightarrow \omega_m = 5 \cdot 50 = 250 \text{ rad/s} = 2387 \text{ giri/min}$$

La velocità più prossima a quella fornita da un motore asincrono è quella ottenibile con il primo riduttore e pertanto si sceglie $\tau = 1/30$ e motore a 2 paia di poli (4 poli).

Per calcolare la potenza del motore da installare è necessario calcolare la coppia media (e non quella quadratica media). Infatti a causa della presenza del volano che ridurrà a un piccolo valore le irregolarità, il motore dovrà fornire una coppia praticamente costante \bar{C}_m calcolabile dal valor medio della coppia resistente $\bar{C}_r = C_{r1} + C_{r2}$:

$$\bar{C}_r = \frac{\sum C_i t_i}{\sum t_i} = \frac{(100 + 400) \cdot 0.25 + 100 \cdot 0.75}{0.25 + 0.75} = 200 \text{ Nm}$$

$$\bar{C}_m = \frac{\tau \bar{C}_r}{\eta} = \frac{200}{0.8 \cdot 30} = 8.33 \text{ Nm}$$

La potenza motrice e resistente medie valgono dunque ($W_m = W_r/\eta$):

$$W_r = \bar{C}_r \omega_r = 200 \cdot 5 = 1000 \text{ W} = 1 \text{ kW} \quad W_m = \bar{C}_m \omega_m = 8.3 \cdot 200 = 1250 \text{ W} = 1.25 \text{ kW}$$

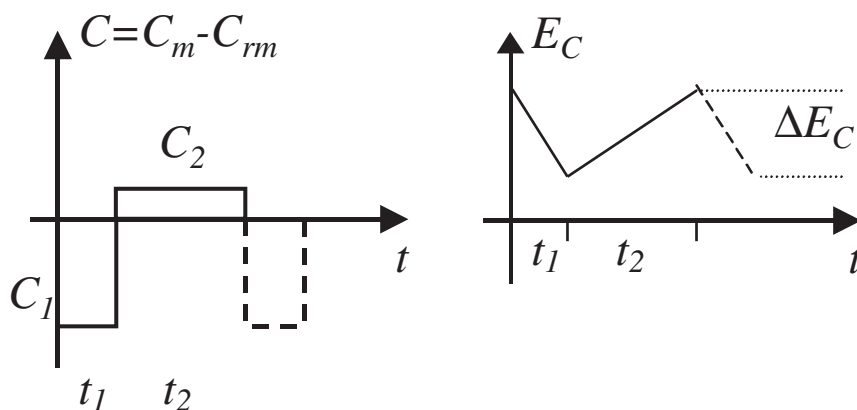
Dalla tabella 10.19 di pagina 426 scelgo il motore AA-4-16.6-6 con velocità nominale $N_n = 1420 \text{ giri/min} = 148.7 \text{ rad/s}$, potenza nominale $W_n = 1.46 \text{ kW}$, coppia nominale $C_n = 9.84 \text{ Nm}$ e momento d'inerzia $J_m = 4 \cdot 10^{-3}$.

Calcolo del volano

Per il calcolo del volano occorre ora considerare la variazione della energia cinetica delle masse rotanti (volano, motore, riduttore, carico). Calcolo perciò la differenza C tra coppia motrice e coppia resistente ridotta al motore $C = \bar{C}_m - \tau C_r / \eta$. Nei due intervalli ho:

$$C_{rm1} = \frac{\tau C_{r1}}{\eta} = \frac{500}{30 \cdot 0.8} = 20.83 \text{ Nm} \quad C_1 = \bar{C}_{m1} - C_{rm1} = 8.3 - 20.83 = -12.53 \text{ Nm}$$

$$C_{rm2} = \frac{\tau C_{r2}}{\eta} = \frac{100}{30 \cdot 0.8} = 4.16 \text{ Nm} \quad C_2 = \bar{C}_{m2} - C_{rm2} = 8.3 - 4.16 = 4.14 \text{ Nm}$$



Si calcolano ora le rotazioni $\Delta\phi$ del motore nei due periodi assumendo che il motore giri alla velocità nominale:

$$\Delta\phi_1 = \omega_m t_1 = 148.7 \cdot 0.25 = 37.2 \text{ rad} \quad \Delta\phi_2 = \omega_m t_2 = 148.7 \cdot 0.75 = 111.52 \text{ rad}$$

La variazione dell'energia cinetica durante il primo periodo (che eguaglia in modulo quella del secondo) risulta quindi:

$$\Delta E_c = \Delta\phi_1 C_1 = 37.2 \cdot (-12.53) = -466 \text{ J}$$

Il momento d'inerzia totale che riduce l'irregolarità periodica al valore $i = 5\%$ è dunque

$$J_{tot} = \frac{\Delta E_c}{i \omega_m^2} = \frac{466}{0.05 \cdot 148.7^2} = 0.42 \text{ kgm}^2$$

Il momento d'inerzia del volano J_v si ottiene dunque come:

$$J_v = J_{tot} - J_m - J_{rid} = 0.42 - 0.004 - 0.01 \simeq 0.41$$

Tempo d'avviamento

Il motore in esame ha coppia di avviamento e coppia massima pari rispettivamente a 2.6 e 2.7 volte quella nominale. Per gli altri valori di velocità la coppia sarà certamente più bassa ma non di molto. Possiamo assumere che durante l'intero transitorio la coppia motrice valga approssimativamente $C_m \simeq 2.5 C_n = 24.6 \text{ Nm}$. Inoltre durante l'avviamento la coppia resistente vale $C_r = 100 \text{ Nm}$ e quella resistente ridotta all'albero motore è di conseguenza pari a C_{rm2} . Pertanto il tempo di avviamento vale

$$t_{avv} \simeq \frac{\Delta\omega_m J_{tot}}{C_m - C_{rm2}} = \frac{148.7 \cdot 0.42}{24.6 - 4.16} = 3.06 \text{ s} \quad \Delta\omega_m = \omega_n$$

Scelta motore in assenza di volano

Se non viene installato un volano, il motore deve fornire una coppia fortemente variabile nel ciclo. Il dimensionamento del motore non va quindi fatto sul valore di coppia media, ma su quello *quadratico* medio C_{mrms} :

$$C_{mrms} = \sqrt{\frac{\sum C_{m,i}^2 t_i}{\sum t_i}} = \sqrt{\frac{20.83^2 0.25 + 4.16^2 0.75}{0.25 + 0.75}} = \sqrt{121.5} = 11 \text{ Nm}$$

è quindi necessario scegliere un motore che abbia coppia nominale superiore a questo valore e coppia massima superiore a 20.83 Nm. Si sceglie quindi il motore AA-4-18.1-7 con velocità nominale $N_n = 1420 \text{ giri/min} = 148.7 \text{ rad/s}$, potenza nominale $W_n = 1.81 \text{ kW}$, coppia nominale $C_n = 12.2 \text{ Nm}$ e momento d'inerzia $J_m = 5 \cdot 10^{-3}$.

Questo motore è di una taglia superiore all'altro. Inoltre a causa della mancanza del volano si risconterranno delle oscillazioni di velocità maggiori.

La pendenza della curva caratteristica varrà

$$K^* \simeq \frac{C_n}{\omega_0 - \omega_n} = \frac{12.2}{157.1 - 148.7} = 1.45 \text{ Nm s/rad} \quad \omega_0 = 1500\pi/30 = 157.1 \text{ rad/s}$$

da cui, le variazioni di velocità e la conseguente irregolarità varranno approssimativamente

$$\Delta\omega \simeq \frac{C_{rm1} - C_{rm2}}{K^*} = \frac{20.83 - 4.16}{1.45} = 11.5 \text{ rad/s} \quad i = \frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{11.5}{148.7} \simeq 0.08 = 8\%$$

11.3 Motori corrente continua

11.3.1 Esercizio 1

Il motore CC-50-24-24 (tabella 10.14 a pagina 418) deve azionare un carico la cui coppia resistente cresce linearmente con la velocità:

$$C = C_0 + a\omega$$

$$C_0 = 0.01 \text{ [N m]} \quad a = 4 \cdot 10^{-5} \left[\frac{\text{N m s}}{\text{rad}} \right]$$

L'inerzia del carico vale $J_c = 2 \cdot 10^{-6} \text{ [kg m}^2\text{]}$.

Determinare:

- La tensione e la corrente con le quali è necessario alimentare il motore affinché il carico raggiunga la velocità di 2500 giri/min.
- Dire se questa condizione può essere mantenuta per tempo indefinito.
- Dopo aver definito cosa si intende per costanti di tempo elettrica e meccanica le si calcoli.

Risoluzione:

- Convertiamo la velocità del motore in rad/sec. :

$$N = 2500 \left[\frac{\text{giri}}{\text{min}} \right] \rightarrow \omega = 2500 \frac{2\pi}{60} = 261.8 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

La coppia resistente vale:

$$C = C_0 + a\omega = 0.02 \text{ [N m]}$$

Dal catalogo del motore si ottiene $K = 0.035$ e $R = 8.2 \Omega$, quindi, attraverso le relazioni

$$C = KI$$

$$V = K\omega + RI$$

posso calcolare la corrente I e la tensione V

$$I = \frac{C}{K} = 0.57 \text{ [A]}$$

$$V = 0.035 \cdot 261.8 + 8.2 \cdot 0.57 = 13.8 \text{ [V]}$$

- Dal diagramma riportato sul catalogo si nota che il punto di funzionamento $C - \omega$ (figura 11.2) è, seppur di poco, all'interno della zona di funzionamento continuativa. Questa coppia può pertanto essere mantenuta indefinitamente.

- Le costanti di tempo elettrica e meccanica sono necessarie allo studio dei transitori veloci e allo studio del controllo e della regolazione di questi motori. Per il caso in questione si ha:

$$\tau_e = \frac{L}{R} = 0.0005 \text{ [s]}$$

$$\tau_m = \frac{R J}{K^2} = 0.021 \text{ [s]}$$

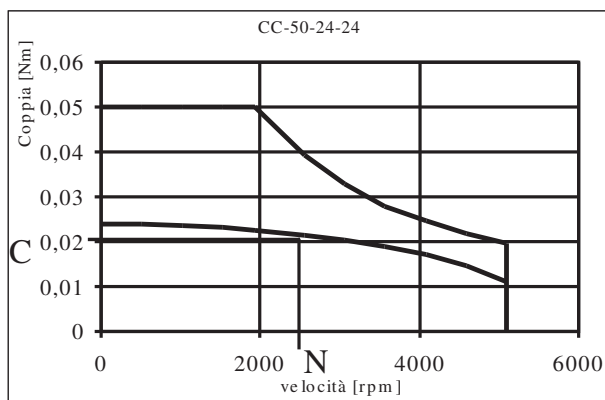


Figura 11.2: Punto di funzionamento.

11.3.2 Determinazione campo operativo intermittente

Si consideri il motore CC-30-145-24 (tabella 10.14 a pagina 418).

- E' richiesto innanzitutto di spiegare il significato di diagrammi presenti sul catalogo;
- Inoltre sapendo che l'elettronica di comando può fornire una tensione massima di $\pm 20V$ ed una corrente di $\pm 1.7A$ si chiede di tracciare nel campo operativo $C-\omega$ le limitazioni derivanti da questi valori massimi.

Risoluzione:

• I diagrammi forniscono le aree operative del motore in esame. Esse comprendono la zona continuativa e quella intermittente. La prima contiene l'insieme dei punti $C-\omega$ nei quali il motore può funzionare per tempo indefinito senza surriscaldarsi. La seconda contiene l'insieme dei punti per i quali il motore può funzionare per brevi transitori. I limiti della zona intermittente dipendono da fattori meccanici, magnetici e di commutazione delle spazzole.

• Per calcolare la porzione del campo operativo $C-\omega$ che l'elettronica di comando permette di raggiungere, occorre considerare le relazioni:

$$C = K I$$

$$V = K \omega + R I$$

La prima relazione, a causa del limite di corrente massima, determina un limite di coppia massima (linea orizzontale nel piano $C-\omega$, figura 11.3):

$$C_{max} = k I_{max} = 0.056 \cdot 1.7 = 0.095 [N m]$$

Combinando le relazioni considerate si ottiene:

$$C = \frac{K}{R} (V - K \omega) \rightarrow \omega = \frac{1}{K} \left(V - \frac{R C}{K} \right)$$

tale relazione, per $V = V_{max}$, rappresenta una linea obliqua nel piano $C-\omega$ (figura 11.3). Nel caso di coppia nulla ($C = 0$) si ottiene la velocità massima:

$$\omega_{max} = \frac{V_{max}}{K} = \frac{20}{0.056} = 357.1 \left[\frac{rad}{s} \right] = 3410 \left[\frac{giri}{min} \right]$$

Il punto di intersezione tra questi due rette si ha per:

$$\omega_1 = \frac{1}{K} \left(V_{max} - \frac{R C_{max}}{K} \right) = \frac{1}{0.056} \left(20 - \frac{2 \cdot 0.095}{0.056} \right) = 296.6 \left[\frac{rad}{s} \right] \simeq 2832 \left[\frac{giri}{min} \right]$$

In tale punto il motore eroga la potenza massima:

$$W_m = \omega_1 C_{max} = 296.6 \cdot 0.095 = 28.2 [W]$$

che corrisponde alla potenza (massima) erogata dall'elettronica di comando ridotta della potenza dissipata:

$$V_{max} I_{max} - R I_{max}^2 = 20 \cdot 1.7 - 2 \cdot 1.7^2 = 34 - 5.8 = 28.2 [W]$$

Qualora interessi il campo operativo nei quattro quadranti, è necessario considerare anche il caso di velocità positiva e coppia negativa (4° quadrante) per il quale si ottiene:

$$\omega_2 = \frac{1}{K} \left(V_{max} + \frac{R C_{max}}{K} \right) = \frac{1}{0.056} \left(20 + \frac{2 \cdot 0.095}{0.056} \right) = 417.6 \left[\frac{rad}{s} \right] \simeq 3988 \left[\frac{giri}{min} \right]$$

per il 2° ed il 3° quadrante è sufficiente "ribaltare" i dati.

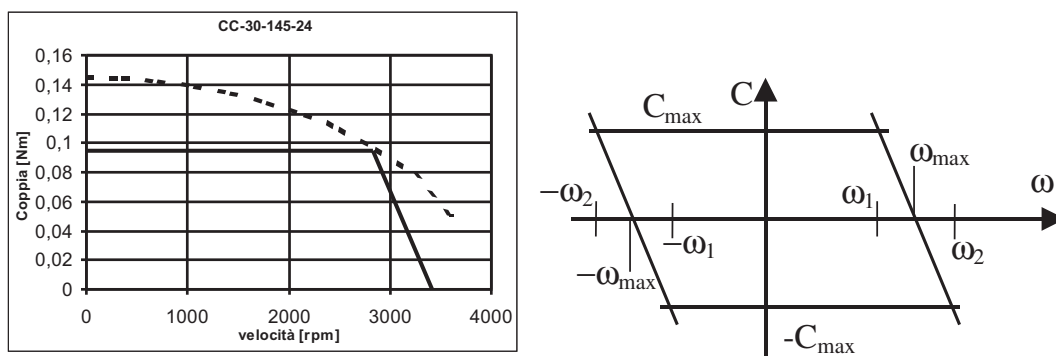


Figura 11.3: Campo operativo derivante dalle limitazioni imposte dal convertitore (linea continua) e andamento della coppia continuativa (linea tratteggiata).

11.3.3 Motore c.c.: studio di un transitorio

Testo esercizio

Il motore CC-30-445-24 (tabella 10.14 a pagina 418) gira a vuoto alla velocità di 130 rad/s. Ipotizzando che la tensione si abbassi improvvisamente del 15%, calcolare la decelerazione con cui il motore inizia a rallentare.

Dati

Dalla tabella 10.14 a pagina 418 si ricavano i valori dei parametri caratteristici del motore:

- costante di tensione e di coppia: $K = K_e = K_t = 0.061 \text{ Nm/A}$;
- resistenza del circuito rotorico: $R = 0.7 \Omega$;
- momento d'inerzia del rotore: $J_m = 0.00028 \text{ kgm}^2$;
- induttanza del circuito rotorico: $L = 2.4 \text{ mH}$

Sono possibili due approcci di risoluzione: uno semplificato che considera solo i valori delle grandezze all'istante considerato ed uno più generale che considera tutto il transitorio di rallentamento.

Si sviluppa dapprima il metodo di risoluzione semplificato, successivamente quello generale.

Approccio semplificato

A regime e senza carico il motore gira ad una velocità ω_0 proporzionale alla tensione di alimentazione tramite la costante di tensione K_e , la tensione di alimentazione iniziale è dunque:

$$V_a = K_e \omega_0 = 0.061 \cdot 130 = 7.93 \text{ [V]}.$$

L'improvvisa riduzione di tensione porta la tensione al valore:

$$V'_a = 0.85 V_a = 6.74 \text{ [V]}.$$

Quindi la nuova velocità di regime, una volta esaurito il transitorio sarà

$$\omega_1 = V'_a / K_e = 110.5 \text{ [rad/s]}.$$

Trascurando l'induttanza, la corrente che (all'inizio del transitorio) comincia a circolare nel circuito rotorico a seguito dell'improvvisa riduzione di tensione vale:

$$I_a = \frac{V'_a - K_e \omega_0}{R} = -1.7 \text{ [A]}$$

Il corrispondente valore di coppia motrice è:

$$C_m = K_t I_a = -0.104 \text{ [Nm]}$$

Il valore della decelerazione con cui il motore inizia a rallentare vale quindi:

$$\dot{\omega}_m = \frac{C_m}{J_m} = -370.2 \text{ [rad/s}^2\text{]}$$

Approccio generale

Tenendo conto della dipendenza temporale delle grandezze in gioco si può ricavare la legge con cui variano nel tempo velocità ed accelerazione angolare del motore.

Il transitorio da una condizione di regime alla successiva può essere determinato adottando un opportuno modello dinamico del sistema in esame. Di seguito si propone la risoluzione al problema adottando due diversi modelli, ossia un modello del primo ordine che per i fenomeni elettrici considera solo i fenomeni di natura resistiva ed un modello del secondo ordine di tipo LR che considera anche l'induttanza del motore.

Modello del primo ordine La corrente nel circuito rotorico è pari al rapporto tra la differenza tra tensione e forza contro-elettromotrice e resistenza:

$$I_a = \frac{V'_a - K_e \omega(t)}{R} \quad (11.3)$$

La corrispondente coppia vale:

$$C_m(t) = K_t \frac{V'_a - K_e \omega(t)}{R} \quad (11.4)$$

Essendo il motore in assenza di carico ($C_r = 0$), la coppia motrice viene impiegata tutta ad accelerare il motore:

$$C_m(t) = J_m \dot{\omega}(t) \quad (11.5)$$

Eguagliando le espressioni 11.4 e 11.5 si ottiene un'equazione differenziale lineare del primo ordine a coefficienti costanti nella velocità ω :

$$J_m \dot{\omega}(t) + \frac{K_t K_e}{R} \omega(t) - \frac{K_t}{R} V'_a = 0 \quad (11.6)$$

Questa equazione può essere integrata seguendo i passi di seguito riportati, scomponendo la soluzione nella somma di un integrale particolare della eq.11.6 più quello generale della omogenea associata.

- *Integrale particolare:*

$$\omega_p(t) = A$$

sostituendo all'interno dell'equazione differenziale si ottiene il valore della costante A:

$$A = \frac{V'_a}{V_a} \omega_0$$

- *Integrale generale:*

$$\omega_g(t) = C e^{-st}$$

sostituendo tale funzione nella omogenea associata della eq.11.6 e semplificando si ottiene:

$$Js + \frac{V_a^2}{\omega_0^2 R} = 0$$

e, quindi:

$$s = -\frac{V_a^2}{\omega_0^2 R J_m} = -\frac{K^2}{R J_m}$$

$$\omega_g(t) = C e^{-\frac{V_a^2}{\omega_0^2 R J} t}$$

La soluzione completa dell'equazione differenziale si ottiene sommando integrale particolare e generale:

$$\omega(t) = \omega_p + \omega_g = \frac{V'_a}{V_a} \omega_0 - C e^{-\frac{V_a^2}{\omega_0^2 R J_m} t}$$

Assumendo che la variazione di tensione avvenga per $t = 0$ e imponendo la condizione iniziale $\omega(0) = \omega_0$ si ottiene:

$$C = \omega_0 \left(1 - \frac{V'_a}{V_a} \right)$$

e ricordando che $V_a/\omega_0 = K$, si ottiene:

$$\omega(t) = \frac{V'_a}{V_a} \omega_0 + \omega_0 \left(1 - \frac{V'_a}{V_a} \right) e^{-t/\tau_m} \quad \tau_m = \frac{R J_m}{K^2} \quad (11.7)$$

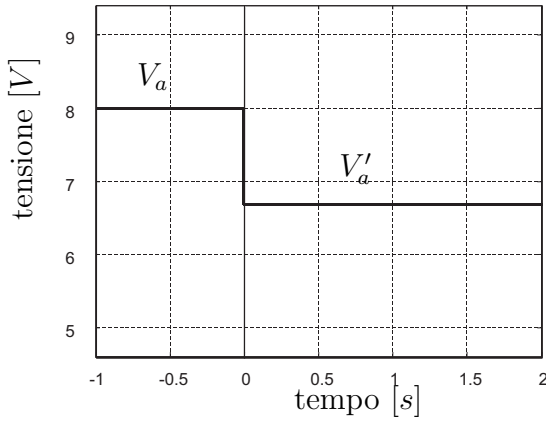


Figura 11.4: Gradino della tensione di alimentazione.

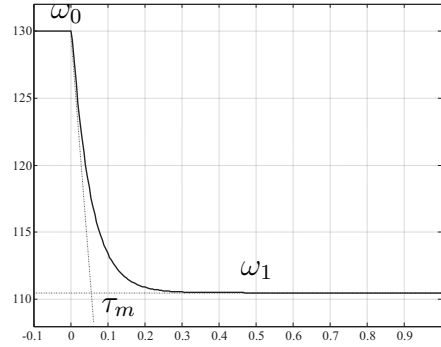


Figura 11.5: Andamento della velocità nel transitorio (modello 1° ordine).

ove τ_m è detta costante di tempo meccanica del motore. Nel caso in esame la costante meccanica del motore vale $\tau_m = 0.0526 \text{ s}$.

L'equazione 11.7 può anche essere riscritta nella forma seguente:

$$\omega(t) = \frac{V'_a}{K_e} + \frac{(V_a - V'_a)}{K_e} e^{-t/\tau_m} \quad \tau_m = \frac{RJ_m}{K^2} \quad (11.8)$$

Sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$\omega(t) = 110.5 + 19.5 \exp(-18.98t) \text{ [rad/s]}$$

In figura 11.5 è diagrammato l'andamento del transitorio dalla velocità iniziale alla nuova velocità. Derivando rispetto al tempo l'espressione 11.8 si ottiene la legge con cui varia nel tempo l'accelerazione angolare (figura 11.6):

$$\dot{\omega}(t) = -\omega_0 \left(1 - \frac{V'_a}{V_a}\right) \frac{K^2}{RJ_m} e^{-t/\tau_m} \quad (11.9)$$

L'accelerazione angolare all'istante iniziale è, come già visto al §11.3.3, pari a:

$$\dot{\omega}(0) = -\omega_0 \left(1 - \frac{V'_a}{V_a}\right) \frac{K^2}{RJ} = \dot{\omega}(0) = -130 \left(1 - \frac{6.74}{7.93}\right) \frac{7.93^2}{130^2 \cdot 0.7280 \cdot 10^{-6}} = -370.2 \text{ [rad/s}^2\text{]}.$$

E' possibile calcolare la corrente massima assorbita nella fase di transitorio, conoscendo l'andamento di $\dot{\omega}(t)$, ossia:

$$I(t) = \frac{C}{K_t} = \frac{J_m \dot{\omega}(t)}{K_t} = -\omega_0 \left(1 - \frac{V'_a}{V_a}\right) \frac{K}{RJ_m} e^{-t/\tau_m} \quad (11.10)$$

In figura 11.6 è rappresentato l'andamento della corrente assorbita nel transitorio. Si può osservare che la corrente assorbita assume il valore massimo pari a 1.7 A all'istante iniziale. Questo valore è inferiore alla massima corrente erogabile dal convertitore, si può quindi ritenere che il diagramma di figura sia verosimile.

Una soluzione più precisa avrebbe dovuto tenere conto anche dell'induttanza del motore e lo studio del transitorio avrebbe richiesto l'integrazione di una equazione differenziale del secondo ordine.

Modello del secondo ordine Includendo nel modello anche i fenomeni di natura induttiva si ottiene la seguente equazione che descrive il transitorio della velocità:

$$\begin{cases} C = K_t I \\ V = K_e \omega + RI + L \frac{dI}{dt} \\ C = (J_m + \tau^2 J_r) \dot{\omega} + C_r K_e = K_t \end{cases} \quad (11.11)$$

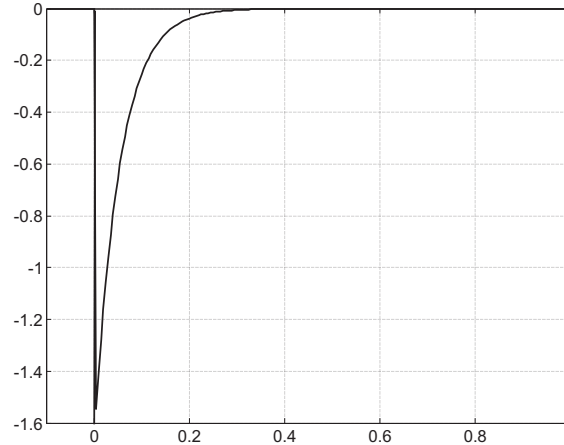


Figura 11.6: Andamento della corrente assorbita nel transitorio che in questo caso è proporzionale alla accelerazione ($I = C_m/K_t = J_m\dot{\omega}/K_t$).

Si ottiene, quindi, un'equazione differenziale lineare in ω del secondo ordine:

$$V = K_e\omega + R\frac{(J_m + \tau^2 J_r)\dot{\omega} + C_r}{K_t} + L\frac{d\left(\frac{J_m\tau^2 J_r}{K_t}\dot{\omega}\right)}{dt} \quad (11.12)$$

che può essere riscritta nella forma seguente:

$$\tau_e\tau_m\ddot{\omega} + \tau_m\dot{\omega} + \omega = -\frac{R}{K_e K_t}C_r - \frac{L}{K_e K_t}\frac{dC_r}{dt} + \frac{V(t)}{K_e} \quad (11.13)$$

Ove i parametri τ_m e τ_e assumono le seguenti espressioni:

$$\tau_m = \frac{RJ_m}{K^2} \quad \tau_e = \frac{L}{R}$$

Nel caso in esame essi assumono i seguenti valori:

$$\tau_m = 0.0526 \text{ [s]} \quad \tau_e = 0.0017 \text{ [s]}$$

Il fattore di smorzamento per il sistema in esame vale:

$$\xi = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\tau_m}{\tau_e}} = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{J_m\tau^2 J_r}{LK_e K_t}} = 2.77$$

Si tratta, quindi, di un sistema con smorzamento maggiore di 1; di conseguenza non sono possibili oscillazioni di velocità anche in conseguenza a brusche variazioni della tensione di comando o della coppia resistente.

La soluzione dell'equazione differenziale si calcola come segue.

- *Integrale particolare:*

$$\omega_p(t) = A$$

sostituendo all'interno dell'equazione differenziale si ottiene il valore della costante A:

$$A = \frac{V'_a}{K_e}$$

- *Integrale generale:*

$$\omega_g(t) = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t}$$

Le radici dell'equazione caratteristica λ_1 e λ_2 sono pari a:

$$\lambda_1 = \frac{-1 - \sqrt{1 - 1/\xi^2}}{2\tau_e} \quad \lambda_2 = \frac{-1 + \sqrt{1 - 1/\xi^2}}{2\tau_e}$$

Sono reali e distinte ed assumono i seguenti valori numerici:

$$\lambda_1 = -563.68 \quad \lambda_2 = -19.64 \text{ [1/s]}$$

Si osserva che essendo $\xi \gg 1$ si ha:

$$\begin{aligned} \max(\tau_m, \tau_e) &\simeq \max\left(\frac{1}{\lambda_1}, \frac{1}{\lambda_2}\right) \\ \min(\tau_m, \tau_e) &\simeq \min\left(\frac{1}{\lambda_1}, \frac{1}{\lambda_2}\right) \end{aligned}$$

Nel nostro caso:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= 0.509 \text{ [s]} & \tau_2 &= 0.00177 \text{ [s]} \\ \tau_m &\simeq \frac{1}{\lambda_2} \simeq \tau_2 & \tau_e &\simeq \frac{1}{\lambda_1} \simeq \tau_1 \end{aligned}$$

La soluzione completa dell'equazione differenziale si ottiene sommando integrale particolare e generale:

$$\omega(t) = \omega_p + \omega_g = \frac{V'_a}{K_e} + C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t}$$

Assumendo che la variazione di tensione avvenga per $t = 0$ e imponendo le condizioni iniziali $\omega(0) = \omega_0 = 130 \text{ [rad/s]}$ ed $\dot{\omega}(0) = \dot{\omega}_0 = -370.2 \text{ [rad/s}^2\text{]}$ si ottiene:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\lambda_2(V'_a - \omega_0 K_e) - K_e \dot{\omega}_0}{K_e(\lambda_1 - \lambda_2)} = -1.38 \text{ [rad/s]} \\ C_2 &= \frac{-\lambda_1(V'_a - \omega_0 K_e) + K_e \dot{\omega}_0}{K_e(\lambda_1 - \lambda_2)} = 20.88 \text{ [rad/s]} \end{aligned}$$

La funzione $\omega(t)$ risulta:

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \frac{V'_a}{K_e} + \frac{\lambda_2(V'_a - \omega_0 K_e) - K_e \dot{\omega}_0}{K_e(\lambda_1 - \lambda_2)} e^{-\lambda_1 t} + \frac{-\lambda_1(V'_a - \omega_0 K_e) + K_e \dot{\omega}_0}{K_e(\lambda_1 - \lambda_2)} e^{-\lambda_2 t} \quad (11.14) \\ \omega(t) &= 110.5 - 1.38 e^{-536.68t} + 20.88 e^{-19.64t} \end{aligned}$$

In figura 11.7 è diagrammato l'andamento del transitorio dalla velocità iniziale alla nuova velocità. In questo caso in cui $\tau_1 \ll \tau_2$ e, quindi, $\tau_e \ll \tau_m$ ($\tau_m \simeq 31\tau_e$), si osserva che l'influenza dell'induttanza nel caso in esame è praticamente nulla; l'andamento della velocità è, infatti, pressoché identico a quello ottenuto con un modello del primo ordine (figura 11.5). Si deve considerare che il motore in esame è di piccola taglia, con un'induttanza molto bassa. La costante di tempo meccanica risulta molto superiore a quella elettrica, questo porta alla dominanza del polo meccanico rispetto a quello elettrico e giustifica il fatto che il comportamento è praticamente identico a quello ottenuto con un modello del primo ordine.

Nel caso in cui il motore sia di taglia decisamente superiore e con induttanza elevata non si verifica più tale coincidenza tra gli andamenti ottenuti con il modello del primo ordine e con quello del secondo ordine (come accade nell'esercizio 11.3.4).

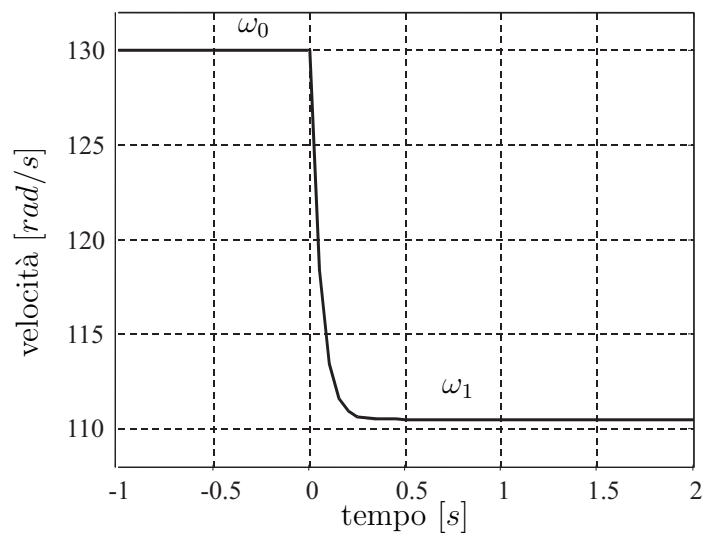


Figura 11.7: Andamento della velocità nel transitorio (modello del 2° ordine).

11.3.4 Motore c.c.: studio di un transitorio

Testo esercizio

Si consideri il motore in c.c. a magneti permanenti con i dati di targa riportati di seguito. Il motore inizialmente gira a vuoto alimentato con una tensione di 100 V. Ipotizzando che la tensione si abbassi improvvisamente del 15%, determinare l'andamento del transitorio di velocità.

Dati

- costante di tensione e di coppia: $K = K_e = K_t = 0.70 \text{ Nm/A}$;
- resistenza del circuito rotorico: $R = 8.5 \Omega$;
- momento d'inerzia del rotore: $J_m = 0.0008 \text{ kgm}^2$;
- induttanza del circuito rotorico: $L = 68 \text{ mH}$.

Risoluzione

Si risolve il problema adottando dapprima un modello del primo ordine e successivamente del secondo ordine, per mostrare che in questo caso con il modello più semplice non vengono evidenziati fenomeni vibratorii che, invece, emergono con il modello del secondo ordine.

Si calcolano dai dati dapprima la velocità iniziale e l'accelerazione iniziale del motore (vedi paragrafo 11.3.3):

$$\omega_0 = \frac{V_a}{K_e} = \frac{100}{0.70} = 142.72 \text{ [rad/s]}$$

$$\dot{\omega}_0 = -K_e \frac{V_a - V'_a}{RJ} = -1545.52 \text{ [rad/s}^2\text{]}$$

Modello del primo ordine

La soluzione dell'equazione differenziale del primo ordine che tiene conto solo del transitorio meccanico è analoga a quella trovata nell'esercizio precedente (eq. 11.7)

$$\omega(t) = \frac{V'_a}{V_a} \omega_0 + \omega_0 \left(1 - \frac{V'_a}{V_a}\right) e^{-t/\tau_m} \quad \tau_m = \frac{RJ_m}{K^2} \quad (11.15)$$

La costante di tempo meccanica per il motore in esame vale $\tau_m = 0.0138 \text{ [s]}$.

Sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$\omega(t) = 121.32 + 21.4 \exp(-72.19t) \text{ [rad/s]}$$

Modello del secondo ordine

Nel caso in esame le costanti di tempo caratteristiche del sistema con modello del secondo ordine (eq.11.13) assumono i seguenti valori:

$$\tau_m = 0.0138 \text{ [s]} \quad \tau_e = 0.008 \text{ [s]}$$

Il fattore di smorzamento per il sistema in esame vale:

$$\xi = 0.658$$

Si osserva che la differenza tra le costanti di tempo non è così significativa come nel caso precedente, in questo caso $\tau_m \simeq 1.7\tau_e$. Ciò determina un fattore di smorzamento inferiore all'unità che può determinare un comportamento oscillatorio del sistema. L'equazione differenziale del secondo ordine che descrive il comportamento dinamico del sistema in transitorio presenta, infatti, poli complessi coniugati.

Le radici dell'equazione omogenea associata diventano:

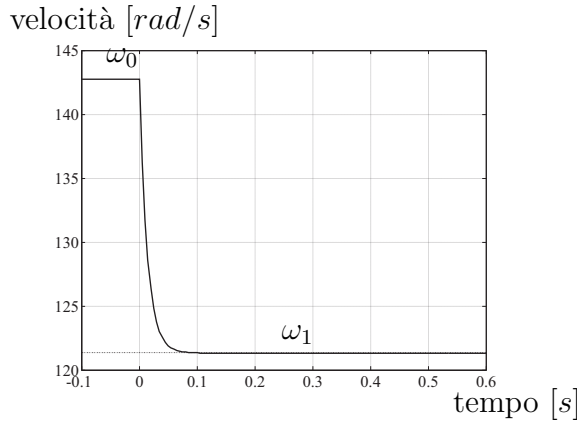


Figura 11.8: Andamento della velocità nel transitorio: modello primo ordine.

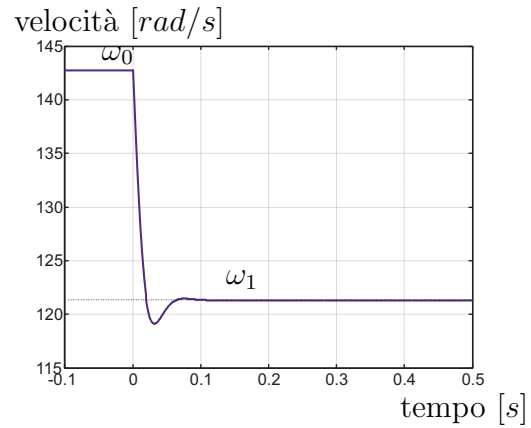


Figura 11.9: Andamento della velocità nel transitorio: modello secondo ordine.

$$\lambda_1 = \frac{-1 - \sqrt{1 - 1/\xi^2}}{2\tau_e} = -\xi\omega_n - \omega_a i$$

$$\lambda_2 = \frac{-1 + \sqrt{1 - 1/\xi^2}}{2\tau_e} = -\xi\omega_n + \omega_a i$$

La pulsazione propria ω_n del sistema vale:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{\tau_m \tau_e}} = 94.99 \text{ [rad/s]}$$

mentre

$$\omega_a = \omega_n \sqrt{1 - 1/\xi^2} = 71.53 \text{ [rad/s]}$$

In questo caso la soluzione dell'equazione differenziale si calcola come segue.

- *Integrale particolare:*

$$\omega_p(t) = A$$

sostituendo all'interno dell'equazione differenziale si ottiene il valore della costante A:

$$A = \frac{V'_a}{K_e}$$

- *Integrale generale:*

$$\omega_g(t) = e^{-\xi\omega_n t} (C_1 \cos(\omega_a t) + C_2 \sin(\omega_a t))$$

Assumendo che la variazione di tensione avvenga per $t = 0$ e imponendo le condizioni iniziali $\omega(0) = \omega_0 = 142.72 \text{ [rad/s]}$ ed $\dot{\omega}(0) = \dot{\omega}_0 = -1545.52 \text{ [rad/s}^2]$ si ottiene:

$$C_1 = \omega_0 - \frac{V'_a}{K_e} = 21.41 \text{ [rad/s]}$$

$$C_2 = \frac{\dot{\omega}_0 + \xi\omega_n \left(\omega_0 - \frac{V'_a}{K_e}\right)}{\omega_a} = -2.9 \text{ [rad/s]}$$

La funzione $\omega(t)$ risulta:

$$\omega(t) = 121.31 + e^{-62.5t} (21.41 \cos(71.54t) - 2.9 \sin(71.54t)) \text{ [rad/s]}$$

Nelle figure 11.8 e 11.9 è diagrammato l'andamento del transitorio dalla velocità iniziale alla nuova velocità, rispettivamente adottando un modello del primo e del secondo ordine.

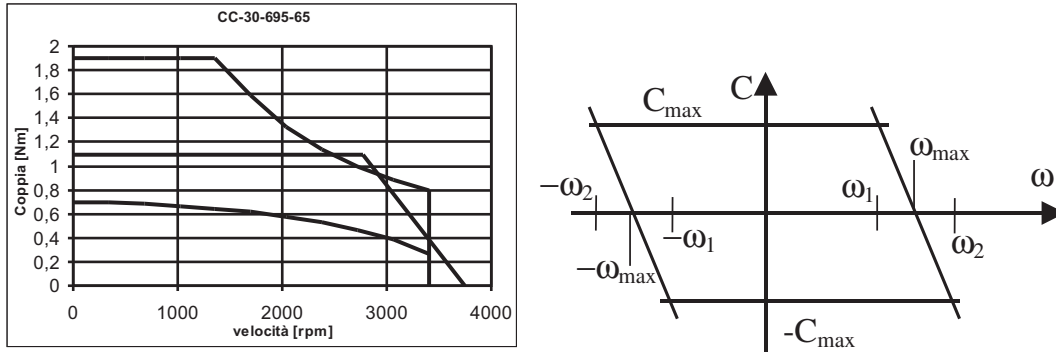


Figura 11.10: Campo operativo derivante dalle limitazioni imposte dal convertitore e andamento della coppia continuativa.

11.3.5 Motore c.c.: campi operativi, transitorio

Si consideri il motore CC-30-695-65, i cui dati tecnici sono riportati in tabella 10.14.

Sapendo che l'elettronica di comando può fornire una $V_{max} = \pm 64 \text{ V}$ ed una corrente massima $I_{max} = \pm 6.7 \text{ A}$, si chiede di sovrapporre tali limiti al campo operativo del motore. Si determini la massima potenza che può essere erogata in queste condizioni.

Si supponga che il motore sia collegato ad un carico costante con $J_R = 0.2 \text{ kg m}^2$ e $C_R = 4 \text{ Nm}$ attraverso un riduttore avente alto rendimento ($\eta \simeq 1$) e rapporto di riduzione $\tau = 1/20$ e che l'elettronica fornisca una tensione $V_1 = 42 \text{ V}$. Stabilire la velocità di funzionamento a regime in tali condizioni.

Ipotizzando che la tensione venga portata al valore $V_2 = 35 \text{ V}$, calcolare con quale decelerazione il motore inizia a rallentare ed il nuovo valore di velocità a cui si porta.

Risoluzione:

Per determinare le limitazioni del campo di lavoro si considera il modello del motore in c.c. descritto nel capitolo 5 del testo, trascurando l'induttanza del motore (L):

$$\begin{cases} C = K_t I \\ V = K_e \omega + RI \end{cases} \quad (11.16)$$

I valori dei parametri del modello per il motore in gioco sono:

- $K_t = 0.163 \text{ [Nm/A]}$;
- $R = 2.5 \text{ [\Omega]}$;
- $J_m = 4 \cdot 10^{-4} \text{ [kgm}^2\text{]}$.

Il valore di corrente massima impone un limite di coppia massima pari a:

$$C_{max} = K_t I_{max} = 0.163 \cdot 6.2 = 1.01 \text{ [Nm]}$$

La limitazione sulla tensione determina una retta limite nel piano (C, ω) la cui equazione è:

$$C = \frac{K^2}{R} (\omega_{max} - \omega)$$

con

$$K = K_e = K_t$$

$$\omega_{max} = V_{max}/K$$

In figura 11.10 sono rappresentate le limitazioni sopra calcolate.

Si calcolano i punti significativi di tali limitazioni, ossia i valori di ω_{max} e di ω_1 :

$$\omega_{max} = \frac{V_{max}}{K_t} = \frac{64}{0.163} = 392.6 \text{ [rad/s]}$$

ossia:

$$N_{max} = \omega_{max} \frac{2\pi}{60} = 3749 \text{ [giri/min]}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{K_t} \left(V_{max} - \frac{R}{K_t} C_{max} \right) = \frac{1}{0.163} \left(60 - \frac{2.5}{0.163} 6.7 \right) = 289.9 \text{ [rad/s]}$$

ossia:

$$N_1 = \omega_1 \frac{2\pi}{60} = 2768 \text{ [giri/min]}$$

La potenza massima che può essere erogata, come si può osservare dal grafico 11.10, è imposta dalla massima potenza che il motore può erogare, essendo questa più restrittiva rispetto a quella imposta dall'elettronica di comando.

Infatti, la potenza massima che l'elettronica di comando permetterebbe di generare al motore sarebbe:

$$W'_{max} = \omega_1 C_{max} = 316.5 \text{ [W]}$$

ma il punto $\omega_1 - C_{max}$ è fuori dal campo operativo del motore, perché oltrepassa il limite di commutazione. Dal diagramma di figura 11.10 la massima potenza che il motore può erogare relativa alla limitazione a potenza costante è:

$$W_{max} = \omega_{max} C_{max} = 3400 \frac{2\pi}{60} 0.8 = 284.8 \text{ [W]}$$

Si osservi che per il calcolo di W_{max} si è considerato il punto della curva a potenza costante relativo alla massima velocità.

Per il calcolo della velocità di funzionamento a regime con una coppia resistente di 4 Nm e con una tensione di alimentazione di 42 V, si riduce la coppia resistente all'albero motore C_r^* e riferendosi al modello dell'eq.11.16 si calcolano corrente e velocità:

$$C_r^* = \tau C_r = 4 \cdot 1/20 = 0.2 \text{ [Nm]}$$

$$I = \frac{C_r^*}{K_t} = \frac{0.2}{0.163} = 1.22 \text{ [A]}$$

$$\bar{\omega} = \frac{V - RI}{K_e} = \frac{42 - 2.5 \cdot 1.22}{0.163} = 238.8 \text{ [rad/s]}$$

ossia:

$$\bar{N} = \bar{\omega} \frac{2\pi}{60} = 2281 \text{ [giri/min]}$$

Portando la tensione al valore $V_2 = 35 \text{ V}$, il motore inizia a rallentare.

Si studia il transitorio trascurando i fenomeni di natura induttiva, utilizzando, quindi, un modello del primo ordine.

Trascurando l'induttanza del motore la funzione che descrive l'andamento nel tempo della corrente è:

$$I(t) = \frac{V_2 - K_e \omega(t)}{R}$$

mentre la coppia motrice è:

$$C_m(t) = (J_m + J_r \tau^2) \dot{\omega}_m(t) + C_r^*$$

Eguagliando la coppia motrice a $K_t I(t)$ si ottiene:

$$K_t \frac{V_2 - K_e \omega(t)}{R} = (J_m + J_r \tau^2) \dot{\omega}_m(t) + C_r^*$$

che può essere riscritta in modo ordinato come segue:

$$(J_m + J_r \tau^2) \dot{\omega}_m(t) + \frac{K_e K_t}{R} \omega(t) + C_r^* - \frac{K_t V_2}{R} = 0 \quad (11.17)$$

Si ricava di seguito la soluzione dell'equazione differenziale 11.17.

- *Integrale particolare:*

$$\omega_p(t) = A$$

che sostituita all'interno dell'equazione differenziale 11.17 permette di ottenere:

$$A = \frac{-R C_r^* + K_t V_2}{K_e K_t}$$

- *Integrale generale dell'omogenea associata:*

$$\omega_g(t) = C e^{-st}$$

ove

$$(J_m + J_r \tau^2) s + \frac{K_e K_t}{R} = 0$$

e, quindi:

$$s = -\frac{K_e K_t}{R(J_m + J_r \tau^2)}$$

$$\omega_g(t) = C e^{-\frac{K^2}{R(J_m + J_r \tau^2)} t}$$

La soluzione completa dell'equazione differenziale si ottiene sommando integrale generale e particolare ed imponendo la condizione iniziale $\omega(0) = \omega_0$:

$$\omega(t) = \omega_p + \omega_g = \omega(t) = \frac{-R C_r^* + K_t V_2}{K_e K_t} + C e^{-\frac{K^2}{R(J_m + J_r \tau^2)} t} \quad C = \omega_0 + \frac{-K V_2 + R C_r^*}{K_e K_t}$$

da cui si ottiene:

$$\omega(t) = \omega_0 + \frac{R C_r^* - K_t V_2}{K_e K_t} \left(1 - e^{-t/\tau_m}\right) \quad \tau_m = \frac{R J}{K_e K_t} \quad J = J_m + \tau^2 J_r \quad (11.18)$$

ove J è l'inerzia totale e τ è detta costante di tempo meccanica.

Derivando rispetto al tempo l'espressione 11.18 si ottiene la legge con cui varia nel tempo l'accelerazione angolare:

$$\dot{\omega}(t) = \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau_m} \frac{R C_r^* - K_t V_2}{K_e K_t} \quad (11.19)$$

L'accelerazione angolare all'istante iniziale è, dunque, pari a:

$$\dot{\omega}(0) = \frac{1}{\tau_m} \frac{R C_r^* - K_t V_2}{K_e K_t} = -507.1 \text{ [rad/s}^2\text{]}$$

Il nuovo valore di velocità a cui si porta il motore è:

$$\omega_2 = \frac{K V_2 - R C_r^*}{K^2} = 195.9 \text{ [rad/s]}$$

11.4 Motori c.c. serie

11.4.1 Motore c.c. eccitazione serie

Testo esercizio

Un motore in c.c. ad eccitazione serie per trazione ferroviaria presenta i seguenti dati di targa:

- corrente nominale: $I_n = 700 \text{ A}$
- tensione nominale: $V_n = 1800 \text{ V}$
- potenza nominale: $W_n = 1199 \text{ kW}$
- corrente allo spunto: $I_s = 1000 \text{ A}$
- resistenza totale: $R_a = 0.125 \text{ } \Omega$
- velocità nominale: $\omega_n = 980 \text{ giri/min}$
- velocità massima: $\omega_{max} = 1530 \text{ giri/min}$

Calcolare:

- a. la coppia nominale;
- b. la tensione di alimentazione del motore quando ruota a 650 giri/min ed eroga la coppia nominale;
- c. la coppia erogata quando il motore assorbe una corrente di 610 A ;
- d. tracciare la curva caratteristica (C, ω) .

In figura ?? è riportata l'immagine del motore c.c. eccitazione serie in esame.

Calcolo della coppia nominale

La coppia nominale può essere calcolata a partire dai valori di potenza e velocità in condizioni nominali:

$$C_n = \frac{W_n}{\omega_n}$$

$$C_n = \frac{1199 \cdot 10^3}{980 \cdot 2\pi/60} = 11680 \text{ [Nm]}$$

Si osserva che i dati forniti sono ridondanti, infatti la potenza nominale può essere desunta dagli altri dati forniti dal testo, come segue.

Calcolo della tensione di alimentazione per condizioni operative assegnate

Per calcolare la tensione si ricorre al modello semplificato del circuito rotorico, descritto dall'equazione 11.20

$$V_a = K_t \omega I_a + R_a I_a \quad (11.20)$$

Per calcolare V_a è, dunque, necessario calcolare la costante di coppia K_t a partire dai dati a disposizione. Si ricorda che nei motori c.c. con eccitazione serie la coppia motrice è proporzionale al quadrato della corrente di armatura.

$$C_m = K_t I_a^2 \quad (11.21)$$

Il valore di K_t può essere ottenuto osservando che in condizioni nominali il motore eroga la coppia nominale, assorbendo la corrente nominale, ossia:

$$K_t = \frac{C_n}{I_n^2}$$

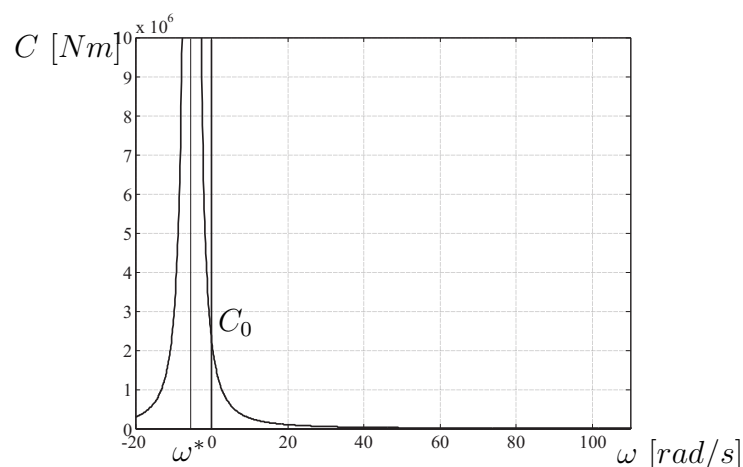


Figura 11.11: Curva caratteristica del motore c.c. eccitazione serie in esame.

$$K_t = \frac{11680}{700^2} = 0.024 \text{ [Nm/A}^2\text{]}$$

Si ottiene, quindi, la tensione di armatura:

$$V_a = K_t \omega I_n + R_a I_n$$

$$V_a = 0.024 \cdot 650 \frac{2\pi}{60} \cdot 700 + 0.125 \cdot 700 = 1223 \text{ [V]}$$

Calcolo della coppia erogata in assegnate condizioni operative

La coppia erogata con una corrente di armatura $I_a = 610 \text{ A}$ è:

$$C_m = K_t I_a^2$$

$$C_m = 0.024 \cdot 610^2 = 8870 \text{ [Nm]}$$

Curva caratteristica

Combinando le eq.11.20 e 11.21 si ottiene la relazione $C - \omega$ per una assegnata tensione di alimentazione:

$$C = \frac{K_t V^2}{(K_t \omega + R_a)^2} = \frac{K_t / R_a^2}{\omega / \omega^* + 1} V^2 \quad (11.22)$$

con $\omega^* = R_a / K_t = 5.2 \text{ [rad/s]}$.

Per $\omega = 0$ la coppia vale:

$$C_0 = V^2 \frac{K_t}{R_a^2} = 2.28 \cdot 10^6 \text{ [Nm]}$$

Noti i valori di ω^* e C_0 è possibile tracciare in modo approssimato l'andamento della curva caratteristica, come mostrato in figura 11.11.

11.5 Motori sincroni a commutazione elettronica (“brushless”)

11.5.1 Verifica carico termico 1

Si definisca innanzitutto cosa si intende per coppia di picco e coppia continuativa e costante termica di un motore. Inoltre, considerato il motore BB-1-30-40 (tabella 10.27 a pagina 432) calcolare qual è la coppia massima che può sopportare con una sovratemperatura massima $\vartheta = 65^\circ\text{C}$ immaginando un suo funzionamento in ciclo intermittente periodico di figura 11.12 nei due casi riportati in tabella:

Caso 1		Caso 2	
N [giri/min]	2000	N [giri/min]	2000
t_1 [s]	20	t_1 [min]	20
t_2 [s]	40	t_2 [min]	40

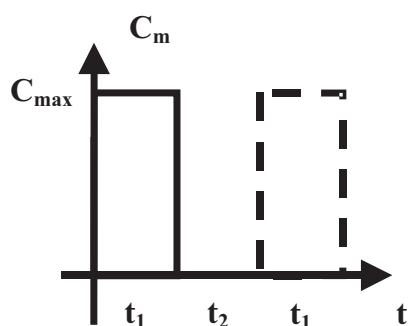


Figura 11.12: Schema del ciclo di lavoro continuativo per il motore brushless BB-1-30-40.

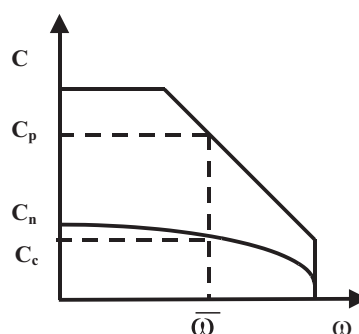


Figura 11.13: Motore Brushless: C_n =coppia nominale, C_p =coppia di picco a $\bar{\omega}$, C_c =coppia continuativa a $\bar{\omega}$.

Risoluzione:

La coppia di picco la coppia massima che il motore può fornire in determinate condizioni di velocità. Tale coppia può essere fornita solo per brevi periodi.

La coppia continuativa è la coppia che il motore può fornire in maniera continuativa in prefissate condizioni di velocità e di ventilazione e dipende anche dalla massima sovratemperatura ammessa.

La coppia nominale è la coppia continuativa fornibile in condizioni standard predefinite. Ad esempio per il motore asincrono si fa riferimento alla velocità nominale (o a quella di sincronismo) mentre per i motori brushless si fa riferimento alla velocità nulla (rotore bloccato) (vedi figura 11.13).

La costante di tempo termica è una costante che serve a calcolare quanto rapidamente un motore si scalda o si raffredda. E' pari al prodotto della capacità termica e della resistenza termica :

$$\tau_{th} = C_{th} R_{th}$$

ad esempio il motore a riposo con temperatura iniziale ϑ_0 si raffredda seguendo la legge seguente :

$$\vartheta = \vartheta_a + (\vartheta_0 - \vartheta_a) \exp(-t/\tau_{th})$$

$$\vartheta_a = T_{motore} - T_{ambiente}$$

Dalla tabella 10.27 di pagina 432 vedo che il motore in esame ha una costante termica $\tau_{th} = 30$ min ed una coppia continuativa a rotore bloccato $C_{n2}=0.78$ Nm. Utilizzando il coefficiente λ posso calcolare la coppia continuativa a 2000 giri/min:

$$\omega = N \frac{2\pi}{60} = 2000 \frac{2\pi}{60} = 209 \text{ [rad/s]}$$

$$C_c = \sqrt{C_n^2 - \lambda\omega^2} = \sqrt{0.78^2 - 0.76 \cdot 10^{-6} \cdot 209^2} = 0.76 \text{ [Nm]}$$

Nel caso di ciclo di durata “lunga durata”, ad esempio alcuni minuti, e cioè comparabile con la costante termica del motore (caso 2) la coppia massima sopportabile ad una determinata velocità per il ciclo in figura si calcola come:

$$t_c = t_1 + t_2$$

$$C_{max} = C_c \sqrt{\frac{1 - e^{-t_c/\tau_{th}}}{1 - e^{-t_1/\tau_{th}}}} = 0.76 \sqrt{\frac{1 - e^{-60/30}}{1 - e^{-20/30}}} = 1.01 \text{ [Nm]}$$

Se invece il tempo di ciclo è molto corto rispetto alla costante termica del motore (caso 1), si può ancora usare la formula esatta o, per semplicità, anche la formula approssimata seguente:

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{C_{max}^2 t_1}{t_1 + t_2}} \leq C_c \rightarrow C_{max} = C_c \sqrt{\frac{t_1 + t_2}{t_1}} = 0.76 \sqrt{\frac{60}{20}} = 1.32 \text{ [Nm]}$$

11.5.2 Verifica carico termico 2

Il motore BB-1-30-40 funziona in ciclo continuativo intermittente S3 alla velocità $n=2500$ giri/min. La coppia è variabile come indicato nel diagramma (figura 11.14) con $C_{max} = 1.8$ Nm e $t_1 = 5$ s. Determinare il tempo minimo di sosta t_2 che consenta un regolare funzionamento continuativo ammettendo una sovratemperatura $\Theta = 105^\circ$ C.

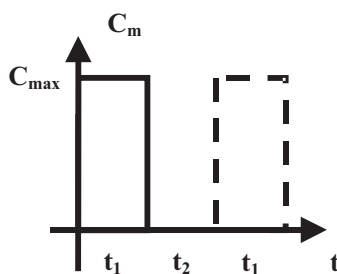


Figura 11.14: Andamento della coppia resistente.

Risoluzione:

Con i dati ricavati da catalogo si può determinare la coppia che il motore può fornire in maniera continuativa alla velocità di $N=2500$ giri/min:

$$\omega = N \frac{2\pi}{60} = 262 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

$$C = \sqrt{C_n^2 - \lambda \omega^2} = \sqrt{0.91^2 - 0.76 \cdot 10^{-6} \cdot 262^2} = 0.88 \text{ [Nm]}$$

Dato che la durata del servizio del motore è molto inferiore alla sua costante di tempo termica è sufficiente fare riferimento alla formula approssimata:

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{C_{max}^2 t_1}{t_1 + t_2}} \leq C$$

da cui risulta:

$$t_1 + t_2 \geq t_1 \frac{C_{max}^2}{C^2}$$

$$t_2 \geq t_1 \left(\frac{C_{max}^2}{C^2} - 1 \right) = 5 \left(\frac{1.8^2}{0.88^2} - 1 \right) = 16 \text{ [s]}$$

11.5.3 Verifica del motore (velocità massima, coppia di picco e termica)

Si deve verificare se il motore BB-2-45-40 destinato ad azionare un utilizzatore con un riduttore di velocità avente $\tau = 1/10$, rendimento elevato $\eta \simeq 1$ e inerzia trascurabile è in grado di svolgere la sua funzione con una sovratemperatura massima tollerabile di 105°C .

L'utilizzatore deve compiere una movimentazione ciclica in cui ogni ciclo prevede una rotazione di 12π rad in un intervallo di tempo di azionamento $t_a = 2$ s seguito da una pausa di 2 s.

Il profilo della legge di moto è trapezoidale sulle velocità, le rampe di accelerazione e decelerazione sono uguali e hanno durata 0.8 s, come indicato nelle figure 11.15 e 11.16. L'utilizzatore ha un momento d'inerzia complessivo di 0.2 kg m^2 e la coppia resistente, comprendente anche l'attrito, è costante e pari a 15 Nm.

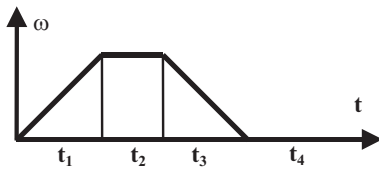


Figura 11.15: Legge di moto della movimentazione ciclica: velocità.

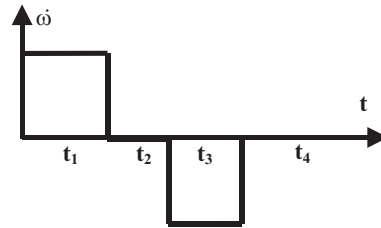


Figura 11.16: Legge di moto della movimentazione ciclica: accelerazione.

Risoluzione:

affinché il motore prescelto sia in grado di azionare il carico si deve verificare che:

1. la coppia motrice C_{rms} sia all'interno della zona di funzionamento continuativo per una velocità di funzionamento pari alla ω_{rms} del motore.
2. Il luogo dei carichi deve essere all'interno della zona di funzionamento intermittente. Questo implica la verifica contemporanea della coppia di picco e della velocità massima del motore.

Noto il tempo di azionamento t_a e la durata delle rampe di accelerazione e decelerazione si ha:

$$t_1 = t_3 = 0.8 \text{ [s]}$$

$$t_2 = t_a - t_1 - t_3 = 2 - 1.6 = 0.4 \text{ [s]}$$

Considerando che il profilo di velocità è trapezoidale e detta $\Delta\vartheta = 12\pi$ la rotazione da effettuare risulta essere:

$$\Delta\vartheta = \frac{(t_1 + 2t_2 + t_3)}{2} \omega_{max}$$

dove ω_{max} indica la velocità angolare massima del carico. Dalle equazioni precedenti si determina:

$$\omega_{max} = \frac{\Delta\vartheta}{\frac{t_1}{2} + t_2 + \frac{t_3}{2}} = \frac{12\pi}{0.4 + 0.4 + 0.4} = 10\pi \simeq 31.4 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

In valore assoluto l'accelerazione nei due intervalli t_1 e t_3 vale quindi:

$$\dot{\omega}_{max} = \frac{\omega_{max}}{t_1} = \frac{10\pi}{0.8} = 12.5\pi \simeq 39.3 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \right]$$

Noto il rapporto di riduzione τ si possono riportare i dati calcolati per il carico all'albero motore:

$$\omega_{m-max} = \omega_{max}/\tau = 31.4/0.1 = 314 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

$$\dot{\omega}_{m-max} = \dot{\omega}_{max}/\tau = 39.3/0.1 = 393 \left[\frac{rad}{s^2} \right]$$

trasformando la velocità massima in giri/min si ottiene:

$$N_{m-max} = \frac{60}{2\pi} \omega_{m-max} = \frac{30}{\pi} 314 = 2998 \left[\frac{giri}{min} \right]$$

Si passa ora al calcolo della coppia motrice richiesta al motore. In un generico istante la coppia richiesta al motore per l'azionamento del carico è data da:

$$C_m = \left(\frac{J_m}{\tau} + J_c \tau \right) \dot{\omega}_c + \tau C_r$$

Dove il pedice m indica il motore, c il carico e r le azioni resistenti. Il momento d'inerzia $J_m = 2 \cdot 10^{-4}$ [kg m²] del motore è noto anch'esso perché è noto il modello di motore, quindi dal catalogo si possono rilevare i dati necessari.

Numericamente nei quattro intervalli di movimento si ha:

$$\begin{aligned} C_{m1} &= (2 \cdot 10^{-4}/0.1 + 0.2 \cdot 0.1) 39.3 + 15 \cdot 0.1 = 2.36 [N m] \\ C_{m2} &= 15 \cdot 0.1 = 1.5 [N m] \\ C_{m3} &= (2 \cdot 10^{-4}/0.1 + 0.2 \cdot 0.1) (-39.3) + 15 \cdot 0.1 = 0.6354 [N m] \\ C_{m4} &= 1.5 [N m] \end{aligned}$$

Si devono calcolare ora la coppia motrice RMS e la velocità RMS del motore.

La coppia motrice RMS è data da:

$$C_{m-rms} = \sqrt{\frac{\sum_i C_i^2 t_i}{\sum_i t_i}} = \sqrt{\frac{2.36^2 \cdot 0.8 + 1.5^2 \cdot 0.4 + 0.63^2 \cdot 0.8 + 1.5^2 \cdot 2}{0.8 + 0.4 + 0.8 + 2}} = 1.59 [N m]$$

La velocità RMS è calcolata in modo approssimativo con la formula seguente:

$$\omega_{m-rms} \simeq \sqrt{\frac{(\omega_{max}/2)^2 t_1 + \omega^2 t_2 + (\omega_{max}/2)^2 t_3}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}} = |\omega_{max}| \sqrt{\frac{(t_1/4 + t_2 + t_3/4)}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}}$$

Numericamente si ha:

$$\omega_{rms} = 10 \pi \sqrt{\frac{\frac{0.8}{4} + 0.4 + \frac{0.8}{4}}{4}} \simeq 14 \left[\frac{rad}{s} \right] = 133 \left[\frac{giri}{min} \right]$$

E sul motore:

$$\omega_{m-rms} = \frac{\omega_{rms}}{\tau} = \frac{14}{0.1} = 140 \left[\frac{rad}{s} \right] = 1330 \left[\frac{giri}{min} \right]$$

Il punto ora calcolato è rappresentato nel piano (ω, C_{rms}) , dove si è preventivamente tracciata la curva di coppia di funzionamento continuativo rilevandola dal catalogo dei motori. La figura 11.17 riporta graficamente l'operazione effettuata.

Il punto in esame è al di sotto della curva di funzionamento continuativo. Dal punto di vista della verifica di coppia motrice RMS il motore sarebbe in grado di movimentare il carico mantenendo una sovratemperatura entro il limite prefissato di 105 °C.

E' necessario ora procedere con la verifica 2) tracciando nel piano (ω, C_{rms}) il luogo dei carichi e la curva di funzionamento intermittente del motore.

Il luogo dei carichi è costituito dai 4 tratti di curva, una per ogni intervallo t_i :

$$\begin{array}{ll} t_1 & 0 < \omega < 2998 [giri/min] \quad C_m = 2.36 [N m] \\ t_2 & \omega = 2998 [giri/min] \quad C_m = 1.5 [N m] \\ t_3 & 0 < \omega < 2998 [giri/min] \quad C_m = 0.63 [N m] \\ t_4 & \omega = 0 [giri/min] \quad C_m = 1.5 [N m] \end{array}$$

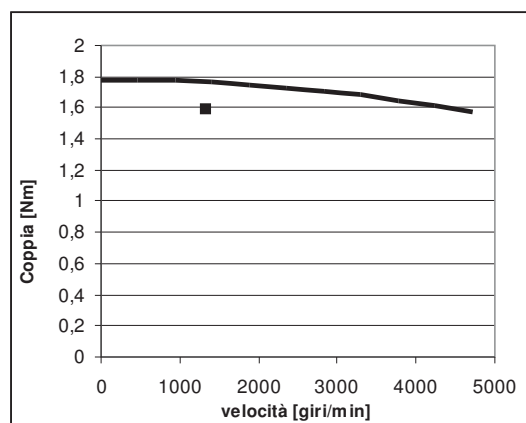


Figura 11.17: Campo operativo continuativo del motore e punto di funzionamento “quadratico medio”.

	C_n per $\Delta T=105$	ω_{max} per $C = C_n$	ω_{max} per $C=2C_n$	ω_{max} per $C=3C_n$
BB-2-45-40	1.78	4710	4070	3300

La curva di funzionamento intermittente del motore si può costruire utilizzando i dati del motore come riportato dal catalogo:

Il luogo dei carichi è completamente contenuto all’interno della zona che delimita l’area di piano (ω, C_m) di funzionamento intermittente (figura 11.18).

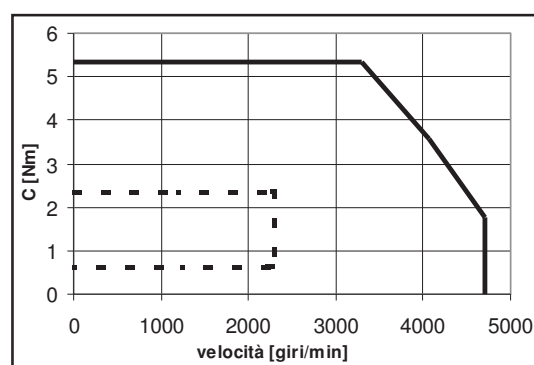


Figura 11.18: Luogo dei carichi e campo di coppia intermittente del motore.

Questo implica che il motore è in grado di fornire sia la coppia massima per l’azionamento del carico e sia di far raggiungere al carico la velocità massima prevista.

Il motore è, in sintesi, adatto all’azionamento del carico.

11.5.4 Scelta del gruppo motore e riduttore 1

Si deve scegliere il motore per effettuare la movimentazione alternata di una massa di 10 [kg]. La lunghezza della corsa è di 2 metri, da percorrere in 2 secondi con la legge di moto riportata in figura 11.19.

La massa è mossa nel piano orizzontale mediante l'impiego di una cinghia. La puleggia su cui si avvolge la cinghia ha inerzia trascurabile ed il diametro di 20 mm.

Durante il movimento l'azione resistente, comprendente anche l'attrito, è costante e pari a 50 N.

Determinare:

- quali motori contenuti nella tabella 10.27 a pagina 432 sono in grado di effettuare la movimentazione della massa, tollerando un $\Delta T = 65^\circ C$.
- il diagramma di velocità e accelerazione: per fare questo si deve calcolare V_{max} .

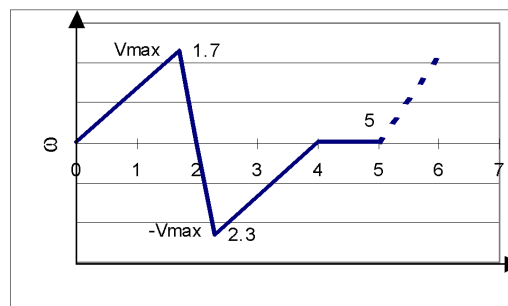


Figura 11.19: Legge di moto del carico.

Risoluzione:

La legge di moto può essere rappresentata schematicamente nelle figure 11.20 e 11.21.

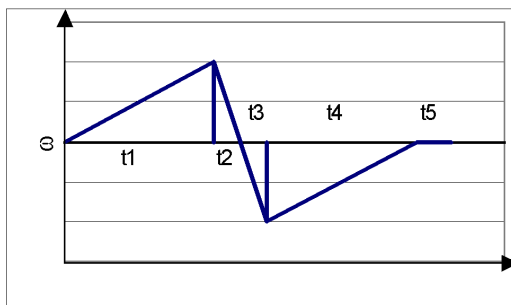


Figura 11.20: Andamento della velocità nei diversi tratti.

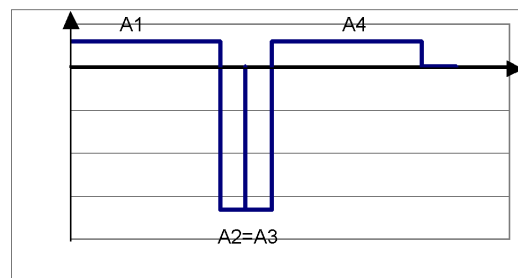


Figura 11.21: andamento dell'accelerazione nei diversi tratti.

Dato che i cicli di andata e ritorno sono simmetrici è possibile considerarne solamente uno di essi. Si determina semplicemente che:

$$\Delta S = \frac{(t_1 + t_2)}{2} V_{max}$$

da cui V_{max} risulta:

$$V_{max} = \frac{2\Delta S}{t_1 + t_2} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2 \text{ [m/s]}$$

E' possibile ora determinare i valori di accelerazione massima positiva e negativa:

$$A_1 = \frac{V_{max}}{t_1} = \frac{2}{1.7} = 1.18 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$A_2 = -\frac{V_{max}}{t_2} = -\frac{2}{2-1.7} = -\frac{2}{0.3} = -6.67 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

Nota l'accelerazione del carico è possibile calcolare la forza complessiva agente f , data dalla somma della forza d'inerzia e della forza resistente f_r :

$$f = ma + f_r$$

Nei quattro intervalli si ha che la forza resistente è pari a:

$$\begin{aligned} f_1 &= mA_1 + f_r = 10 \cdot 1.18 + 50 = 61.8 \text{ [N]} \\ f_2 &= mA_2 + f_r = -10 \cdot 6.67 + 50 = -16.6 \text{ [N]} \\ f_3 &= mA_3 + f_r = -10 \cdot 6.67 + 50 = -16.6 \text{ [N]} \\ f_4 &= mA_4 + f_r = 10 \cdot 1.18 + 50 = 61.8 \text{ [N]} \\ f_5 &= 50 \text{ [N]} \end{aligned}$$

graficamente si ha:

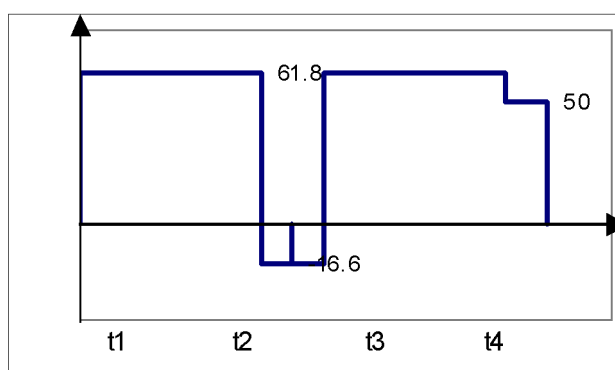


Figura 11.22: Andamento della forza resistente.

Per valutare quali motori sono in grado di azionare il carico con la trasmissione assegnata è necessario procedere con la verifica della coppia motrice RMS e della coppia di picco, oltre che naturalmente anche con la verifica di velocità massima.

In questa trasmissione il raggio della puleggia svolge la funzione di riduttore di velocità pertanto il rapporto di riduzione si può valutare come:

$$\tau = \frac{V}{\omega} = R = \frac{D}{2} = 0.01 \text{ [m]}$$

La coppia motrice richiesta nell'intervallo i -esimo al motore si può pertanto esprimere come:

$$C_m = \left(\frac{J_m}{R} + Rm \right) A_i + R f_r = \left(\frac{J_m}{0.01} + 0.1 \right) A_i + 0.5$$

La verifica deve ora continuare prendendo in esame un motore: partendo dal motore BB-1-80-30 e ricavando i dati caratteristici del motore dalla tabella 10.27 di pagina 432 si ha che:

$$J_m = 0.55 \text{ [kg cm}^2\text{]} = 5.5 \cdot 10^{-5} \text{ [kg m}^2\text{]}$$

posto:

$$\alpha = \frac{J_m}{R} + Rm = \frac{5.5 \cdot 10^{-5}}{10^{-2}} + 0.1 = 0.0055 + 0.1 = 0.1055$$

si possono calcolare le coppie motrici nei 5 intervalli:

$$\begin{aligned} C_1 &= \alpha A_1 + Rf = 0.1055 \cdot 1.18 + 0.01 \cdot 50 = 0.625 \text{ [Nm]} \\ C_2 &= \alpha A_2 + Rf = 0.1055 \cdot (-6.67) + 0.01 \cdot 50 = -0.204 \text{ [Nm]} \\ C_3 &= C_2 = 0.204 \text{ [Nm]} \\ C_4 &= C_1 = 0.625 \text{ [Nm]} \\ C_5 &= Rf = 0.01 \cdot 50 = 0.5 \text{ [Nm]} \end{aligned}$$

e quindi la coppia motrice RMS vale:

$$C_{m-RMS} = \sqrt{\frac{\sum_i C_i^2 t_i}{\sum_i t_i}} = \sqrt{\frac{0.63^2 \cdot 1.7 \cdot 2 + 0.22^2 \cdot 0.3 \cdot 2 + 0.5^2 \cdot 1}{5}} = 0.57 \text{ [Nm]}$$

Dai dati di catalogo risulta che il motore BB-1-80-30 ha una coppia nominale di 0.53 [Nm], pertanto essendo $C_{m-RMS} = 0.57 > C_n = 0.53$ il motore non è idoneo per effettuare la movimentazione in abbinamento con la puleggia assegnata. E' tuttavia possibile che abbinando a questo motore una puleggia di raggio minore sia possibile impiegare questo motore. Ipotesi non ammissibile nel caso in esame.

E' necessario pertanto procedere nella verifica di un motore di taglia maggiore. Si seleziona il motore BB-2-40-30.

Ricalcolando i dati valutati con le relazioni precedenti per questo motore si ha:

$$\begin{aligned} \alpha &= \left(\frac{7.5 \cdot 10^{-5}}{10^{-2}} + 0.1 \right) = 0.005 + 0.1 = 0.1075 \\ C_1 &= \alpha A_1 + Rf = 0.1075 \cdot 1.18 + 0.01 \cdot 50 = 0.63 \text{ [Nm]} \\ C_2 &= \alpha A_2 + Rf = 0.1075 \cdot (-6.67) + 0.01 \cdot 50 = -0.22 \text{ [Nm]} \\ C_3 &= C_2 = 0.22 \\ C_4 &= C_1 = 0.63 \\ C_5 &= Rf = 0.01 \cdot 50 = 0.5 \text{ [Nm]} \end{aligned}$$

$$C_{m-RMS} = \sqrt{\frac{\sum_i C_i^2 t_i}{\sum_i t_i}} = \sqrt{\frac{0.63^2 \cdot 1.7 \cdot 2 + 0.22^2 \cdot 0.3 \cdot 2 + 0.5^2 \cdot 1}{5}} = 0.57 \text{ [Nm]}$$

Per questo motore la condizione $C_{m-RMS} = 0.57 < C_n = 0.75$ è verificata in quanto il motore ha una coppia nominale più elevata.

Si osservi come i valori di coppia motrice C_i per i vari intervalli di azionamento siano quasi identici a quelli ricavati per il motore precedente. Questo accade perché il termine che dipende dall'inerzia del motore J_m/R sia molto più piccolo del termine dovuto al carico resistente agente sulla massa.

E' necessario ora procedere alla verifica di velocità massima:

$$n_{m-max} = \frac{60 \cdot V_{max}}{2\pi \cdot R} = \frac{30 \cdot 2}{\pi \cdot 0.01} \cong 1910 \text{ [giri/min]} \cong 200 \text{ [rad/s]}$$

Il motore BB-2-40-30 ammette una velocità massima di 4000 giri/min ampiamente compatibile con le esigenze di movimentazione.

E' necessario ora effettuare una verifica termica completa del motore. Per questo è necessario determinare la velocità quadratica media del motore che approssimativamente vale:

$$\begin{aligned}
 \omega_{m-rms} &\simeq \sqrt{\frac{\omega_1^2 t_1/2 + \omega_2^2 t_2/2 + \omega_3^2 t_3/2 + \omega_3^2 t_3/2}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}} \\
 &= |\omega_{\max}| \sqrt{\frac{\frac{1}{2}(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}} \\
 &= 200 \sqrt{\frac{2}{5}} = 126 \text{ [rad/s]} = 1208 \text{ [giri/min]}
 \end{aligned}$$

La precedente formula approssimata stata ricavata considerando per ogni intervallo t_i la velocità media all'interno dell'intervallo.

Riportando ora il punto (1208,0.57) nel piano (n,C) del motore BB-2-40-30, si rileva dalla figura 11.23 come tale punto sia ampiamente all'interno della zona di funzionamento continuativo.

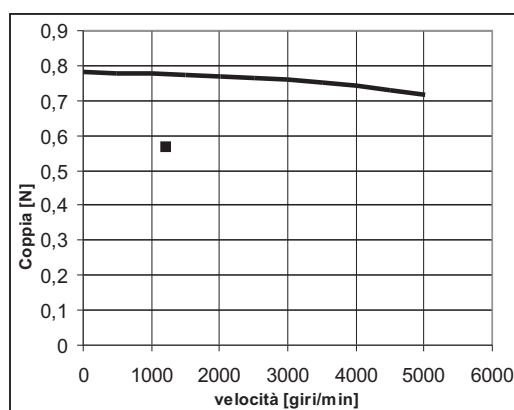


Figura 11.23: Punto di funzionamento “quadratico medio” del motore e campo limite di funzionamento continuativo.

A questo punto, superate le verifiche di coppia motrice RMS e di velocità massima, è necessario effettuare la verifica della coppia di picco.

Affinchè questa verifica dia esito positivo dovrà risultare che il luogo dei carichi sia all'interno della zona di funzionamento intermittente.

Si può facilmente verificare che, per questo caso, in corrispondenza del raggiungimento da parte del motore della velocità massima si ha anche la coppia motrice massima. Pertanto anzichè tracciare completamente il luogo dei carichi è sufficiente verificare che il punto (1910,0.63) sia all'interno della zona di funzionamento intermittente (figura 11.24).

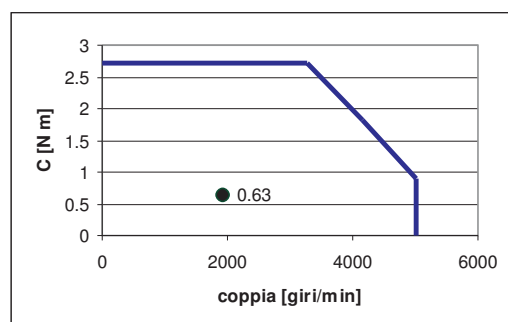


Figura 11.24: Zona di funzionamento intermittente e verifica della coppia di picco.

11.5.5 Scelta del gruppo motore e riduttore 2

Si consideri un utilizzatore che deve compiere una movimentazione intermittente.

Per ogni ciclo la legge di moto prevede una rotazione ΔS di 18.5 rad in un tempo di azionamento $t_a = 5$ s, seguito da un intervallo di sosta di durata incognita (che inizialmente può essere posto pari a 0 secondi). La legge di moto scelta è trapezoidale sulle velocità, gli intervalli di tempo di accelerazione e di decelerazione hanno la medesima durata e pari ad $1/5$ del tempo di azionamento t_a .

Il carico è dotato di un momento d'inerzia di 25 kg m^2 e la coppia resistente è variabile: costante e pari a 65 Nm durante il moto e nulla durante la sosta.

Per azionare il carico si può utilizzare il motore BB-2-40-30 o il motore BB-2-80-30 accoppiato con un riduttore di velocità avente rapporto di riduzione $\tau = 1/115$, rendimento elevato ($\eta \simeq 1$) ed inerzia trascurabile.

1. Nell'ipotesi di tollerare per il motore una sovratemperatura massima di 65K , determinare quale delle due versioni disponibili (40,80) del motore indicato è in grado di azionare il carico ed effettuare tutte le verifiche necessarie, indicando quali danno esito positivo e quali esito negativo.
2. Valutare se l'introduzione di un tempo di sosta può giovare al motore e, in caso affermativo, determinare il valore dell'intervallo di sosta che permette di soddisfare i requisiti di coppia.

Risoluzione:

La legge di moto può essere rappresentata schematicamente come nelle figure 11.25 e 11.26.

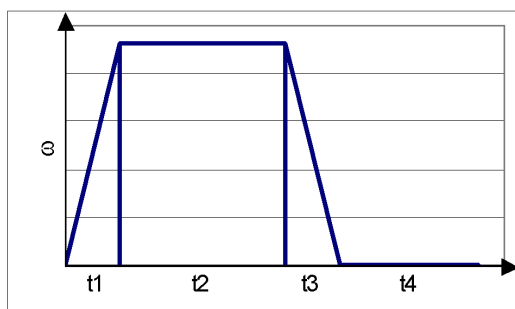


Figura 11.25: Diagramma di velocità nei diversi tratti.

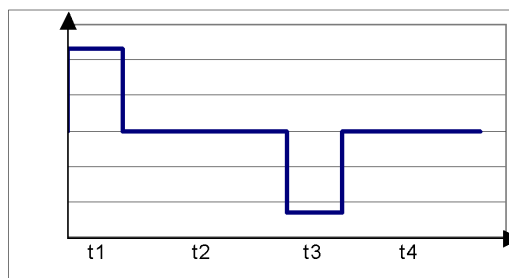


Figura 11.26: Diagramma di accelerazione nei diversi tratti.

L'intervallo di azionamento t_a del motore è costituito da un intervallo t_1 di accelerazione, seguito da un tratto t_2 a velocità costante e da un tratto t_3 di frenatura. Successivamente a t_3 vi è l'intervallo di sosta t_4 . Pertanto $t_a = t_1 + t_2 + t_3$.

Come primo passo si determinano tutte le grandezze che definiscono la legge di moto: gli intervalli di tempo t_1 , t_2 e t_3 , la velocità massima e l'accelerazione massima del carico, l'intervallo di sosta t_4 è inizialmente posto pari a zero, come richiesto dal testo.

Noto il tempo di azionamento t_a e la durata delle rampe di accelerazione e decelerazione si ha:

$$t_1 = t_3 = \frac{1}{5}t_a = \frac{1}{5} \cdot 5 = 1 \text{ [s]}$$

$$t_2 = t_a - t_1 - t_3 = 5 - 1 - 1 = 3 \text{ [s]}$$

Considerando che il profilo di velocità è trapezoidale, e detta ΔS la rotazione da effettuare, si può facilmente dimostrare che:

$$\Delta S = \frac{(t_1 + 2t_2 + t_3)}{2} \omega_{max}$$

dove ω_{max} indica la velocità angolare massima del carico. Dall'equazione precedente si determina ω_{max} :

$$\omega_{max} = \frac{\Delta S}{t_1/2 + t_2 + t_3/2} = \frac{18.5}{0.5 + 3 + 0.5} = \frac{18.5}{4} = 4.625 \text{ [rad/s]}$$

In valore assoluto l'accelerazione nei due intervalli t_1 e t_3 vale quindi:

$$\dot{\omega}_{max} = \frac{\omega_{max}}{t_1} = \frac{4.625}{1} = 4.625 \text{ [rad/s}^2\text{]}$$

Noto il rapporto di riduzione τ si possono riportare i dati calcolati per il carico all'albero motore:

$$\begin{aligned}\omega_{m-max} &= \frac{\omega_{max}}{\tau} = \frac{4.625}{1/115} = 532 \text{ [rad/s]} \\ \dot{\omega}_{m-max} &= \frac{\dot{\omega}_{max}}{\tau} = \frac{4.625}{1/115} = 532 \text{ [rad/s}^2\text{]}\end{aligned}$$

Trasformando la velocità massima in giri/min si ottiene:

$$N_{m-max} = \frac{60}{2\pi} \omega_{m-max} = \frac{30}{\pi} 532 = 5080 \text{ [giri/min]}$$

Dalle caratteristiche dei due motori si rileva che è necessario ricorrere al motore (80), in quanto ha una velocità massima di 8460 giri/min; il motore (40) ha infatti una velocità massima di soli 5010 giri/min, insufficiente a garantire il raggiungimento della velocità massima del carico se abbinato al riduttore richiesto avente $\tau=1/115$.

Da un punto di vista pratico potrebbe essere opportuno proporre l'adozione di un riduttore con un τ più elevato: questa scelta permetterebbe di ricorrere al motore con velocità massima di 5010 giri/min e impiegare un azionamento più economico.

Questa scelta non è proponibile ora in quanto il valore di $\tau=1/115$ è imposto dal testo.

Individuato il motore (80) si può passare al calcolo della coppia motrice richiesta.

La relazione che consente di determinare la coppia motrice richiesta al motore è la seguente:

$$C_m = \left(\frac{J_m}{\tau} + J_c \tau \right) \dot{\omega}_c + \tau C_r$$

La relazione precedente si deve calcolare nei quattro intervalli t_1 , t_2 , t_3 e t_4 :

$$\begin{aligned}C_{m1} &= \left(\frac{7.5 \cdot 10^{-5}}{1/115} + \frac{25}{115} \right) 4.625 + \frac{65}{115} = 0.226 \cdot 4.625 + 0.565 = 1.61 \text{ [Nm]} \\ C_{m2} &= \frac{65}{115} = 0.565 \text{ [Nm]} \\ C_{m3} &= \left(\frac{7.5 \cdot 10^{-5}}{1/115} + \frac{25}{115} \right) (-4.625) + \frac{65}{115} = -0.226 \cdot 4.625 + 0.565 = -0.48 \text{ [Nm]} \\ C_{m4} &= 0 \text{ [Nm]}\end{aligned}$$

L'andamento di C_m è riportato nella figura 11.27.

Il calcolo della coppia motrice quadratica media richiesta al motore, C_{m-RMS} è ora immediato, si ha infatti:

$$C_{m-RMS} = \sqrt{\frac{\sum_i C_i^2 t_i}{\sum_i t_i}} = \sqrt{\frac{1.61^2 \cdot 1 + 0.565^2 \cdot 3 + 0.48^2 \cdot 1}{1 + 3 + 1 + t_4}} = \sqrt{\frac{3.78}{5 + t_4}}$$

Nel caso dell'ipotesi di $t_4=0$ si ottiene $C_{m-RMS} = 0.87_i C_n = 0.78$, valore superiore a quello nominale del motore BB-2-80-30 (si ricorda che convenzionalmente C_n si pone uguale a quello erogabile a rotore bloccato), quindi il motore non è in grado di azionare il carico se il tempo di sosta è nullo, o più esattamente in queste condizioni di moto il motore si scalderebbe troppo andando oltre il valore massimo di $\Delta T=65^\circ\text{C}$.

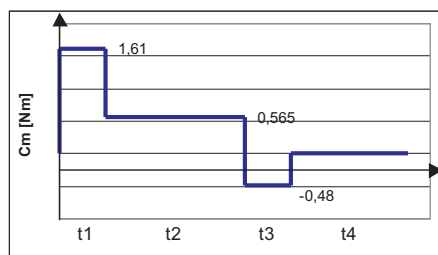


Figura 11.27: andamento della coppia motrice C_m .

Per una soluzione del problema è necessario aumentare l'intervallo di sosta t_4 : come è evidente dall'equazione precedente la C_{m-RMS} in tal modo si riduce e con una scelta opportuna di t_4 è possibile portare la coppia quadratica richiesta entro il limite ammesso.

Prima di procedere al calcolo di t_4 è necessario effettuare la verifica di coppia di picco, che non è in alcun modo influenzata dal valore di t_4 . Se nelle condizioni di $t_4=0$ la coppia di picco non fosse verificata è infatti inutile procedere oltre.

Dai dati di catalogo è possibile determinare la curva di coppia di picco del motore, riportata nella figura 11.28 insieme all'andamento della coppia continuativa quadratica media.

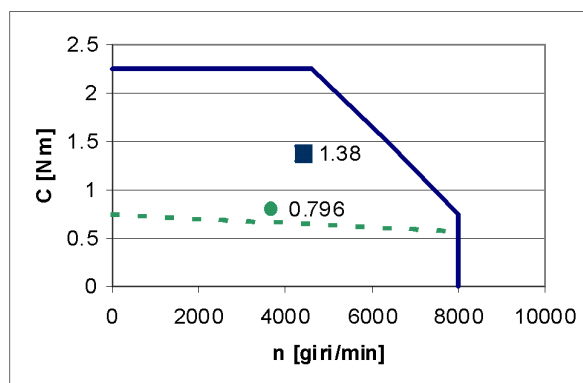


Figura 11.28: Verifica della coppia di picco e della coppia "quadratica media".

La coppia motrice massima pari a 1.61 Nm viene richiesta dal carico in corrispondenza della velocità massima di 5080 [giri/min]. Rappresentando il punto sul piano (ω, C) si rileva che esso è al di sotto della curva di coppia massima del motore.

Il motore è quindi in grado di erogare la coppia massima richiesta per l'azionamento del carico, e con una opportuna scelta dell'intervallo di sosta t_4 potrà essere in grado di fornire la coppia quadratica media necessaria.

Per il calcolo di t_4 è necessario impiegare la curva di coppia continuativa riportata a tratto discontinuo nella figura 11.28. Tale curva è utilizzabile anche con i valori quadratici medi a patto di considerare per le ascisse il valore di velocità quadratica media del motore.

In prima approssimazione il valore di velocità quadratica media può essere calcolato come:

$$\omega_{m-rms} = \sqrt{\frac{(\omega_{max}/2)^2 t_1 + \omega_{max}^2 t_2 + (\omega_{max}/2)^2 t_3}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}} = |\omega_{max}| \sqrt{\frac{(\frac{t_1}{4} + t_2 + \frac{t_3}{4})}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}}$$

In cui si è considerato per ω_1 , ω_2 e ω_3 i valori di velocità media negli intervalli. Numericamente si ottiene:

$$\omega_{M-rms} = 532 \sqrt{\frac{0.25 + 3 + 0.25}{5 + t_4}} = 532 \cdot 0.84 = 447 \text{ [rad/s]}$$

Nell'ipotesi di $t_4=0$, cioè di tempo di sosta nullo.

Trasformando in giri/min:

$$N_{m-rms} = \frac{60}{2\pi} \omega_{m-rms} = \frac{30}{\pi} 447 = 4270 \text{ [giri/min]}$$

Per determinare t_4 si dovrebbe in teoria conoscere la ω_{m-rms} , e dalla curva di coppia continuativa identificare il valore di C_{m-RMS} erogabile dal motore e procedere con il calcolo di t_4 . In realtà però anche ω_{m-rms} dipende da t_4 .

Per arrivare alla soluzione si deve ipotizzare arbitrariamente un possibile valore di velocità quadratica media, che viene fissato a 4500 giri/min. In corrispondenza di tale valore, calcoliamo la coppia continuativa:

$$C_c = \sqrt{C_{n2}^2 - \lambda \omega^2} = \sqrt{0.78^2 - 3.4 \cdot 10^{-7} \cdot \left(4270 \frac{2\pi}{60}\right)^2} = 0.735 \text{ [Nm]}$$

tale valore viene ridotto, in favore di sicurezza, a 0.71 Nm.

Si osservi che rispetto al caso di $t_4=0$ ci si deve aspettare una diminuzione della velocità quadratica media rispetto ai valori calcolati, esatto o approssimato. Si è invece considerato arbitrariamente un valore superiore.

Questa scelta non è errata ed è da ritenersi in favore di sicurezza. Infatti, come risulta dalla figura 11.28, la curva della coppia continuativa è decrescente in funzione della velocità.

Si calcola, quindi, il tempo di sosta minimo:

$$t_4 = \frac{\sum_i C_i^2 t_i}{C_c^2} - t_a = \frac{3.78}{0.71^2} - 5 = 2.5 \text{ [s]}$$

In alternativa è possibile giungere alla determinazione del tempo minimo di sosta t_4 in modo iterativo, imponendo valori via via crescenti per il tempo di sosta, fino a che il punto di funzionamento fosse caduto al di sotto della curva limite per il funzionamento continuativo.

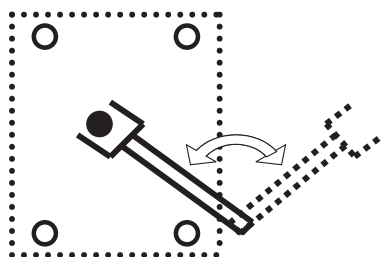


Figura 11.29: Disposizione del braccio rotante.

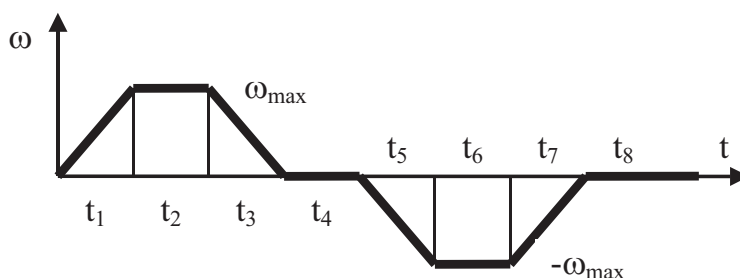


Figura 11.30: Ciclo di lavoro.

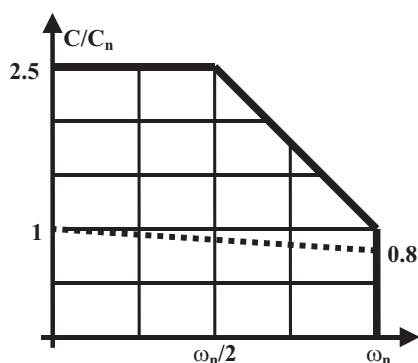


Figura 11.31: Campo operativo continuo e intermittente dei motori.

motori			riduttori		
C_n	J_m	$\frac{\omega_n}{\text{giri}} \frac{\text{min}}{\text{min}}$	τ	$\eta_d = \eta_r$	J_r
Nm	kgm ²		-	-	kgm ²
0.6	$1 \cdot 10^{-4}$	3000,5000	1/30	0.94	$1 \cdot 10^{-5}$
1.2	$2 \cdot 10^{-4}$	3000,5000	1/40	0.92	$1 \cdot 10^{-5}$
2.0	$4 \cdot 10^{-4}$	3000,5000	1/50	0.90	$1 \cdot 10^{-5}$
3.0	$5 \cdot 10^{-3}$	3000,5000	1/60	0.88	$1 \cdot 10^{-5}$

Figura 11.32: Motori e riduttori di velocità.

11.5.6 Scelta motore “brushless” e riduttore per braccio rotante per alimentazione di una pressa

Una pressa per lo stampaggio dell'ottone lavora con una cadenza di 40 colpi al minuto. Un particolare meccanismo fa in modo che il tempo di stampaggio occupi solamente il 30% del tempo di ciclo. Nel tempo rimanente un braccio rotante avente inerzia $J_r = 0.4 \text{ kg m}^2$ deve entrare ruotando di 180° , posizionare la billetta da stampare e uscire dall'area di lavoro della pressa (figura 11.29). La legge di moto è rappresentata in figura 11.30. I tempi t_i $i = 1..7$ sono di uguale durata, il tempo t_8 corrisponde al tempo di stampaggio. Supponendo che la coppia resistente dovuta agli attriti sia costante e pari a $C_a = 3 \text{ Nm}$, si scelgano dalla tabella di figura 11.32 il motore e il riduttore adatti ad eseguire la movimentazione. In figura 11.31 è riportata la forma del campo intermittente e continuativo dei motori.

Risoluzione:

La legge di moto di velocità e di accelerazione può essere schematicamente rappresentata come in figura. Il tempo totale di ciclo può essere calcolato dalla cadenza di lavoro:

$$t_a = \frac{60}{40} = 1.5 \text{ [s]}$$

Il tempo di stampaggio è pari a:

$$t_s = \frac{3}{10} t_a = 0.45 \text{ [s]}$$

La durata dei tratti della legge di moto è:

$$t_1 = \frac{t_a - t_s}{7} = 0.15 \text{ [s]} \quad i = 1 \dots 7$$

E' ora possibile calcolare i valori di velocità ed accelerazione massime, per definire in modo completo la legge di moto. Per il calcolo della velocità massima è necessario ricordare che l'area sottesa dal diagramma

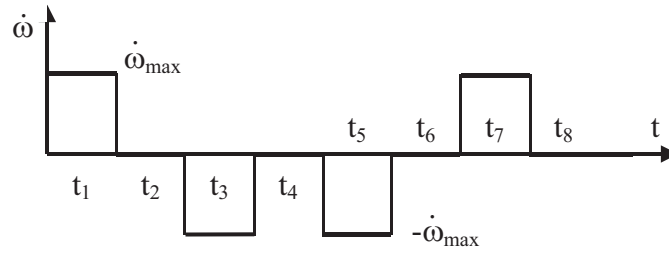


Figura 11.33: Accelerazione del carico.

di velocità in un tempo t è pari all'angolo di rotazione corrispondente. La rotazione angolare di 180° viene raggiunta al termine del terzo sotto-intervallo della legge di moto.

Velocità massima:

$$t_1 \frac{\omega_{max,r}}{2} + t_2 \omega_{max,r} + t_3 \frac{\omega_{max,r}}{2} = \Delta\theta$$

$$2t_1 \omega_{max,r} = \Delta\theta$$

$$\omega_{max,r} = \frac{\Delta\theta}{2t_1} = 10.47 \text{ [rad/s]}$$

$$N_{max,r} = 100 \text{ [giri/min]}$$

Accelerazione massima:

$$\dot{\omega}_{max,r} = \frac{\omega_{max,r}}{t_1} = 69.8 \text{ [rad/s}^2\text{]}$$

Velocità quadratica media:

$$\omega_{RMS,r} = \sqrt{\frac{\frac{\omega_{max,r}^2}{4}t_1 + \omega_{max,r}^2 t_2 + \frac{\omega_{max,r}^2}{4}t_3 + \frac{\omega_{max,r}^2}{4}t_5 + \omega_{max,r}^2 t_6 + \frac{\omega_{max,r}^2}{4}t_7}{t_a}} \text{ [rad/s}^2\text{]}$$

$$\omega_{RMS,r} = 5.73 \text{ [rad/s]}$$

$$N_{RMS,r} = 54.8 \text{ [giri/min]}$$

Accelerazione quadratica media:

$$\dot{\omega}_{RMS,r} = \sqrt{\frac{\sum \dot{\omega}_i^2 t_i}{\sum t_i}} = \sqrt{\frac{\dot{\omega}_{max,r}^2 (t_1 + t_3 + t_5 + t_7)}{t_a}}$$

$$\dot{\omega}_{RMS,r} = 44.14 \text{ [rad/s]}$$

Calcolo del parametro β del carico:

$$\beta = \sqrt{2} \sqrt{\dot{\omega}_{RMS,r} \bar{C}_{RMS,r} + (\dot{\omega} \bar{C})_{medio}}$$

dove:

$$\bar{C} = \frac{J_r \dot{\omega}(t)_{RMS,r} + C_r(t)}{\eta(t)}$$

Per il calcolo della coppia, non avendo ancora scelto il riduttore, si sceglie temporaneamente un valore medio del rendimento: $\eta = 0.92$.

In ogni intervallo della legge di moto la coppia \bar{C} assume i seguenti valori:

1. $\bar{C}_1 = \frac{0.4 \cdot 69.8 + 3}{0.92} = 33.6$ [Nm];
2. $\bar{C}_2 = \frac{3}{0.92} = 3.26$ [Nm];
3. $\bar{C}_3 = \frac{-0.4 \cdot 69.8 + 3}{0.92} = -27.1$ [Nm];
4. $\bar{C}_4 = 0$ [Nm];
5. $\bar{C}_5 = \frac{-0.4 \cdot 69.8 - 3}{0.92} = -33.6$ [Nm];
6. $\bar{C}_6 = \frac{-3}{0.92} = -3.26$ [Nm];
7. $\bar{C}_7 = \frac{0.4 \cdot 69.8 - 3}{0.92} = -27.1$ [Nm];
8. $\bar{C}_8 = 0$ [Nm].,

Per cui ottengo:

$$\bar{C}_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum \bar{C}_i^2 t_i}{\sum t_i}} = 19.4 \text{ [Nm]}$$

$$(\bar{C} \dot{\omega}_{medio}) = \frac{\sum \bar{C}_i \dot{\omega}_i t_i}{\sum t_i} = 847.6$$

$$\beta = \sqrt{2} \sqrt{44.15 \cdot 19.4 + 847.6} = 59.4$$

Per tutti i motori disponibili è possibile calcolare il valore di α , che assume la seguente espressione:

$$\alpha = \frac{C_n}{\sqrt{J_m}}$$

La limitazione di coppia continuativa varia tra C_n a $\omega = 0$ e $0.8C_n$ a ω_n , di conseguenza si assume un valore “medio” pari a $0.9C_n$.

Il momento d'inerzia a denominatore viene assunto pari alla somma del momento d'inerzia del motore e del riduttore di velocità.

Per i quattro motori in tabella 11.32 si ottengono i seguenti valori di α :

1. $\alpha_1 = \frac{0.9 \cdot 0.6}{\sqrt{1 \cdot 10^{-4} + 1 \cdot 10^{-5}}} = 51.5$;
2. $\alpha_2 = \frac{0.9 \cdot 1.2}{\sqrt{2 \cdot 10^{-4} + 1 \cdot 10^{-5}}} = 74.5$
3. $\alpha_3 = \frac{0.9 \cdot 2.0}{\sqrt{4 \cdot 10^{-4} + 1 \cdot 10^{-5}}} = 88.9$
4. $\alpha_4 = \frac{0.9 \cdot 3.0}{\sqrt{5 \cdot 10^{-4} + 1 \cdot 10^{-5}}} = 120$

Il primo motore viene scartato avendo un valore di α inferiore a quello di β , mentre gli altri tre motori superano questa selezione preliminare.

Si considera il motore 2 con $\omega_n = 3000$ giri/min e si sceglie con questo motore un riduttore di velocità.

Con questo motore il rapporto di trasmissione limite cinematico è pari a:

$$\tau_{lim,cin} = \frac{\omega_{max,r}}{\omega_{max,m}} = \frac{100}{3000} = \frac{1}{30}$$

Tra i riduttori disponibile, il primo è l'unico ad avere un rapporto di trasmissione maggiore di $\tau_{lim,cin}$, mentre gli altri non possono essere adottati, perché non consentono di ottenere la massima velocità richiesta dal carico.

Il rapporto di trasmissione ottimo vale:

$$\tau_{opt} = \frac{(J_m + J_{rid}) \dot{\omega}_{max,r}}{\bar{C}_{RMS}} = \frac{1}{46}$$

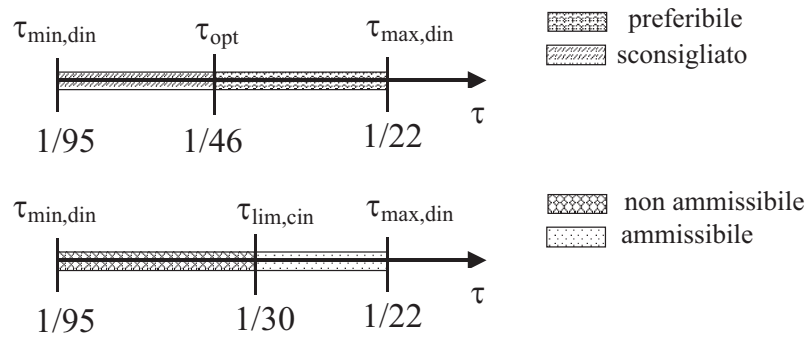


Figura 11.34: Vincoli sul rapporto di trasmissione ($1/22 \leq \tau \leq 1/30$).

Le limitazioni dei rapporti di trasmissione a livello dinamico si calcolano come segue:

$$\tau_{min/max,din} = \sqrt{\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}}$$

dove:

- $A = \bar{C}_{RMS} = 375$;
- $B = 2J_{tot}(\dot{\omega}_r \bar{C})_{medio} - C_n^2 = -0.81$;
- $C = J_{tot}^2 \dot{\omega}_{RMS,r}^2 = 8.6 \cdot 10^{-5}$.

I limiti dinamici del rapporto di trasmissione valgono:

$$\tau_{min,din} \quad \frac{1}{95}$$

$$\tau_{max,din} \quad \frac{1}{22}$$

Si ottengono, pertanto, le seguenti limitazione per il rapporto di trasmissione:

Tenendo in considerazione le limitazioni sul rapporto di trasmissione (schematicamente riassunte in figura 11.34), si sceglie l'unico valore possibile tra quelli disponibili, ossia $\tau = 1/30$.

Si devono a questo punto eseguire le verifiche, ossia la verifica termica e quella dei valori di picco.

Verifica dei valori di picco

Si deve rappresentare il luogo dei carichi e vedere se esso è completamente compreso nel campo di lavoro intermittente. In questa applicazione si verifica la contemporaneità tra richiesta di velocità massima e di coppia massima, quindi anzichè considerare l'intero luogo dei carichi si può considerare solo questa condizione.

I valori di picco sono:

$$\omega_{max,m} = \frac{\omega_{max,r}}{\tau} = \frac{100}{1/30} = 3000 \text{ [giri/min]}$$

$$C_{max,m} = \frac{J_{tot}}{\tau} \dot{\omega}_r + \frac{\tau}{\eta} (J_r \dot{\omega}_r + C_r) = \frac{1.1 \cdot 10^{-4}}{1/30} 69.8 + \frac{1/30}{0.94} (0.4 \cdot 69.8 + 3) = 1.54 \text{ [Nm]} = 2.6 C_n$$

In figura è rappresentato dove questo punto di lavoro si colloca nel campo operativo dell'azionamento. Si osserva che cade al di fuori, ossia l'azionamento non è in grado di operare in queste condizioni.

La soluzione con motore 2 con velocità massima 3000 [giri/min] con l'unico riduttore a disposizione non garantisce i valori di picco richiesti.

Si considera il motore 2 con velocità massima 5000 [giri/min] .

Le limitazione $\tau_{min,din}$ e $\tau_{max,din}$ sul rapporto di trasmissione non sono cambiate, così come il τ_{opt} , mentre il $\tau_{lim,cin}$ cambia:

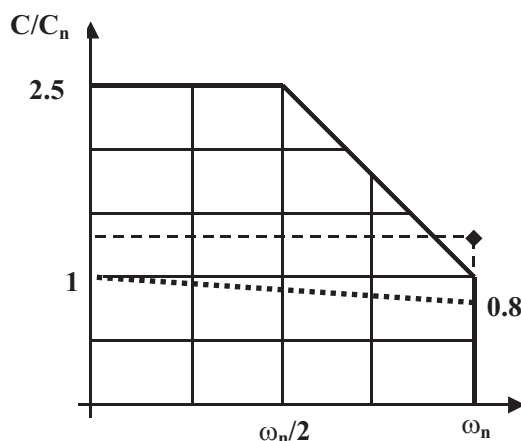


Figura 11.35: Verifica dei valori di picco con motore 2 e riduttore 1.

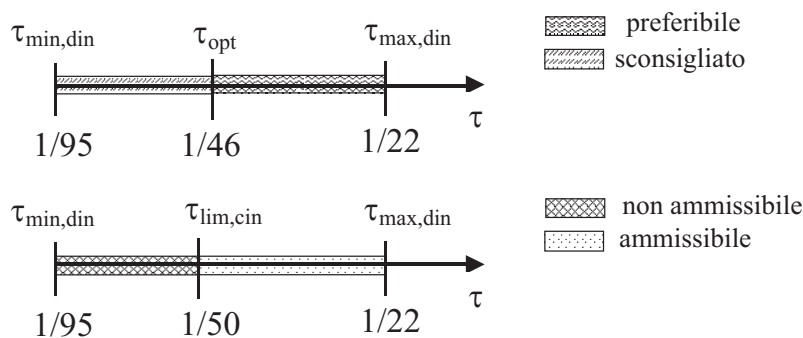


Figura 11.36: Vincoli sul rapporto di trasmissione (ammissibile $1/50 \leq \tau \leq 1/22$, consigliato $1/46 \leq \tau \leq 1/22$).

$$\tau_{lim,cin} = \frac{\omega_{max,r}}{\omega_{max,m}} = \frac{100}{5000} = \frac{1}{50}$$

Il rapporto di trasmissione più opportuno tra quelli a disposizione risulta $\tau = \frac{1}{40}$.

La coppia richiesta in ogni intervallo ridotta all'albero motore è pari a:

1. $C_{m1} = 1.4$ [Nm];
2. $C_{m2} = 0.08$ [Nm];
3. $C_{m3} = -1.25$ [Nm];
4. $C_{m4} = 0$ [Nm];
5. $C_{m5} = -1.4$ [Nm];
6. $C_{m6} = -0.08$ [Nm];
7. $C_{m7} = 1.25$ [Nm];
8. $C_{m8} = 0$ [Nm].

Quindi, la coppia massima vale 1.4 [Nm], ossia $1.16 C_n$. La velocità massima è, ora:

$$\omega_{max,m} = \frac{\omega_{max,r}}{\tau} = \frac{100}{1/40} = 4000 \text{ [giri/min]}$$

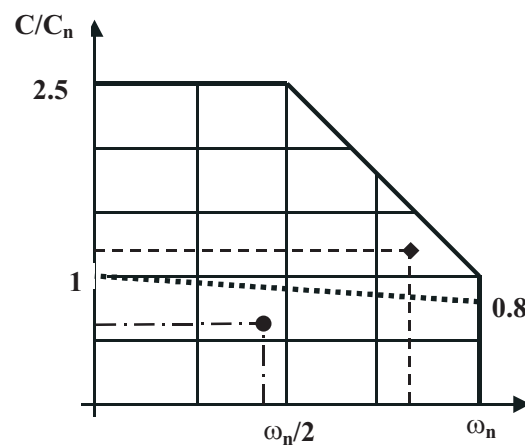


Figura 11.37: Verifica dei valori di picco e verifica termica con motore 2 e riduttore 2.

La coppia quadratica media e la velocità quadratica media assumono i seguenti valori, riportati in figura 11.37:

$$C_{RMS,m} = \sqrt{\frac{\sum C_{m,i}^2 t_i}{\sum t_i}} = 0.74 [Nm] = 0.61 C_n$$

$$\omega_{RMS,m} = \frac{\omega_{RMS,r}}{\tau} = \frac{5.73}{1/40} = 229.2 [rad/s] = 2189.8 [giri/min].$$

Entrambe le verifiche sono soddisfatte, pertanto la soluzione con motore 2 con velocità massima 5000 [giri/min] e con riduttore con rapporto di trasmissione 1/40 appare la più opportuna tra quelle possibili.

11.6 Motori “brushless” lineari

11.6.1 Verifica motore e scelta raffreddamento

Si consideri il motore lineare A1 (vedi tabella 10.30 a pagina 436). Esso deve movimentare un carrello di massa $M = 20 \text{ kg}$. Il coefficiente d'attrito radente vale $\mu_s = 0.08$. Il ciclo è diviso nelle quattro fasi sotto riportate (figura 11.38). Durante la seconda fase, il motore deve vincere anche la forza resistente $F_r = 130 \text{ N}$ (figura 11.39). Dire se il motore può azionare il carico descritto e se richiede qualche tipo di raffreddamento.

accelerazione	$t_1 = 0.16 \text{ [s]}$
velocità costante	$t_2 = 0.25 \text{ [s]}$
decelerazione	$t_3 = 0.34 \text{ [s]}$
sosta	$t_4 = 0.8 \text{ [s]}$

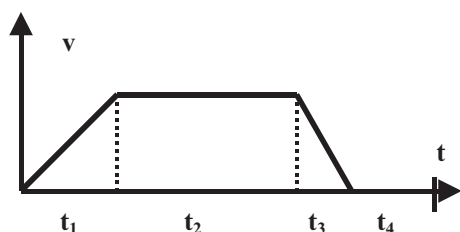


Figura 11.38: Andamento della velocità durante il ciclo di lavoro per il motore lineare.

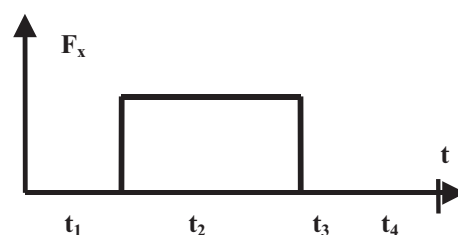


Figura 11.39: Andamento della forza resistente $F_r = F_x$ durante il ciclo di lavoro per il motore lineare.

Risoluzione:

Dal catalogo si identifica la massa del cursore $M_c = 1.5 \text{ [kg]}$ e la forza di attrazione $\bar{F} = 1164 \text{ [N]}$. La massa totale è dunque

$$M_t = M + M_c = 21.5 \text{ [kg]}$$

La forza di attrito invece risulta:

$$\begin{aligned} F_a &= F_v f \\ F_v &= M_T g + \bar{F} = 21.5 \cdot 9.81 + 1164 = 1357 \text{ [N]} \\ F_a &= 1357 \cdot 0.08 = 108.5 \text{ [N]} \end{aligned}$$

con: F_v = forza verticale, f = coefficiente d'attrito

L'accelerazione vale:

$$A = \frac{\Delta V}{T}$$

nelle due fasi ottengo:

$$\text{Fase 1: acc. positiva } A_1 = 0.5/0.16 = 3.125 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

$$\text{Fase 2: acc. negativa } A_3 = -0.5/0.34 = -1.47 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

Calcolo le forze nelle 4 fasi:

- $M_T A_1 + F_a = 3.125 \cdot 21.4 + 108.5 = 175 \text{ [N]}$
- $F_r + F_a = 130 + 108.5 = 238.5 \text{ [N]}$
- $M_T A_3 + F_a = -1.47 \cdot 21.4 + 108.5 = 77 \text{ [N]}$

$$4. F = 0[N]$$

Forza quadratica media:

$$F_{rms} = \sqrt{\frac{\sum C^2 t}{\sum t}} = \sqrt{\frac{175^2 \cdot 0.16 + 238.5^2 \cdot 0.25 + 77^2 \cdot 0.34}{0.16 + 0.25 + 0.34 + 0.8}} = 173 [N]$$

Il motore lineare ammette le seguenti forze continuative max a 125°C :

$$\begin{aligned} &156 [N] \text{ (non raffreddato)} \\ &205 [N] \text{ (raffreddato ad aria)} \\ &237 [N] \text{ (Raffreddato ad acqua)} \end{aligned}$$

è quindi necessario il raffreddamento ad aria.

La forza di picco è accettabile $238.5 < 395 N$.

11.7 Motori passo

11.7.1 Verifica di avviamento

Dire se il motore PP-4133-36-7,5 può essere utilizzato con un carico avente inerzia $J = 25 \text{ g cm}^2$ e coppia resistente $C_r = 6 \text{ Ncm}$ tenendo conto che deve essere avviato alla frequenza $f = 500 \text{ Hz}$ e mantenuto a detta velocità fino al momento dell'arresto.

Risoluzione:

Si deve verificare se il carico assegnato si trovi all'interno della curva di pull-in. La figura 10.7 a pagina 434 fornisce il grafico sperimentale della coppia di pull-out al variare della frequenza di pilotaggio. Per $f = 500 \text{ Hz}$

$$C_{po} = 9.5 \text{ [N cm]} = 0.095 \text{ [Nm]}$$

Per ricavare il valore della coppia di pull-in C_{pi} si deve sottrarre a tale valore la coppia d'inerzia. L'inerzia totale vale:

$$J_t = J_m + J = 15 + 25 = 40 \text{ [g cm}^2\text{]} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ [kg m}^2\text{]}$$

Indicando con p il passo angolare del motore, l'accelerazione media per raggiungere in uno step la velocità corrispondente alla frequenza $f = 500 \text{ Hz}$ vale:

$$\dot{\omega} = pf^2 = 3.6 \frac{\pi}{180} 500^2 = 15708 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

da cui la coppia d'inerzia richiesta è:

$$C_i = J_t \dot{\omega} = 4 \cdot 10^{-6} 15708 = 0.0628 \text{ [Nm]} = 6.28 \text{ [Ncm]}$$

In tabella 11.3 è riportato, per alcuni valori di f , il valore della coppia d'inerzia $C_i = J\omega$.

f	C_i [Ncm]
100	0.25
200	1.01
500	6.28
1000	25.1
2000	101

Tabella 11.3: Valore di C_i al variare della frequenza di avviamento.

La coppia di pull-in per $f=500 \text{ Hz}$ risulta quindi:

$$C_{pi} = C_{po} - C_i = 0.095 - 0.0628 = 0.032 \text{ [Nm]} = 3.2 \text{ [Ncm]}$$

La coppia di pull-in è inferiore a quella resistente non è quindi possibile avviare il carico a questa frequenza. Tuttavia la coppia resistente è inferiore a quella di pull-out e quindi se il motore viene avviato in qualche altro modo può funzionare regolarmente a 500 Hz. Dal grafico di figura 11.40 si può notare che l'avviamento del motore con il carico considerato è possibile per $f < 300 \text{ Hz}$.

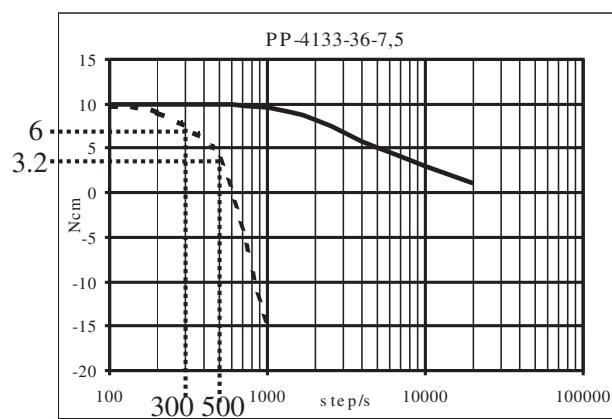


Figura 11.40: Andamento della coppia di pull-out (linea continua) e di pull-in (linea tratteggiata) in funzione della frequenza.

11.7.2 Inerzia massima in avviamento

Si consideri il motore PP-4333-18-3,3; esso deve avviare un carico di momento d'inerzia J incognito ed avente una coppia resistente $C_r = 40 \text{ Ncm}$. Il carico è collegato al motore tramite un riduttore con $\tau=1/10$ e $\eta = 1$. Determinare la massima inerzia ammissibile per il carico affinché esso possa essere avviato alla frequenza di 500 [Hz].

Risoluzione:

Dalla curva di pull-out di figura 10.7 di pagina 434 si determina la coppia motrice a 500 Hz che risulta essere uguale a:

$$C_{po} = 11 \text{ [N cm]} = 0.11 \text{ [N m]}$$

Impiegando la trasmissione la coppia resistente ridotta all'albero motore vale:

$$C_{rm} = C \tau = \frac{40}{10} = 4 \text{ [N cm]} = 0.04 \text{ [N m]}$$

Il motore si può avviare se la differenza di coppia $\Delta C = C_{po} - C_{rm}$ è sufficiente ad avviare il carico in un passo.

Dal catalogo ottengo l'ampiezza di un passo

$$p = 3.6^\circ = 3.6 \cdot \pi/180 = 0.0628 \text{ [rad]}$$

Ricordando che

$$\dot{\omega} = p f^2$$

e dovendo essere

$$\Delta C = J_{tot} \dot{\omega}$$

si ottiene

$$J_{tot} = \frac{\Delta C}{\dot{\omega}} = \frac{0.11 - 0.04}{0.0628 \cdot 500^2} = 4.46 \cdot 10^{-6} \text{ [kg m}^2\text{]} = 44.6 \text{ [g cm}^2\text{]}$$

per ottenere il momento d'inerzia massimo ammissibile per il carico si deve sottrarre l'inerzia del motore. Dal catalogo $J_m=17 \text{ g cm}^2$, quindi:

$$J_{tot} = J_m + \tau^2 J_c \rightarrow J_c = \frac{J_{tot} - J_m}{\tau^2} = \frac{44.6 - 17}{(1/10)^2} = 2760 \text{ [g cm}^2\text{]} = 2.76 \cdot 10^{-4} \text{ [kg m}^2\text{]}$$

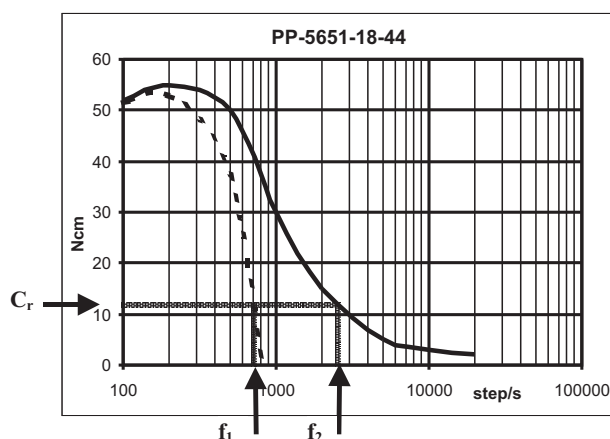


Figura 11.41: Coppia di pull-out (linea continua), di pull-in (linea tratteggiata) e coppia resistente C_r .

11.7.3 Determinazione curva di “pull-in”

Si consideri il motore PP-5651-18-44 collegato ad un carico avente momento d'inerzia $J_r = 140 \text{ g cm}^2$ e coppia resistente $C_r = 12 \text{ N cm}$. Dopo aver tracciato la curva di pull-in dire quale è la massima velocità alla quale è possibile avviare il carico e quale è la massima velocità raggiungibile.

Risoluzione:

La curva della coppia di pull-in C_{pi} si ottiene sottraendo, per ogni valore di frequenza f , alla coppia di pull-out $C_{po}(f)$ la coppia necessaria ad accelerare il carico C_i da velocità nulla a quella prefissata nel tempo necessario a compiere uno step (stima prudenziale).

$$C_{pi} = C_{po}(f) - C_i = C_{po}(f) - J_{tot}\dot{\omega} = C_{po}(f) - J_{eq}pf^2$$

nel caso in esame abbiamo:

$$\begin{aligned} J_{eq} &= J_m + J_r = 122 + 140 = 162 \text{ [g cm}^2\text{]} = 1.62 \cdot 10^{-5} \text{ [kg m}^2\text{]} \\ p &= 1.8^\circ = 1.8 \cdot \pi/180 = 0.0314 \text{ [rad]} \end{aligned}$$

Dal grafico di figura 10.7 a pagina 434 si ricava per punti la curva di pull-out e si calcola quella di pull-in:

$f = \text{step/s}$	Coppia di pull-out	$\dot{\omega}$	C_i	Coppia di pull in
100	52	0.51	314	51.49
200	55	2.04	1256	52.96
500	50	12.72	7853	37.28
1000	30	50.89	31415	-20.89

Tracciata una linea orizzontale in corrispondenza della coppia resistente C_r , si possono leggere la massima frequenza di avviamento f_1 e la massima frequenza raggiungibile dopo l'avviamento f_2 . Da una stima di tipo grafico (figura 11.41 a pagina 497) risulta:

$$f_1 \simeq 700 \text{ [Hz]} \quad f_2 \simeq 2500 \text{ [Hz]}$$

quindi:

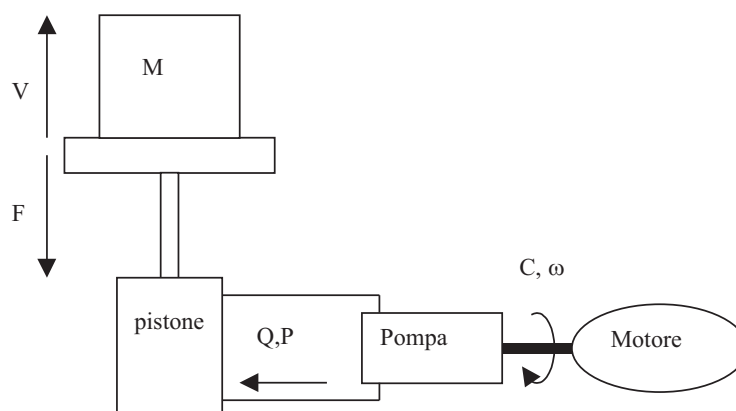
$$\begin{aligned} \omega_1 &\simeq f_1 \cdot p = 700 \cdot 0.0314 = 22 \text{ [rad/s]} \\ \omega_2 &\simeq f_2 \cdot p = 2500 \cdot 0.0314 = 78.5 \text{ [rad/s]} \end{aligned}$$

11.8 Macchine e impianti complessi

11.8.1 Impianto di sollevamento idraulico

Testo dell'esercitazione

Un sistema di carico per TIR deve sollevare masse di marmo del peso massimo di 100 quintali. Il masso deve essere alzato da terra di 1 metro con velocità adeguata (tempo di salita indicativo 1 minuto).



La piattaforma viene movimentata con un pistone che è azionato tramite una pompa ad ingranaggi da un motore asincrono alimentato direttamente a rete trifase 400V 50Hz. E' necessario selezionare un motore ed una pompa che realizzino la movimentazione. Nel dimensionamento si consideri che per motivi economici (scelta delle tubazioni) si vuole che la pressione di esercizio non superi i 300 bar.

Tipo	$\frac{cil}{[cm^3]} \left[\frac{cm^3}{giro} \right]$	P_1 [bar]	P_2 [bar]	P_3 [bar]	N_{max} $\left[\frac{giri}{min} \right]$	N_{min} $\left[\frac{giri}{min} \right]$
KP 1p/0.9	0.91	240	260	280	6000	700
KV 1p/1.2	1.17	250	270	290	6000	700
KV 1p/1.7	1.56	250	270	290	6000	700
KV 1p/2.2	2.08	250	270	290	6000	700
KV 1p/2.6	2.60	250	280	300	6000	700
KV 1p/3.2	3.12	250	280	300	6000	700
KV 1p/3.8	3.64	250	280	300	6000	700
KV 1p/4.3	4.16	250	280	300	6000	700
KV 1p/4.9	4.94	250	280	300	6000	700
KV 1p/5.9	5.85	250	280	300	6000	700
KV 1p/6.5	6.50	250	280	300	6000	700
KV 1p/7.8	7.54	220	240	260	6000	700
KV 1p/9.8	9.88	190	210	230	6000	700

Tabella 11.4: Pompe volumetriche disponibili: P_1 = pressione massima di esercizio, P_2 =pressione massima intermittente ($T_{max}=30$ s), P_3 =pressione massima di punta ($T_{max}=12$ s).

Le pompe disponibili sono quelle elencate in tabella 11.4, il pistone ha diametro $d = 80$ mm e i motori quelli indicati nella tabella 10.18 a pagina 425 e seguenti.

E' noto che la potenza necessaria da fornire alla pompa oleodinamica e' data dalla formula:

$$W = \frac{FV}{\eta_t} = \frac{QP}{\eta_t}$$

dove

F = forza peso del masso da sollevare [N]

V = velocità di sollevamento [m/s]

P = pressione di esercizio [N/m²]

Q = portata della pompa [m³/s]

W = potenza del motore [W]

η_t = 90% rendimento totale

E' richiesto di:

1. Scegliere un motore che senza riduttore sia idoneo a movimentare il sistema.
2. Calcolare la coppia massima necessaria a movimentare il sistema.
3. Si può usare un motore con potenza inferiore a quello calcolato al punto 1 accoppiato ad una trasmissione per movimentare il sistema? (se si lo si indichi).
4. Per motivi di trasportabilità il sistema deve essere funzionante alla tensione di 230 V 50-60 Hz. Si determini, se esiste, l'idoneo azionamento monofase (tabelle 10.23, 10.24, 10.25 a pagina 427 e seguenti).

Conversione dei dati in unità di misura del S.I.

In primo luogo convertiamo i dati espressi in unità di misura non unificate nei corrispondenti valori del sistema internazionale:

forza peso del masso da sollevare (100 quintali)

$$F = Mg = 10000 \cdot 9.81 \simeq 10^5 \text{ [N]}$$

pressione massima

$$P = 300 \text{ [bar]} = 3 \cdot 10^7 \text{ [N/m}^2\text{]}$$

diametro del pistone

$$d = 8 \text{ [cm]} = 0.08 \text{ [m]}$$

Calcolo della potenza del motore

In primo luogo si calcola la velocità con cui far salire il masso fissando il tempo entro cui si vuole che il masso arrivi ad un'altezza $h=1$ m. Adottando il tempo indicato $T=60$ secondi, si ottiene:

$$V = \frac{h}{T} = \frac{1}{60} = 0.017 \text{ [m/s]}$$

La potenza del motore risulta quindi:

$$W = \frac{FV}{\eta_t} = \frac{10^5 \cdot 0.017}{0.9} = 1889 \text{ [W]} \simeq 1.9 \text{ [kW]} = 2.5 \text{ [CV]}$$

Scelta del motore e della pompa e verifiche

Si sceglie la taglia di motore superiore con potenza nominale $W=2.22$ kW e si opta per il tipo a 4 poli AA-4-22,2-1; esso gira alla velocità di 1430 giri/min = 150 [rad/s].

Si calcola ora la pressione necessaria per sollevare il masso conoscendo la forza peso del masso ed il diametro D del pistone:

$$P = \frac{F}{\pi d^2/4} = \frac{10^5}{\pi \cdot 0.08^2/4} = 2 \cdot 10^7 \text{ [Pa]} = 200 \text{ [bar]}$$

la portata della pompa si calcola dalla cilindrata totale fratto il tempo di movimento e risulta:

$$Q = \frac{\pi d^2/4}{T} = \frac{\pi \cdot 0.08^2/4}{60} = 8.38 \cdot 10^{-5} [m^3/s] = 5.026 [l/min]$$

Bisogna ora calcolare la cilindrata Θ richiesta alla pompa e controllare se in tabella è presente un modello adatto.

$$\Theta = \frac{Q}{\omega} = \frac{8.38 \cdot 10^{-5}}{150} = 5.58 \cdot 10^{-7} [m^3/rad] = 3.5 [cm^3/giro]$$

La pompa che soddisfa a questa esigenza è il modello KV 1p/3.8 che ha una cilindrata di 3,64 cm³/giro quindi il carico arriverà a 1 metro da terra in un tempo leggermente inferiore a quello richiesto.

Uso del riduttore

Poichè nelle tabelle sono presenti un motore ed una pompa che soddisfano le specifiche dell'impianto, risulterebbe inutile ed antieconomico utilizzare un motore diverso ed introdurre un riduttore.

E' però possibile scegliere un motore con uguale potenza e velocità circa doppia (2 poli) ed una pompa con cilindrata circa dimezzata. Il motore AM-2-22,9-4 e la pompa KV 1p/1.7 sembrano avere queste caratteristiche.

Alimentazione a 230 V

Se il sistema deve essere alimentato a 230 V 50 Hz viene a variare la scelta del motore. Il calcolo della potenza richiesta rimane valido, quindi si sceglie un motore con potenza maggiore di 1.9 kW. Il motore AM-4-19.5-4 con velocità nominale $N_0=1390$ giri/min, seppur di poco, soddisfa a questo requisito. Con i dati ricavati dalla tabella si ricalcola la cilindrata della pompa:

$$\Theta = \frac{Q}{\omega} = \frac{8.38 \cdot 10^{-5}}{1390 \cdot 2\pi/60} = 5.76 \cdot 10^{-7} [m^3/rad] = 3.6 [cm^3/giro]$$

La pompa scelta al punto precedente è ancora adatta.

Il tempo necessario a raggiungere l'altezza di un metro si ottiene come rapporto tra il volume V del cilindro esteso e la portata Q della pompa:

$$V = h \cdot A = 1 \cdot 0.08^2/4 \cdot \pi = 5.03 \cdot 10^{-3} [m^3]$$

$$Q = \Theta \cdot \omega = 3.64/2\pi \cdot 10^{-6} \cdot 1390 \cdot 2\pi/60 = 8.34 \cdot 10^{-5} [m^3/s]$$

$$T = \frac{V}{Q} = \frac{5.03 \cdot 10^{-3}}{8.34 \cdot 10^{-5}} = 60.3 [s]$$

11.8.2 Dinamica di un tram

Testo dell'esercitazione

Di un tram di linea urbana sono noti:

- il peso in ordine di marcia: $Q = 11000 \text{ kg}_p$;
- il diagramma della forza motrice equivalente $F_m \text{ [kg}_p]$ in funzione della velocità $v \text{ [m/s]}$.

Tale diagramma, di tipo sperimentale, è approssimabile mediante le seguenti equazioni:

$$F_m = \begin{cases} -24.58v^2 + 40.41v + 2500 & \text{per } 0 \leq v \leq 8 \text{ m/s} \\ 32.42v^2 - 871.63v + 6148 & \text{per } 8 < v \leq 13 \text{ m/s} \end{cases} \quad (11.23)$$

La resistenza al moto $R \text{ [kg}_p]$ è data dalla funzione di tipo parabolico:

$$R = 0.01Q + kv^2 \quad \text{con } k = 2 \text{ kg}_p \text{s}^2 \text{m}^{-2} \quad (11.24)$$

in cui il primo termine definisce la resistenza al moto causata dalle ruote, mentre il secondo termine esprime la resistenza dell'aria (dipendente dal quadrato della velocità relativa fra aria e vettura).

Si supponga che la vettura viaggi in piano, in rettilineo e in assenza di vento.

Si richiede:

1. la conversione dei dati in unità di misura del S.I.;
2. il valore della velocità massima raggiungibile dalla vettura in km/h;
3. il grafico dell'accelerazione della vettura in funzione della sua velocità;
4. la velocità che la vettura raggiunge, partendo da ferma, in un tempo $t = 6$ secondi ed il tempo di avviamento;
5. il valore della potenza resistente per $t = 6$ secondi e il corrispondente eccesso di potenza disponibile per accelerare la vettura.

Conversione dei dati in unità di misura del S.I.

Come risulta evidente dal testo del problema, la forza motrice F_m , la forza resistente R ed il peso proprio Q del tram sono espressi in kg_p , unità di misura del sistema tecnico; le velocità, invece, sono espresse in m/s e pertanto non richiedono alcuna conversione.

Per convertire le forze assegnate in *Newton* (simbolo N), unità di misura della forza nel S.I., è sufficiente ricordare che:

$$1\text{kg}_p = 9.81 \text{ N} \quad (11.25)$$

Si convertono di seguito le grandezze nelle cui unità di misura compaiono i kg_p .

$$Q = 11000 \text{ kg}_p = 107910 \text{ N} \quad (11.26)$$

Se si utilizza la seguente nomenclatura per l'espressione della forza motrice F_m :

$$F_m = \begin{cases} \alpha_1 v^2 + \beta_1 v + \gamma_1 & \text{per } 0 \leq v \leq 8 \text{ m/s} \\ \alpha_2 v^2 + \beta_2 v + \gamma_2 & \text{per } 8 < v \leq 13 \text{ m/s} \end{cases} \quad (11.27)$$

si avrà:

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= -24.58 \text{ kg}_p \text{s}^2 \text{m}^{-2} = -241.1 \text{ N s}^2 \text{m}^{-2} & \alpha_2 &= 32.42 \text{ kg}_p \text{s}^2 \text{m}^{-2} = 318 \text{ N s}^2 \text{m}^{-2} \\
 \beta_1 &= 40.41 \text{ kg}_p \text{sm}^{-1} = 396.4 \text{ N sm}^{-1} & \beta_2 &= -40.41 \text{ kg}_p \text{sm}^{-1} = -8550.7 \text{ N sm}^{-1} \\
 \gamma_1 &= 2500 \text{ kg}_p = 24525 \text{ N} & \gamma_2 &= 6148 \text{ kg}_p = 60311.9 \text{ N}
 \end{aligned}
 \tag{11.28}$$

Mentre per la resistenza R , si ha:

$$R = R_0 + kv^2 \tag{11.29}$$

dove:

$$\begin{aligned}
 R &= 0.01Q = 110 \text{ kg}_p = 1079.1 \text{ N} \\
 k &= 2 \text{ kg}_p \text{s}^2 \text{m}^{-2} = 19.6 \text{ N s}^2 \text{m}^{-2}
 \end{aligned}
 \tag{11.30}$$

A questo punto è possibile tracciare i diagrammi della forza motrice e della forza resistente nelle unità del S.I.

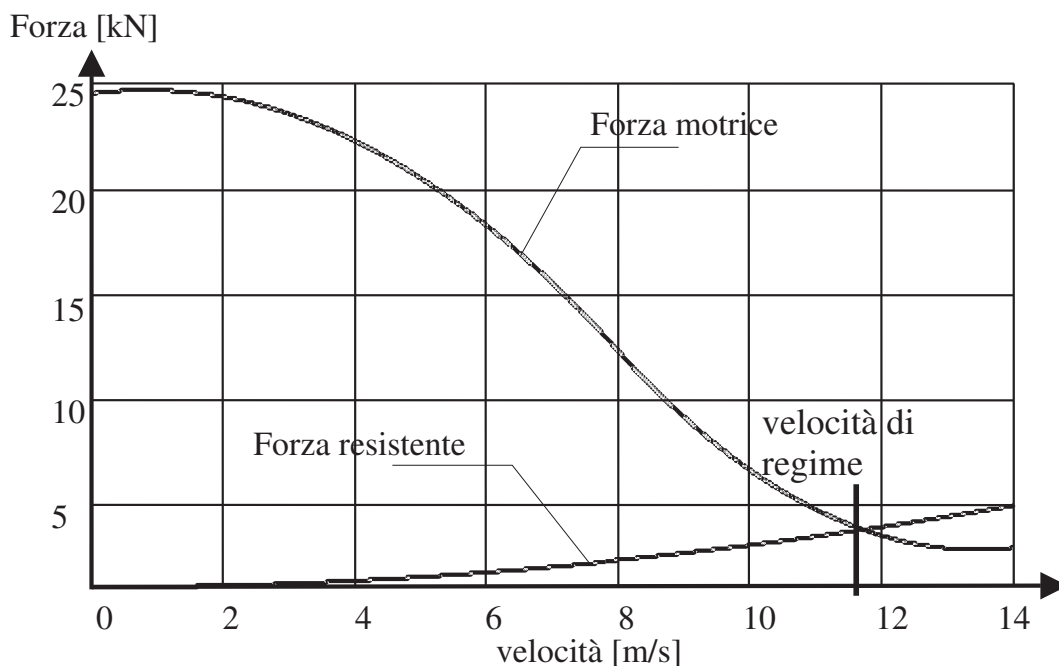


Figura 11.42: Diagrammi di forza motrice e resistente in unità del sistema internazionale (SI)

Calcolo della velocità massima raggiungibile dalla vettura

Per calcolare la velocità massima raggiungibile dalla vettura occorre in primo luogo sviluppare un modello di riferimento per il sistema reale.

Considerati i dati a disposizione (massa del tram e sistema di forze ad esso applicate), nonché lo scopo dell'analisi (determinare i parametri cinematici del moto del tram), in questa esercitazione utilizzeremo il modello del *punto materiale*.

Pertanto, schematizzeremo il tram mediante una massa $M = Q/g$ (pari a $M = 11000 \text{ kg}$), traslante lungo un piano orizzontale con velocità v ed accelerazione a . La massa risulterà sottoposta all'azione motrice F_m e all'azione resistente R .

Come risulta evidente dal grafico di figura 11.42, F_m ed R variano in funzione della velocità del veicolo: in particolare, all'aumentare della velocità, l'azione motrice diminuisce mentre l'azione resistente cresce.

In figura 11.43 è riportato il modello del sistema in esame (nel disegno è stata evidenziata anche la forza d'inerzia $M a$, agente sulla massa traslante).

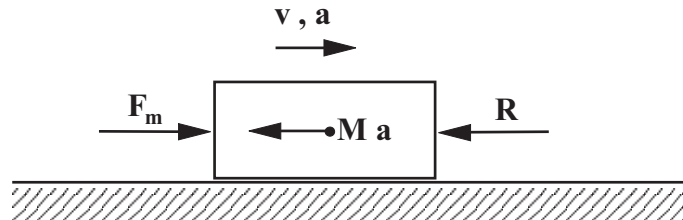


Figura 11.43: Modello del sistema in esame

L'equazione di equilibrio dinamico alla traslazione orizzontale risulta:

$$F_m - F_r = ma \quad (11.31)$$

in cui $F_m = F_m(v)$, $R = R(v)$ e $a = dv/dt$.

La massima velocità raggiungibile dalla vettura è quella per cui l'accelerazione si annulla, ovvero quella per cui la forza motrice uguaglia la forza resistente.

Tale velocità risulta essere quella di regime (v_{reg}).

Per meglio comprendere questa affermazione osserviamo i diagrammi di forza motrice e resistente:

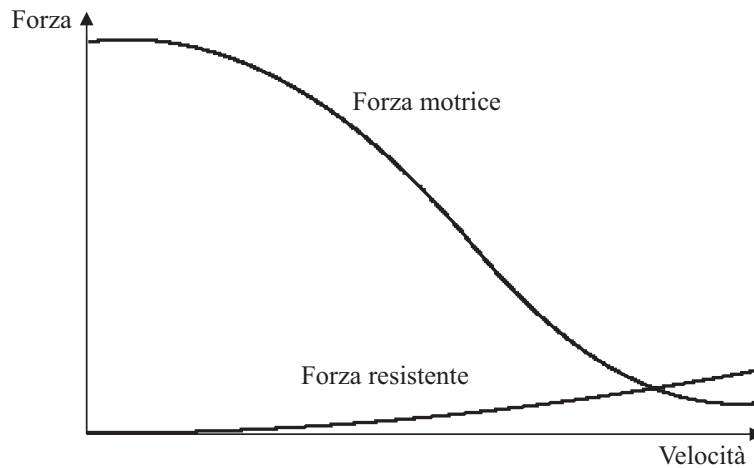


Figura 11.44: Diagrammi di forza motrice e resistente e punto di funzionamento a regime

- Per $0 \leq v < v_{reg}$ la forza motrice è maggiore della forza resistente: l'accelerazione risulta positiva e, di conseguenza, la velocità della vettura aumenta;
- per $v > v_{reg}$ la forza motrice è minore della forza resistente: l'accelerazione risulta negativa e di conseguenza la velocità della vettura diminuisce.
- per $v = v_{reg}$ le due forze assumono lo stesso valore: l'accelerazione risulta nulla e la velocità del veicolo si mantiene costante (con valore pari a v_{reg}) e stabile.

Il punto P indicato sul grafico rappresenta pertanto la situazione di regime.

Confrontando i valori di F_m ed R a destra e a sinistra di v_{reg} è immediato dedurre che la condizione di regime suddetta è stabile.

Infatti, se a causa di una perturbazione esterna la velocità aumenta ulteriormente ($v > v_{reg}$), si genera una forza resistente maggiore della forza motrice; si genera un valore negativo per l'accelerazione, con conseguente diminuzione della velocità fino al valore v_{reg} . Viceversa, una diminuzione della velocità al di sotto del valore di regime ($v < v_{reg}$) genera una forza motrice maggiore della corrispondente forza resistente, con conseguente aumento della velocità fino al valore di regime.

Sulla base di quanto esposto, è immediato calcolare la velocità massima della vettura. Infatti, è sufficiente determinare (per via grafica o analitica) il punto di intersezione delle curve $F_m(v)$ ed $R(v)$.

Con i dati del problema si ottiene:

$$v_{\max} = v_{reg} = 11.72 \text{ m/s} = 42.2 \text{ km/h} \quad (11.32)$$

Grafico dell'accelerazione della vettura in funzione della sua velocità

Per ricavare il diagramma dell'accelerazione in funzione della velocità è sufficiente riscrivere l'equazione (11.31) nella forma:

$$a(v) = \frac{1}{M} (F_m(v) - R(v)) \quad (11.33)$$

con $M = 11000 \text{ kg}$.

Le funzioni $F_m(v)$ e $R(v)$ sono note e quindi l'accelerazione $a(v)$ è immediatamente calcolabile (vedi diagramma in figura 11.45).

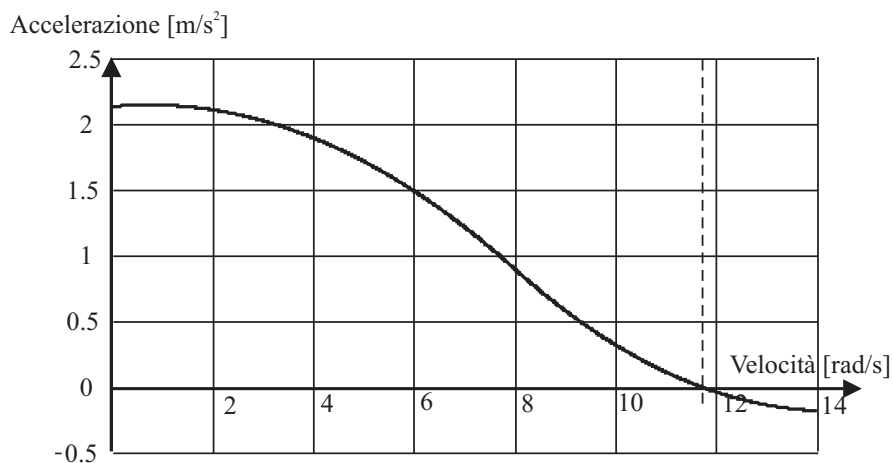


Figura 11.45: Diagramma dell'accelerazione del tram in funzione della velocità

Si osservi che l'accelerazione è nulla in corrispondenza della velocità di regime (v_{reg}), in accordo con quanto si è detto in precedenza.

Calcolo della velocità raggiunta dalla vettura per $t = 6$ s e del tempo di avviamento

Calcolo della velocità Per rispondere a questa domanda è necessario effettuare lo studio del transitorio di avviamento del sistema: in altri termini, occorre determinare come varia nel tempo la velocità del veicolo.

A tale scopo consideriamo nuovamente l'equazione di moto:

$$F_m(v) - R(v) = M \frac{dv}{dt} \quad (11.34)$$

Si tratta di un'equazione differenziale a variabili separabili, che può essere risolta nel modo seguente:

$$\int_0^t dt = M \int_0^v \frac{dv}{F_m(v) - R(v)} \Rightarrow t = \int_0^v \frac{1}{a(v)} dv \quad (11.35)$$

Si noti che, nella (11.35) al tempo $t = 0$ corrisponde $v = 0$, poichè all'istante iniziale il veicolo è fermo.

In questo modo è possibile ricavare la funzione $t = t(v)$ (e la sua inversa $v = v(t)$), che descrive il legame tempo-velocità durante il transitorio di avviamento.

L'operazione di integrazione viene solitamente effettuata per via grafica o numerica; talvolta, se è nota l'espressione analitica della funzione integranda (come nel caso in esame), è possibile calcolare analiticamente l'integrale.

Tuttavia, ai fini della precisione di calcolo richiesta dai problemi relativi ad azionamenti elettrici, il grado di approssimazione ottenuto con i metodi grafici o numerici è più che sufficiente.

Nel grafico di figura 11.46 è rappresentata la funzione integranda $f(v) = 1/a(v)$.

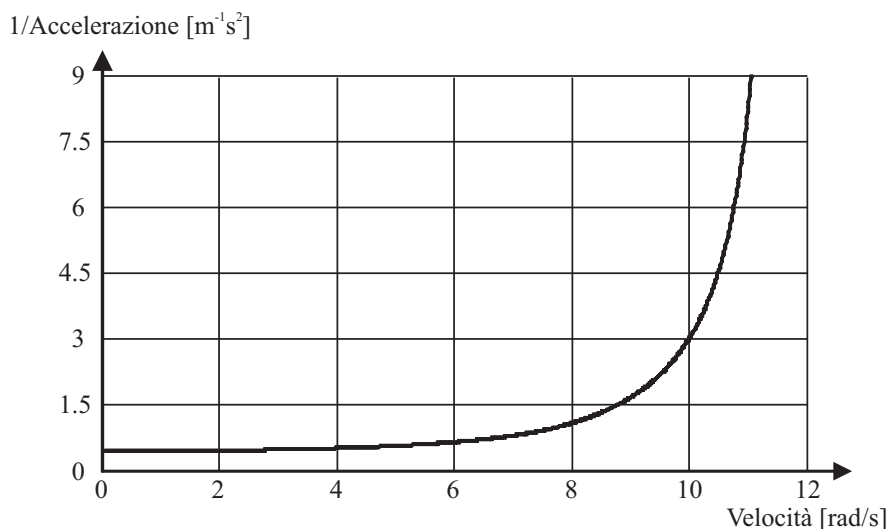


Figura 11.46: Funzione integranda per la determinazione del tempo di avviamento

La funzione $t = t(v)$ (e la sua inversa $v = v(t)$, ottenuta scambiando gli assi) sono tracciate nei due grafici di figura 11.47 e 11.48.

Il valore della velocità per $t = 6$ sec. può essere letto direttamente sui diagrammi e risulta pari a:

$$v(t = 6 \text{ s}) = 8.9 \text{ m/s.}$$

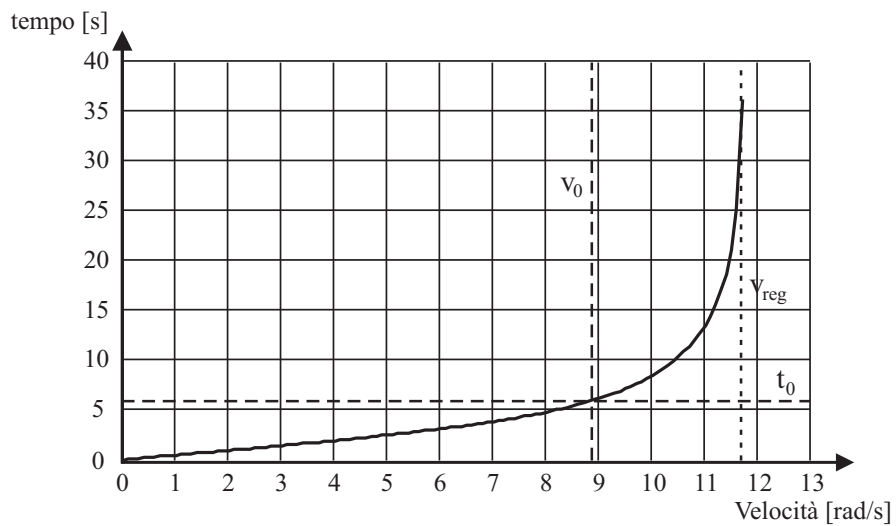


Figura 11.47: Diagramma del tempo in funzione della velocità

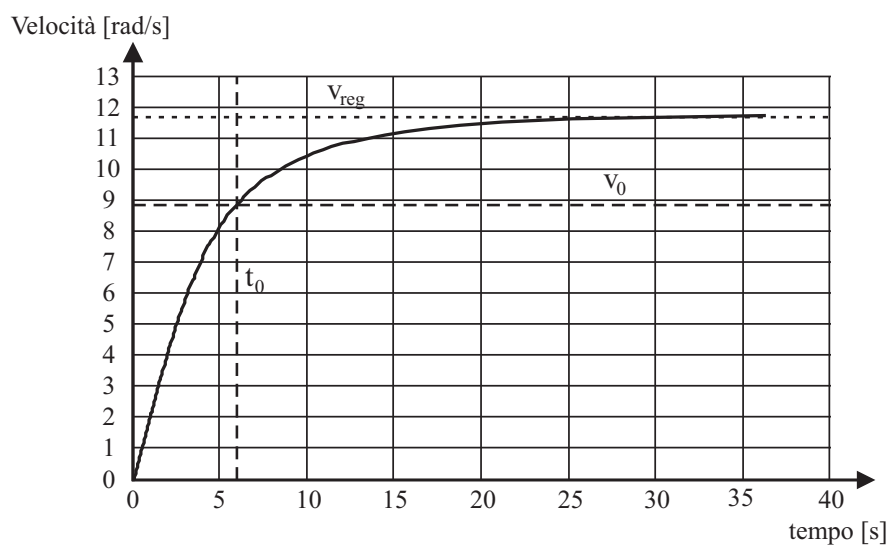


Figura 11.48: Diagramma della velocità in funzione del tempo

Calcolo del tempo di avviamento Se nell'equazione (11.35) si pone $v = v_{reg}$ come secondo estremo di integrazione, il tempo corrispondente rappresenta il *tempo di avviamento* del sistema (t_{avv}), ovvero il tempo impiegato dal veicolo per raggiungere la condizione di regime.

Da un punto di vista strettamente matematico, la condizione di regime viene raggiunta in un tempo infinito: infatti la funzione integranda $f(v) = 1/a(v)$ tende all'infinito quando la velocità v tende al valore di regime.

In altri termini possiamo affermare che le funzioni $t = t(v)$ e la sua inversa $v = v(t)$ ammettono rispettivamente un asintoto verticale ed orizzontale per $v = v_{reg}$.

Ai fini pratici, qualora si volesse calcolare il tempo di avviamento, si può ritenere *a regime* il sistema quando la velocità è prossima al valore teorico v_{reg} .

Se, ad esempio, consideriamo raggiunta la situazione di regime quando la velocità risulta pari al 99% del valore teorico, si ha:

$$t_{avv} \cong \int_0^{0.99v_{reg}} \frac{1}{a(v)} dv \quad (11.36)$$

Con i dati del problema otteniamo:

$$t_{avv} \simeq 25 \text{ s.}$$

Potenza resistente ed eccesso di potenza per accelerare la vettura

Per $t = 6 \text{ s}$, la velocità del veicolo vale $v = v^* = 8.9 \text{ m/s}$; di conseguenza la forza motrice e la forza resistente assumono i seguenti valori:

$$\begin{aligned} F_m(v^*) &= 9385 \text{ N} \\ R(v^*) &= 2635 \text{ N} \end{aligned}$$

Per calcolare la potenza motrice W_m e la potenza resistente W_r nell'istante di tempo considerato, è sufficiente moltiplicare per v^* i valori delle rispettive forze.

Si ha pertanto:

$$\begin{aligned} W_m(v^*) &= F_m(v^*)v^* = 83.6 \text{ kW} \\ R(v^*) &= R(v^*)v^* = 23.5 \text{ kW} \end{aligned}$$

L'eccesso di potenza ΔW disponibile per accelerare la vettura può essere calcolato come differenza fra la potenza motrice e la potenza resistente.

$$\Delta W(v^*) = W_m(v^*) - W_r(v^*) = 60.1 \text{ kW}$$

Tale valore si può ottenere anche calcolando il prodotto $Ma(v^*)v^*$, che rappresenta la potenza della forza d'inerzia agente sul veicolo nell'istante considerato.

11.8.3 Dinamica di un ascensore

Testo dell'esercitazione

Un motore asincrono trifase aziona un ascensore tramite un riduttore ad ingranaggi ed una puleggia sulla quale si avvolge la fune di sollevamento (vedi figura 11.49).

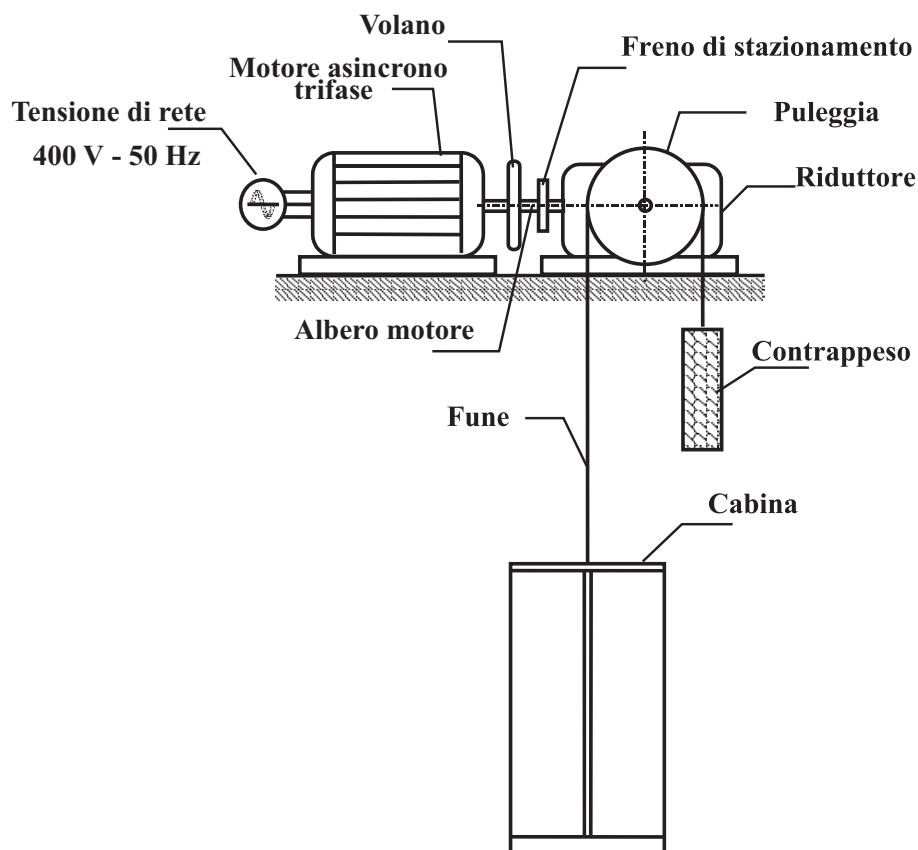


Figura 11.49: Schema del sistema in esame

Sull'albero motore sono montati un freno di stazionamento (aperto durante il funzionamento dell'impianto) ed un volano, avente la funzione di limitare l'accelerazione massima durante la fase di avviamento.

Dell'impianto sono noti i seguenti dati:

- | | |
|--|--|
| • numero di coppie di poli del motore asincrono | $p = 2$ |
| • frequenza di rete | $f = 50 \text{ Hz}$ |
| • rapporto di trasmissione del riduttore | $\tau = 1/60$ |
| • rendimento della trasmissione con flusso di potenza diretto | $\eta = 0.7$ |
| • rendimento della trasmissione con flusso di potenza retrogrado | $\eta^* = 0.6$ |
| • diametro della puleggia | $D = 0.5 \text{ m}$ |
| • momento d'inerzia della puleggia | $J_p = 0.1 \text{ kg}_p \text{ m}^2$ |
| • momento d'inerzia delle masse calettate sull'albero motore | $J_m = 0.023 \text{ kg}_p \text{ m}^2$ |
| • peso della cabina | $P_c = 290 \text{ kg}_p$ |
| • carico massimo trasportabile | $P_u = 325 \text{ kg}_p$ |
| • peso del contrappeso | $P_q = P_c + 0.4P_u$ |

La relazione utilizzata per il dimensionamento del contrappeso è di natura empirica e viene normalmente impiegata in sede di progetto per ridurre il carico medio del motore.

Si considerino quattro situazioni tipiche di funzionamento:

- a. avviamento in salita a pieno carico;
- b. avviamento in salita a vuoto;
- c. avviamento in discesa a pieno carico;
- d. avviamento in discesa a vuoto.

Si trascurino tutte le perdite di energia non espressamente citate ed il peso proprio della fune.

Si assuma che la curva caratteristica del motore asincrono sia quella rappresentata in figura 11.50:

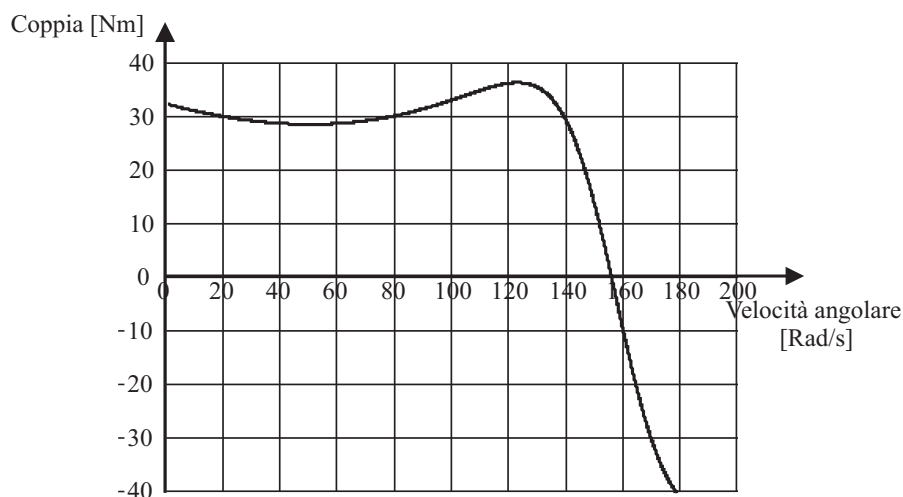


Figura 11.50: Curva caratteristica del motore asincrono

Quesiti

1. Convertire tutti i dati assegnati nelle unità di misura del Sistema Internazionale.
2. Durante il funzionamento a regime, per ciascuna delle quattro situazioni sopra elencate:
 - (a) determinare se la trasmissione funziona con flusso di potenza diretto o retrogrado;
 - (b) calcolare la velocità del motore e della cabina e la coppia motrice erogata.
3. Durante il funzionamento in transitorio, per ciascuna delle quattro situazioni sopra elencate:
 - (a) individuare la condizione (espressa in funzione dei dati del carico) per la quale la trasmissione funziona con flusso di potenza diretto o retrogrado;
 - (b) calcolare l'accelerazione massima che si può ottenere.
4. Determinare la legge di moto della cabina durante la fase di avviamento ed il tempo di avviamento (limitatamente al caso di ascensore a pieno carico in salita).

Premessa

Prima di rispondere alle domande formulate dal testo occorre premettere alcune considerazioni relative al diagramma di coppia del motore asincrono.

Come avviene per tutti i motori elettrici, il funzionamento del motore asincrono è definito completamente tracciando la sua curva caratteristica nei quattro quadranti del piano (ω_m, C_m) (vedi figure 11.50 e 11.51). Dal diagramma si nota che i due rami della curva sono simmetrici rispetto all'origine degli assi (con terminologia tratta dall'analisi matematica si può dire che la funzione è dispari), in quanto i valori assoluti di coppia motrice sono indipendenti dal verso di rotazione del motore.

Se adottiamo la convenzione secondo cui la velocità angolare è positiva in salita, possiamo affermare che il ramo (1) della curva definisce il funzionamento in salita, mentre il ramo (2) definisce il funzionamento

in discesa. Inoltre, poichè il prodotto $C_m \omega_m$ è pari alla potenza motrice W_m , un generico punto A della curva appartenente al I quadrante ($C_m > 0$, $\omega_m > 0$) indica potenza motrice positiva: ciò significa che il motore esplica effettivamente azione motrice e che il sistema si trova in condizioni di flusso di potenza diretto (la potenza fluisce dal motore all'utilizzatore). Inoltre, poichè il punto considerato appartiene al ramo (1), il sistema sta funzionando in salita.

Ragionando in modo analogo per gli altri punti di funzionamento (B , C e D in figura 11.51), si deduce che, per il I e III quadrante si ha flusso di potenza diretto (il motore asincrono funziona effettivamente come macchina motrice ed assorbe potenza dalla rete elettrica), mentre per il II e IV quadrante si ha flusso di potenza retrogrado (il motore funziona come utilizzatore, ovvero come generatore elettrico, e cede potenza alla rete).

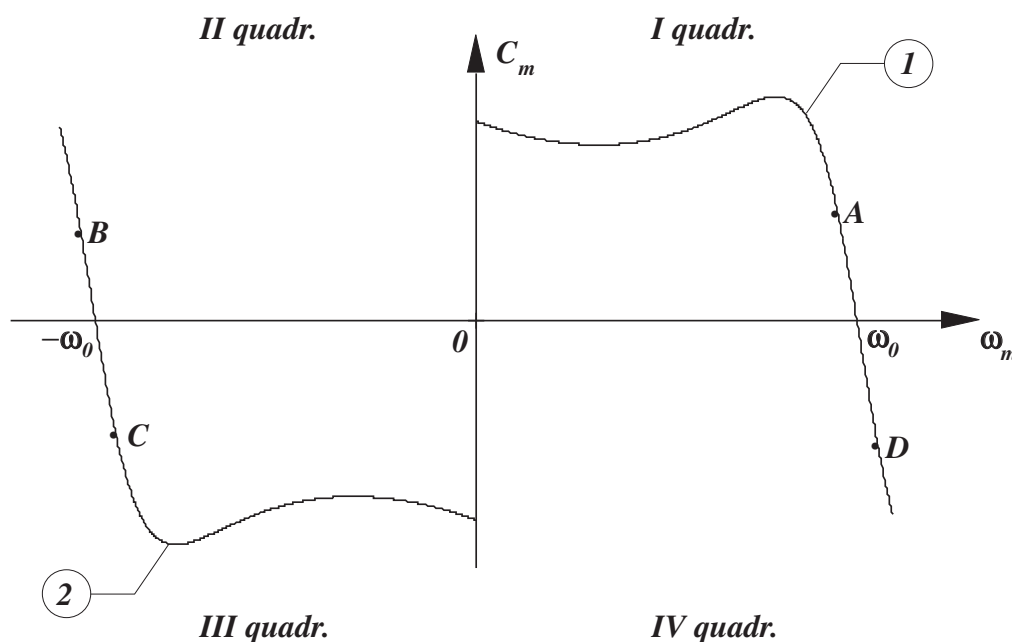


Figura 11.51: Curva caratteristica generica di un motore asincrono trifase

I risultati sopra esposti sono riassunti sinteticamente nella tabella 11.5.

Quadrante	Punto	Ramo	↑↓	C_m	ω_m	W_m	Funzionamento
I	A	(1)	salita	$\dot{>0}$	$\dot{>0}$	$\dot{>0}$	diretto (motore)
II	B	(2)	discesa	$\dot{>0}$	$\dot{<0}$	$\dot{<0}$	retrogrado (generatore)
III	C	(2)	discesa	$\dot{<0}$	$\dot{<0}$	$\dot{>0}$	diretto (motore)
IV	D	(1)	salita	$\dot{<0}$	$\dot{>0}$	$\dot{<0}$	retrogrado (generatore)

Tabella 11.5: Schema di funzionamento del motore asincrono nei quattro quadranti

Conversione dei dati nelle unità di misura del Sistema Internazionale

Gli unici dati non espressi in unità di misura del Sistema internazionale sono:

- il peso della cabina P_c ;
- il carico massimo trasportabile P_u ;
- il momento d'inerzia della puleggia J_p ;
- il momento d'inerzia delle masse calettate sull'albero motore J_m .

Per effettuare la conversione basta ricordare che $1 \text{ kg}_p = 9.81 \text{ N}$.
Si ha pertanto:

$$\begin{aligned} P_c &= 290 \text{ kg}_p = 2845 \text{ N} \\ P_u &= 325 \text{ kg}_p = 3188 \text{ N} \\ J_p &= 0.1 \text{ kg}_p \text{ms}^2 = 0.981 \text{ Nms}^2 = 0.981 \text{ kgm}^2 \\ J_m &= 0.023 \text{ kg}_p \text{ms}^2 = 0.226 \text{ Nms}^2 = 0.226 \text{ kgm}^2 \end{aligned}$$

Il peso del contrappeso risulta:

$$P_q = P_c + 0.4P_u = 290 + 0.4325 = 420 \text{ kg}_p = 4120 \text{ N}$$

Determinazione delle condizioni di funzionamento di flusso di potenza diretto e retrogrado per la situazione di regime

Per determinare se il flusso di potenza è diretto o retrogrado è necessario stabilire il verso della potenza scambiata tra utilizzatore e trasmissione. Se la potenza fluisce dalla trasmissione all'utilizzatore il flusso di potenza è diretto (figura 11.52), viceversa il flusso di potenza è retrogrado.

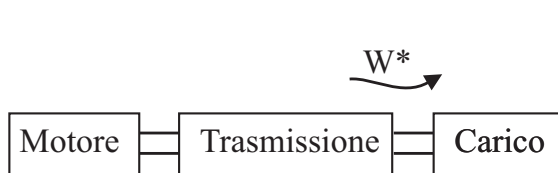


Figura 11.52: Schema di funzionamento di una macchina con flusso di potenza diretto



Figura 11.53: Schema di funzionamento di una macchina con flusso di potenza retrogrado

Si immagina, quindi, di sezionare l'albero che collega la puleggia con la trasmissione (si evidenzia, così, l'utilizzatore come mostrato in figura 11.54).

Per semplicità denotiamo con P ed M rispettivamente peso e massa della cabina.

Si ha che:

- ascensore vuoto: • $P = P_c$ ed $M = M_c$
- ascensore carico: • $P = P_c + P_u$ ed $M = M_c + M_u$

Si osserva dai dati del testo che:

- $M_c = 290 \text{ kg}$;
- $M_u = 325 \text{ kg}$;
- $M_q = 420 \text{ kg}$.

Denotiamo con W^* la potenza scambiata tra carico e trasmissione. Si assume, inoltre, come convenzione di segno, W^* positiva quando fluisce dalla trasmissione al motore.

Con la convenzione di segno adottata, il flusso di potenza è diretto se W^* è positiva, retrogrado se W^* è negativa.

Per determinare l'espressione della potenza W^* si applica un bilancio di potenze al sottosistema evidenziato in figura 11.54, ricordando che a regime il termine dE_c/dt è nullo.

$$W^* - Pv + P_q v = 0 \tag{11.37}$$

ossia

$$W^* = (P - P_q) v \tag{11.38}$$

Si analizzano di seguito le quattro possibili condizioni di funzionamento.

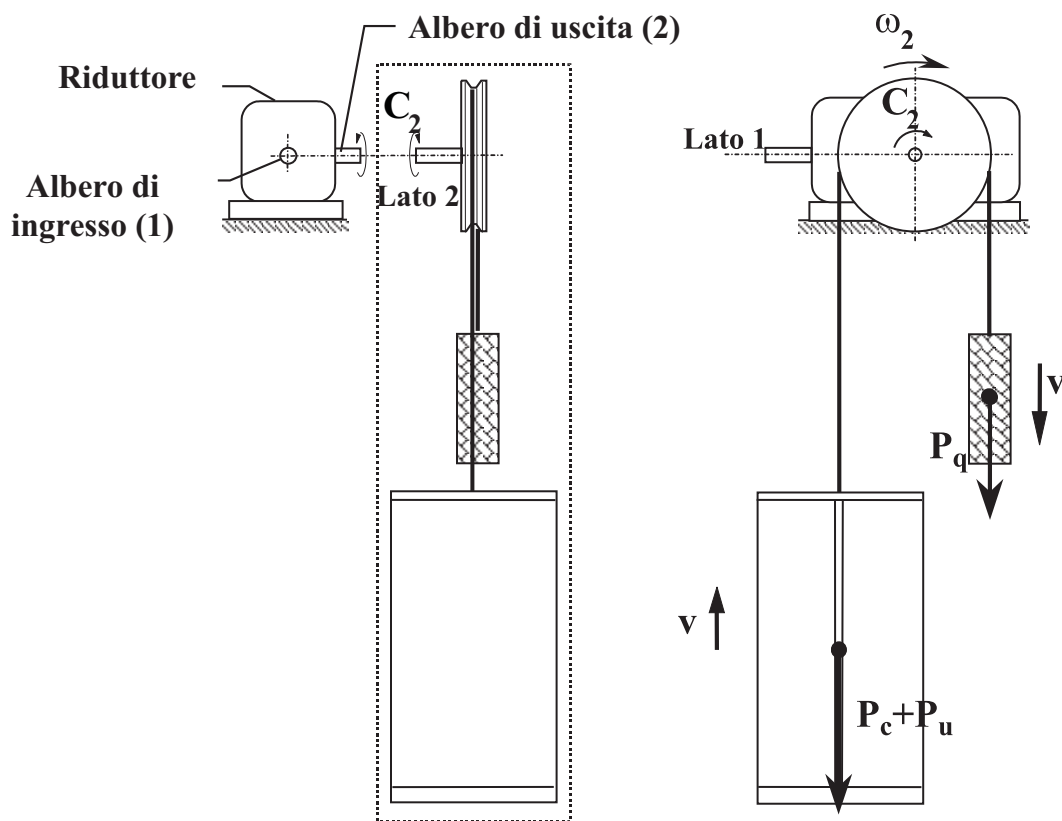


Figura 11.54: Schema dell'utilizzatore in condizioni di regime

a. *A pieno carico in salita:*

in base alle convenzioni di figura 11.54 v è positiva ed essendo il termine $P - P_q = P_c + P_u - P_q = 1913 \text{ N}$ positivo il flusso di potenza è *diretto*.

b. *A vuoto in salita:*

rispetto al caso precedente cambiano le condizioni di carico. Il termine $P - P_q = P_c - P_q = -1275 \text{ N}$ risulta negativo mentre la velocità è sempre positiva; di conseguenza il flusso di potenza è *retrogrado*.

c. *A pieno carico in discesa:* In questo caso la velocità risulta negativa rispetto alla convenzione di segno adottata, mentre il termine $P - P_q = P_c + P_u - P_q = 1913 \text{ N}$ è positivo. Si ha, pertanto, $W < 0$ e, di conseguenza, il flusso di potenza è *retrogrado*.

d. *A vuoto in discesa:*

Sia il termine $P - P_q = P_c + P_u - P_q = 1913 \text{ N}$ che v sono negativi, W risulta positiva, il flusso di potenza è, quindi, *diretto*.

Calcolo della coppia motrice e della velocità in condizioni di regime

Per determinare il punto di funzionamento nelle diverse situazioni di moto si deve dapprima determinare la C_m a regime, che denotiamo con $C_{m,reg}$, noto il valore della coppia si calcola poi la ω_m mediante la curva caratteristica (per via grafica). La velocità della cabina si ottiene in seguito mediante semplici relazioni cinematiche.

Per determinare la $C_{m,reg}$, si può applicare il teorema delle potenze all'intero sistema, costituito da motore, volano, riduttore, puleggia, cabina e contrappeso.

$$\sum W = \frac{dE_c}{dt} \qquad W_m + W_r + W_p = \frac{dE_c}{dt} \qquad (11.39)$$

La sommatoria che compare a primo membro della 11.39 rappresenta la somma algebrica di tutte le potenze in gioco. Pertanto, tali potenze dovranno essere considerate con il relativo segno.

Nel funzionamento a regime si ha, poi, che $dE_c/dt = 0$.

La potenza persa che compare nel teorema delle potenze 11.39 assume due espressioni diverse in funzione del tipo di flusso di potenza (diretto o retrogrado), di conseguenza si analizzano separatamente questi due casi.

◇ *flusso di potenza diretto (casi a e d):*

Si calcolano le singole espressioni delle potenze in gioco:

- **potenza motrice:** $W_m = C_{m,reg}\omega_m$;
- **potenza resistente:** $W_R = -Pv + P_qv^1$;
- **potenza persa:** $W_p = -(1 - \eta)W_e$, ove con W_e si è indicata la potenza entrante nella trasmissione dal lato del motore che nel caso in esame vale $W_e = C_m\omega_m$.

Sostituendo tali espressioni nella 11.39 si ottiene, quindi:

$$C_{m,reg}\omega_m - Pv + P_qv - (1 - \eta)C_{m,reg}\omega_m = 0$$

Supponendo che non vi sia slittamento tra cinghia e puleggia, possiamo scrivere le seguenti relazioni cinematiche:

$$v = \omega_r \frac{D}{2} \quad (11.40)$$

$$\omega_r = \tau\omega_m \quad (11.41)$$

Si ottiene:

$$\eta C_{m,reg}\omega_m - P\tau \frac{D}{2}\omega_m + P_q\tau \frac{D}{2}\omega_m = 0$$

ossia:

$$\boxed{C_{m,reg} = \frac{\tau D}{\eta} (P - P_q)} \quad (11.42)$$

◇ *flusso di potenza retrogrado (casi b e c):*

Rispetto al caso precedente cambia l'espressione della potenza persa, che in condizioni di flusso di potenza retrogrado vale:

$$W_p = -(1 - \eta^*)W_e$$

dove η^* rappresenta il rendimento della trasmissione con flusso di potenza retrogrado.

Essendo il flusso di potenza dall'utilizzatore alla trasmissione, la potenza che entra nella trasmissione assume la seguente espressione:

$$W_e = P_qv - Pv$$

Si ottiene, quindi:

$$\boxed{C_{m,reg} = \tau\eta^* \frac{D}{2} (P - P_q)} \quad (11.43)$$

Si considerano, ora, le quattro differenti condizioni di moto calcolando dapprima la coppia resistente, quindi deducendo graficamente la velocità del motore (figura 11.55 e seguenti) e calcolando quella corrispondente dell'ascensore $v = \tau\omega_m D/2$:

¹ Osservando la figura 11.54 si nota che per la cabina la velocità è positiva verso l'alto, mentre per il contrappeso la velocità è positiva verso il basso; pertanto la potenza relativa al peso della cabina ha segno negativo, mentre quella relativa al contrappeso ha segno positivo.

a. *A pieno carico in salita:*

Il flusso di potenza è diretto, si utilizza, pertanto, l'equazione con $P = P_c + P_u = 6033 \text{ N}$, da cui si ricava:

- $C_{m,reg} = \frac{1/60 \cdot 0.5}{0.7 \cdot 2} (6033 - 4120) = 11.4 \text{ N};$
- $\omega_{m,reg} = 150.5 \text{ rad/s};$
- $v_{reg} = 0.627 \text{ m/s}.$

b. *A vuoto in salita:*

Il flusso di potenza è retrogrado, si utilizza, pertanto, l'equazione con $P = P_c = 2845 \text{ N}$, da cui si ricava:

- $C_{m,reg} = \tau\eta^* \frac{D}{2} (P - P_q) \frac{1}{60} 0.6 \frac{0.5}{2} (2845 - 4120) = -3.19 \text{ N};$
- $\omega_{m,reg} = 156.7 \text{ rad/s};$
- $v_{reg} = 0.653 \text{ m/s}.$

c. *A pieno carico in discesa:*

Il flusso di potenza è retrogrado, si utilizza, pertanto, l'equazione con $P = P_c + P_u = 6033 \text{ N}$, da cui si ricava:

- $C_{m,reg} = \tau\eta^* \frac{D}{2} (P - P_q) \frac{1}{60} 0.6 \frac{0.5}{2} (6033 - 4120) = 4.78 \text{ N};$
- $\omega_{m,reg} = -157.4 \text{ rad/s};$
- $v_{reg} = -0.656 \text{ m/s}.$

d. *A vuoto in discesa:*

Il flusso di potenza è diretto, si utilizza, pertanto, l'equazione con $P = P_c = 2845 \text{ N}$, da cui si ricava:

- $C_{m,reg} = \frac{1/60 \cdot 0.5}{0.7 \cdot 2} (2845 - 4120) = -7.59 \text{ N};$
- $\omega_{m,reg} = -152.2 \text{ rad/s};$
- $v_{reg} = -0.634 \text{ m/s}.$

Nei grafici di figura 11.55, 11.56, 11.57 e 11.58 sono rappresentati i punti di funzionamento a regime per i quattro casi sopra elencati.

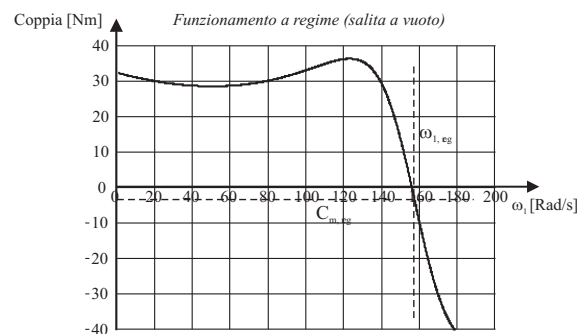
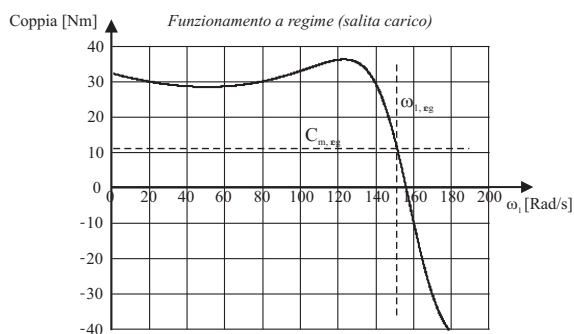


Figura 11.55: Punto di funzionamento a regime in salita a pieno carico

Figura 11.56: Punto di funzionamento a regime in salita a vuoto

Si osserva, infine, che il caso analizzato di funzionamento a regime potrebbe essere dedotto come caso particolare di quello di funzionamento in transitorio (di seguito sviluppato) assumendo per tutti termini di accelerazione valore nullo. Tuttavia, quando non è richiesto lo studio del transitorio, tale via è più lunga e onerosa.

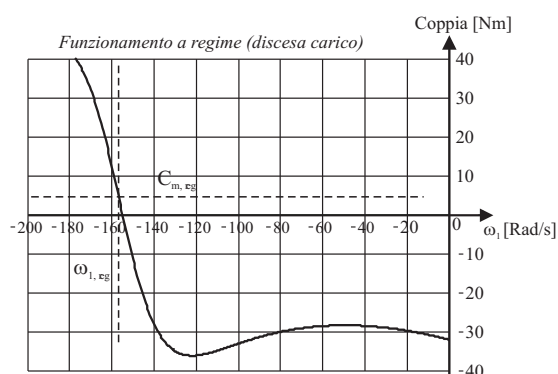


Figura 11.57: Punto di funzionamento a regime in discesa a pieno carico

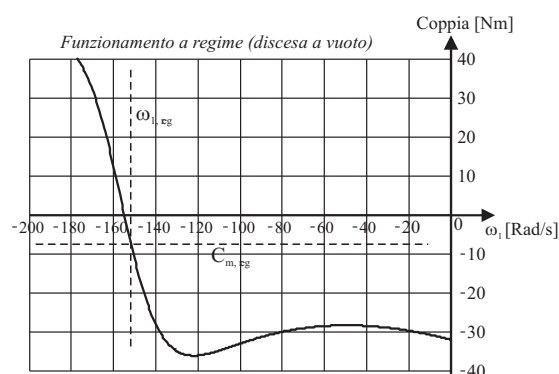


Figura 11.58: Punto di funzionamento a regime in discesa a vuoto

Condizioni di funzionamento durante il transitorio di avviamento

Per lo studio del transitorio d'avviamento, in particolare per stabilire la natura del flusso di potenza (diretto o retrogrado) si procede come al paragrafo 11.8.3, con la differenza che ora nel bilancio di potenza generalizzato relativo all'utilizzatore comparirà anche la potenza associata alle forze e coppie d'inerzia.

In figura 11.59 è rappresentato l'utilizzatore con evidenziate anche le azioni d'inerzia.

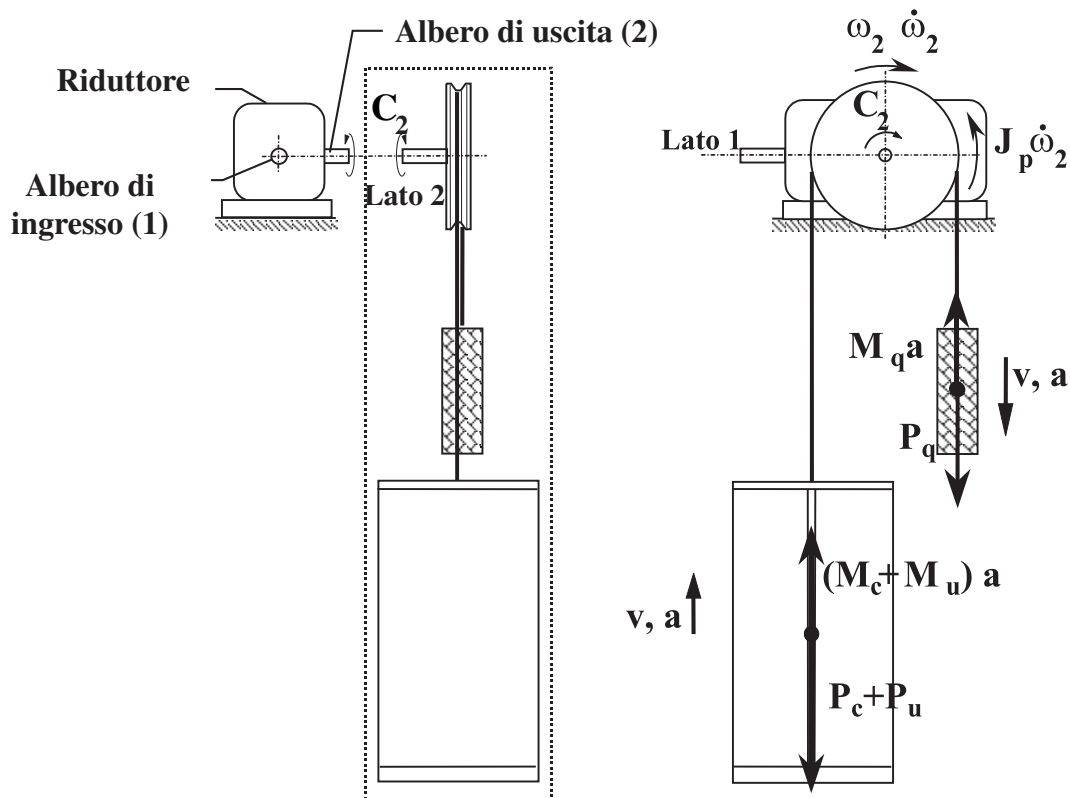


Figura 11.59: Schema dell'utilizzatore in condizioni di transitorio

In particolare, la potenza associata alle forze d'inerzia (assunta positiva dalla trasmissione all'utilizzatore) vale:

$$W_i = -Mva - M_qva - J_p \omega_r \dot{\omega}_r$$

Inserendo questo termine nel bilancio di potenza generalizzato dell'utilizzatore si ottiene:

$$W^* - Pv + P_q v - Mva - M_q va - J_p \omega_r \dot{\omega}_r = 0 \quad (11.44)$$

ossia

$$W^* = (P - P_q) v + (M + M_q) va + J_p \omega_r \dot{\omega}_r \quad (11.45)$$

Tenendo conto delle relazioni cinematiche 11.40, 11.41 e della relazione:

$$a = \dot{\omega}_r \frac{D}{2} \quad (11.46)$$

si perviene alla espressione 11.47 di W^* .

$$W^* = \left\{ (P - P_q) \frac{D}{2} + \left[(M + M_q) \frac{D^2}{4} + J_p \right] \dot{\omega}_r \right\} \omega_r \quad (11.47)$$

A questo punto possiamo ricavare le condizioni di funzionamento con flusso di potenza diretto e retrogrado per i quattro casi elencati nel testo del problema.

Per evitare confusioni, ricaveremo soltanto le condizioni di funzionamento con flusso di potenza diretto: per ottenere le condizioni relative al flusso di potenza retrogrado è sufficiente cambiare il verso delle corrispondenti disuguaglianze.

a. *A pieno carico in salita:*

In questo caso $M = M_c + M_u$ e $P = P_c + P_u$.

In base alle convenzioni della figura 11.59, tutte le velocità risultano positive ($v > 0$, $\omega_r > 0$). La condizione di flusso di potenza diretto si ricava imponendo che la potenza W^* sia positiva, ossia dovrà risultare positiva l'espressione che compare fra parentesi graffe nella 11.47.

Esplicitando rispetto ad $\dot{\omega}_r$ si ricava che il flusso di potenza è diretto se:

$$\dot{\omega}_r > - \frac{(P_c + P_u - P_q) \frac{D}{2}}{J_p + (M_c + M_u + M_q) \frac{D^2}{4}} \quad (11.48)$$

b. *A vuoto in salita:*

Valgono le stesse considerazioni fatte per l'ascensore in salita carico; l'unica differenza consiste nel fatto che M e P valgono: $M = M_c$ e $P = P_c$.

La condizione di flusso di potenza diretto è pertanto:

$$\dot{\omega}_r > - \frac{(P_c - P_q) \frac{D}{2}}{J_p + (M_c + M_q) \frac{D^2}{4}} \quad (11.49)$$

c. *A pieno carico in discesa:*

Nel caso in esame M e P assumono la seguente espressione $M = M_c + M_u$ e $P = P_c + P_u$.

In base alle convenzioni della figura 11.59, tutte le velocità risultano ora negative ($v < 0$, $\omega_r < 0$). Imponendo che la potenza W^* sia positiva dovrà risultare negativa l'espressione che compare fra parentesi graffe nella 11.47.

Esplicitando rispetto ad $\dot{\omega}_r$ si ricava:

$$\dot{\omega}_r < - \frac{(P_c + P_u - P_q) \frac{D}{2}}{J_p + (M_c + M_u + M_q) \frac{D^2}{4}} \quad (11.50)$$

d. *A vuoto in discesa:*

Valgono le stesse considerazioni fatte per l'ascensore in discesa carico; l'unica differenza consiste nel fatto che M e P valgono rispettivamente: $M = M_c$ e $P = P_c$.

La condizione di flusso di potenza diretto è pertanto:

$$\dot{\omega}_r < - \frac{(P_c - P_q) \frac{D}{2}}{J_p + (M_c + M_q) \frac{D^2}{4}} \quad (11.51)$$

Nella tabella sono riassunti i quattro casi sopra elencati.

	<i>Salita</i>	<i>Discesa</i>
<i>A pieno carico</i>	$\dot{\omega}_r > -\frac{(P_c+P_u-P_q)\frac{D}{2}}{J_p+(M_c+M_u+M_q)\frac{D^2}{4}}$	$\dot{\omega}_r < -\frac{(P_c+P_u-P_q)\frac{D}{2}}{J_p+(M_c+M_u+M_q)\frac{D^2}{4}}$
<i>A vuoto</i>	$\dot{\omega}_r > -\frac{(P_c-P_q)\frac{D}{2}}{J_p+(M_c+M_q)\frac{D^2}{4}}$	$\dot{\omega}_r < -\frac{(P_c-P_q)\frac{D}{2}}{J_p+(M_c+M_q)\frac{D^2}{4}}$

Tabella 11.6: Condizioni di flusso di potenza diretto

Come si è detto, le condizioni di flusso di potenza retrogrado si ottengono scambiando i versi delle disuguaglianze.

Di conseguenza, le condizioni di *flusso di potenza diretto in salita* vengono a coincidere con le condizioni di *flusso di potenza retrogrado in discesa* e viceversa (a parità di condizioni di carico).

Le condizioni espresse nella tabella 11.7 sono riferite all'accelerazione angolare della puleggia $\dot{\omega}_r$.

Tuttavia, conoscendo il rapporto di trasmissione ed applicando le relazioni cinematiche si possono ottenere le corrispondenti condizioni riferite all'accelerazione angolare del motore $\dot{\omega}_m$ ed all'accelerazione della cabina a .

Con i dati forniti dal testo del problema si ottiene:

	<i>Salita</i>	<i>Discesa</i>
<i>A pieno carico</i>	$\dot{\omega}_r > -7.28 \text{ rad/s}^2$ $\dot{\omega}_m > -437 \text{ rad/s}^2$ $a > -1.82 \text{ m/s}^2$	$\dot{\omega}_r < -7.28 \text{ rad/s}^2$ $\dot{\omega}_m < -437 \text{ rad/s}^2$ $a < -1.82 \text{ m/s}^2$
<i>A vuoto</i>	$\dot{\omega}_r > 7.03 \text{ rad/s}^2$ $\dot{\omega}_m > 422 \text{ rad/s}^2$ $a > 1.76 \text{ m/s}^2$	$\dot{\omega}_r < 7.03 \text{ rad/s}^2$ $\dot{\omega}_m < 422 \text{ rad/s}^2$ $a < 1.76 \text{ m/s}^2$

Tabella 11.7: Condizioni di flusso di potenza diretto

Calcolo dell'accelerazione massima durante il transitorio di avviamento

Per il calcolo dell'accelerazione massima applichiamo il teorema delle potenze all'intero sistema, come si è fatto al paragrafo 11.8.3.

La differenza tra il caso precedente e quello in esame è che ora il termine dE_c/dt non è più nullo.

Analogamente a quanto fatto in precedenza si deve effettuare una distinzione tra flusso di potenza diretto e retrogrado.

Si adottano le convenzioni di segno rappresentate in figura 11.59.

◇ *Flusso di potenza diretto (casi a e d):*

Si calcolano le singole espressioni delle potenze in gioco:

- **potenza motrice:** $W_m = C_m \omega_m$;
- **potenza resistente:** $W_R = -Pv + P_q v$;
- **potenza persa:** $W_p = -(1 - \eta) W_e$, ove con W_e si è indicata la potenza entrante nella trasmissione dal lato del motore che nel caso in esame vale $W_e = C_m \omega_m - J_m \omega_m \dot{\omega}_m$. Si osserva che il termine $-J_m \omega_m \dot{\omega}_m$ rappresenta la potenza necessaria ad accelerare il volano interposto tra motore e trasmissione.

- derivata temporale dell'energia cinetica:

$$\frac{dE_c}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} (M + M_q) v^2 + \frac{1}{2} J_m \omega_m^2 + \frac{1}{2} J_p \omega_r^2 \right); \quad (11.52)$$

$$\frac{dE_c}{dt} = (M + M_q) va + J_m \omega_m \dot{\omega}_m + J_p \omega_r \dot{\omega}_r \quad (11.53)$$

Sostituendo tali espressioni nella 11.39 si ottiene:

$$\begin{aligned} C_m \omega_m - Pv + P_q v - (1 - \eta) (C_m \omega_m - J_m \omega_m \dot{\omega}_m) = \\ = (M + M_q) va + J_m \omega_m \dot{\omega}_m + J_p \omega_r \dot{\omega}_r \end{aligned} \quad (11.54)$$

Applicando le relazioni cinematiche 11.40, 11.41 e 11.46, si ottiene la seguente espressione per l'accelerazione angolare del motore:

$$\dot{\omega}_m = \frac{C_m - \frac{\tau}{\eta} (P - P_q) \frac{D}{2}}{J_m + \frac{\tau^2}{\eta} \left[J_p + (M + M_q) \frac{D^2}{4} \right]} \quad (11.55)$$

◇ *Flusso di potenza retrogrado (casi b e c):*

Rispetto al caso precedente cambia l'espressione delle potenza persa, dove al posto di η compare η^* :

$$W_p = - (1 - \eta^*) W_e \quad (11.56)$$

Essendo il flusso di potenza dall'utilizzatore alla trasmissione, la potenza che entra nella trasmissione assume la seguente espressione:

$$W_e = P_q v - Pv - \left[J_p + (M + M_q) \frac{D^2}{4} \right] \omega_r \dot{\omega}_r \quad (11.57)$$

Dalle equazioni (11.56) e (11.57), tenendo conto delle consuete relazioni cinematiche, si ricava con semplici passaggi algebrici l'espressione dell'accelerazione angolare del motore in condizioni di flusso di potenza retrogrado:

$$\dot{\omega}_1 = \frac{C_m - \tau \eta^* (P - P_q) \frac{D}{2}}{J_m + \tau^2 \eta^* \left[J_p + (M + M_q) \frac{D^2}{4} \right]} \quad (11.58)$$

A questo punto possiamo procedere al calcolo dell'accelerazione massima.

Osservando le relazioni (11.58) e (11.55), si deduce immediatamente che il valore massimo di accelerazione si ha in corrispondenza del valore massimo della coppia motrice C_m .

Per ciascuna condizione di funzionamento è necessario determinare se il flusso di potenza sia diretto o retrogrado al fine di scegliere correttamente l'equazione per il calcolo dell'accelerazione.

Poiché non si conosce a priori se, in condizioni di coppia massima (e quindi di accelerazione massima), il flusso di potenza sia diretto o retrogrado, conviene seguire il procedimento sotto riportato:

- per ciascuno dei quattro casi si ipotizza una condizione di funzionamento (flusso di potenza diretto o retrogrado); tale ipotesi dovrà essere successivamente verificata;
- si calcola l'accelerazione massima utilizzando la formula corrispondente all'ipotesi formulata;
- si verifica la correttezza dell'ipotesi mediante le disequazioni riportate nella tabella 11.7.

Esaminiamo ora le quattro situazioni di funzionamento.

a. *Ascensore in salita a pieno carico con motore erogante la coppia massima:*

Ipotizziamo che la trasmissione stia funzionando con flusso di potenza diretto (l'ipotesi è ragionevole) ed utilizziamo quindi la (11.55) per il calcolo dell'accelerazione. Si ottiene $a = \tau \dot{\omega}_m D/2$:

- $P = P_c + P_u = 2845 + 3188 = 6033 \text{ N}$;
- $M = M_c + M_u = 290 + 325 = 615 \text{ kg}$;
- $C_m = C_{m \max} = 36.2 \text{ Nm}$;
- $\dot{\omega}_{m, \max} =$

$$\begin{aligned} &= \frac{C_{m, \max} - \frac{\tau}{\eta} (P - P_q) \frac{D}{2}}{J_m + \frac{\tau^2}{\eta} [J_p + (M + M_q) \frac{D^2}{4}]} = \\ &= \frac{36.2 - \frac{1/60}{0.7} (6033 - 4120) \frac{0.5}{2}}{0.226 + \frac{(1/60)^2}{0.7} [0.981 + (615 + 420) \frac{0.5^2}{4}]} = 98.6 \text{ rad/s}^2; \end{aligned}$$

- $a_{\max} = \tau \frac{D}{2} \dot{\omega}_{m, \max} = \frac{1}{60} \frac{0.5}{2} 98.6 = 0.411 \text{ m/s}^2$;

Dalla tabella 11.7 si deduce che, per il caso in esame, è soddisfatta la condizione di flusso di potenza diretto.

L'ipotesi formulata era corretta.

b. *Ascensore in salita a vuoto con motore erogante la coppia massima:*

Ipotizziamo che la trasmissione stia funzionando in condizioni di flusso di potenza retrogrado ed utilizziamo quindi la (11.58) per il calcolo dell'accelerazione.

- $P = P_c = 2845 = 2845 \text{ N}$;
- $M = M_c = 290 = 290 \text{ kg}$;
- $C_m = C_{m \max} = 36.2 \text{ Nm}$;
- $\dot{\omega}_{m, \max} =$

$$\begin{aligned} &= \frac{C_{m, \max} - \tau \eta^* (P - P_q) \frac{D}{2}}{J_m + \tau^2 \eta^* [J_p + (M + M_q) \frac{D^2}{4}]} = \\ &= \frac{36.2 - \frac{1}{60} 0.6 (2845 - 4120) \frac{0.5}{2}}{0.226 + (1/60)^2 0.6 [0.981 + (290 + 420) \frac{0.5^2}{4}]} = 169 \text{ rad/s}^2; \end{aligned}$$

- $a_{\max} = \tau \frac{D}{2} \dot{\omega}_{m, \max} = \frac{1}{60} \frac{0.5}{2} 169 = 0.704 \text{ m/s}^2$;

Dalla tabella 11.7 si deduce che, per il caso in esame, non è soddisfatta la condizione di flusso di potenza diretto, pertanto l'ipotesi formulata di flusso di potenza retrogrado è corretta.

c. *Ascensore in discesa a pieno carico con motore erogante la coppia massima:*

Ipotizziamo che la trasmissione stia funzionando con flusso di potenza retrogrado ed utilizziamo quindi la (11.58) per il calcolo dell'accelerazione.

- $P = P_c + P_u = 2845 + 3188 = 6033 \text{ N}$;
- $M = M_c + M_u = 290 + 325 = 615 \text{ kg}$;
- $C_m = C_{m \max} = -36.2 \text{ Nm}$ (2);

²La coppia massima si ricava dal grafico allegato al testo. Si tenga presente che, per il funzionamento in discesa (ramo 2 della curva caratteristica in figura 11.51), il valore di coppia massima deve essere preceduto dal segno negativo.

$$\bullet \dot{\omega}_{m,max} =$$

$$= \frac{C_{m,max} - \tau\eta^* (P - P_q) \frac{D}{2}}{J_m + \tau^2\eta^* \left[J_p + (M + M_q) \frac{D^2}{4} \right]} =$$

$$= \frac{-36.2 - \frac{1}{60} 0.6 (6033 - 4120) \frac{0.5}{2}}{0.226 + (1/60)^2 0.6 \left[0.981 + (615 + 420) \frac{0.5^2}{4} \right]} = -173 \text{ rad/s}^2;$$

$$\bullet a_{max} = \tau \frac{D}{2} \dot{\omega}_{m,max} = \frac{1}{60} \frac{0.5}{2} (-173) = -0.722 \text{ m/s}^2;$$

Dalla tabella 11.7 si deduce che, per il caso in esame, non è soddisfatta la condizione di flusso di potenza diretto, pertanto l'ipotesi formulata di flusso di potenza retrogrado è corretta.

d. *Ascensore in discesa a vuoto con motore erogante la coppia massima:*

Ipotizziamo che la trasmissione stia funzionando in condizioni di flusso di potenza diretto ed utilizziamo quindi la (11.55) per il calcolo dell'accelerazione.

$$\bullet P = P_c = 2845 = 2845 \text{ N};$$

$$\bullet M = M_c = 290 = 290 \text{ kg};$$

$$\bullet C_m = C_{m,max} = -36.2 \text{ Nm};$$

$$\bullet \dot{\omega}_{m,max} =$$

$$= \frac{C_{m,max} - \frac{\tau}{\eta} (P - P_q) \frac{D}{2}}{J_m + \frac{\tau^2}{\eta} \left[J_p + (M + M_q) \frac{D^2}{4} \right]} =$$

$$= \frac{-36.2 - \frac{1/60}{0.7} (2845 - 4120) \frac{0.5}{2}}{0.226 + \frac{(1/60)^2}{0.7} \left[0.981 + (290 + 420) \frac{0.5^2}{4} \right]} = -118 \text{ rad/s}^2$$

$$\bullet a_{max} = \tau \frac{D}{2} \dot{\omega}_{m,max} = \frac{1}{60} \frac{0.5}{2} (-118) = -0.489 \text{ m/s}^2;$$

Dalla tabella 11.7 si deduce che, per il caso in esame, è soddisfatta la condizione di flusso di potenza diretto, pertanto l'ipotesi formulata è corretta.

Calcolo della legge di moto della cabina e del tempo di avviamento

Per rispondere al quesito occorre studiare il transitorio di avviamento del sistema.

Per il caso di ascensore carico in salita la condizione di funzionamento è quella di flusso di potenza diretto³.

L'equazione di moto da utilizzare è la (11.55).

Si ottiene:

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{C_m(\omega_m) - C_{r,eq}}{J_{eq}} \quad (11.59)$$

dove si è posto:

$$C_{r,eq} = \frac{\tau}{\eta} (P_c + P_u - P_q) \frac{D}{2} = \frac{1/60}{0.7} (2845 + 3188 - 4120) \frac{0.5}{2} = 11.4 \text{ Nm} \quad (11.60)$$

³La verifica del funzionamento in condizioni di flusso di potenza diretto è stata effettuata solo in condizioni di coppia motrice massima al paragrafo 11.8.3. Tuttavia, è ragionevole supporre che si abbia flusso di potenza diretto per tutta la durata del transitorio di avviamento (cioè dalla partenza al raggiungimento della situazione di regime). Verificheremo a posteriori la validità dell'ipotesi controllando se, durante il transitorio, il valore dell'accelerazione (variabile nel tempo) soddisfa sempre le condizioni di flusso di potenza diretto riportate nella tabella 11.7

$$\begin{aligned}
 J_{eq} &= J_m + \frac{\tau^2}{\eta} \left[J_p + (M_c + M_u + M_q) \frac{D^2}{4} \right] = \\
 &= 0.226 + \frac{(1/60)^2}{0.7} \left[0.981 + (290 + 325 + 420) \frac{0.5^2}{4} \right] = 0.252 \text{ kg m}^2
 \end{aligned}
 \tag{11.61}$$

Le relazioni 11.60 e 11.61 definiscono rispettivamente la coppia resistente ed il momento d'inerzia ridotti all'asse del motore.

La relazione 11.59 è un'equazione differenziale a variabili separabili, la cui soluzione fornisce l'andamento temporale della velocità del motore durante il transitorio di avviamento.

Poiché all'istante $t = 0$ (inizio del transitorio) il motore è fermo, si ha:

$$\int_0^t dt = J_{eq} \int_0^{\omega_m} \frac{d\omega_m}{C_m(\omega_m) - C_{r,eq}} \Rightarrow t = t(\omega_m)
 \tag{11.62}$$

L'integrale al secondo membro della (11.62) si può calcolare per via grafica o numerica, avendo a disposizione la curva di coppia del motore asincrono.

La funzione $t = t(\omega_m)$ può essere invertita, permettendo così di ricavare la legge di moto $\omega_m = \omega_m(t)$ seguita dal motore durante il transitorio di avviamento.

Per determinare poi la velocità $v(t)$ della cabina, basta ricordare la relazione cinematica fra ω_m e v :

$$v(t) = \tau \frac{D}{2} \omega_1(t)
 \tag{11.63}$$

A scopo didattico esemplificativo si approssima la curva di coppia del motore come mostrato in figura 11.60, al fine di poter risolvere l'integrale analiticamente.

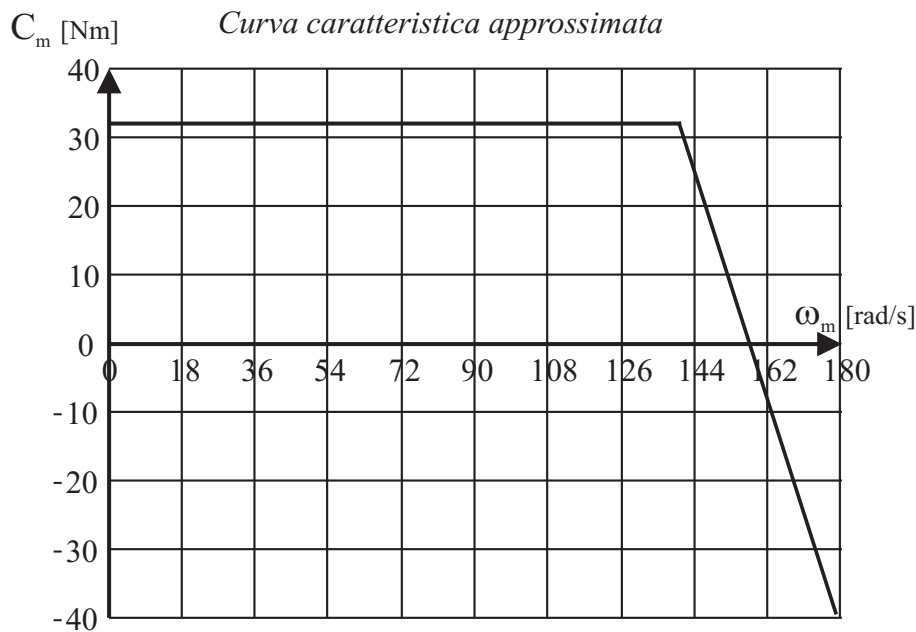


Figura 11.60: Curva caratteristica del motore approssimata

L'equazione della curva caratteristica del motore approssimata come in figura 11.60 è:

$$C_m(t) = \begin{cases} \bar{C} & \text{se } \omega_m \leq \omega_1 \text{ rad/s} \\ \frac{\bar{C}}{\omega_1 - \omega_0} \omega_m + \frac{\omega_0}{\omega_0 - \omega_1} \bar{C} & \text{se } \omega_m \geq \omega_1 \text{ rad/s} \end{cases}
 \tag{11.64}$$

dove si è assunto:

- $\omega_1 = 140 \text{ rad/s}$;

- $\omega_0 = 157.08 \text{ rad/s}$
- $\bar{C} = 32 \text{ Nm}$

La soluzione dell'integrale 11.62 adottando come curva di coppia la 11.64 è:

$$t(\omega) = \begin{cases} \frac{J_{eq}}{\bar{C} - C_{r,eq}} \omega & \text{se } \omega_m \leq \omega_1 \\ \frac{J_{eq}}{\bar{C} - C_{r,eq}} \omega_1 - \frac{J_{eq}}{\bar{C}} (\omega_1 - \omega) \ln \left| \frac{\omega - \omega_0 - \frac{C_{r,eq}}{\bar{C}} (\omega_1 - \omega_0)}{\omega_1 - \omega_0 - \frac{C_{r,eq}}{\bar{C}} (\omega_1 - \omega_0)} \right| & \text{se } \omega_m \geq \omega_1 \end{cases} \quad (11.65)$$

Invertendo la 11.65 si ottiene la legge di moto 11.66 per il motore durante il transitorio d'avviamento.

Per comodità si pone $t_1 = \frac{J_{eq}}{\bar{C} - C_{r,eq}} \omega_1$

$$\omega(t) = \begin{cases} \frac{\bar{C} - C_{r,eq}}{J_{eq}} \omega & \text{se } t \leq t_1 \\ \left(1 - \frac{C_{r,eq}}{\bar{C}}\right) (\omega_1 - \omega_0) e^{\frac{\bar{C}}{J_{eq}(\omega_1 - \omega_0)} \left(t - \frac{J_{eq}}{\bar{C} - C_{r,eq}} \omega_1\right)} + \frac{C_{r,eq}}{\bar{C}} (\omega_1 - \omega_0) + \omega_0 & \text{se } t \geq t_1 \end{cases} \quad (11.66)$$

Applicando la relazione cinematica 11.63 si ottiene la seguente espressione per la velocità della cabina:

$$v(t) = \begin{cases} \tau \frac{D}{2} \frac{\bar{C} - C_{r,eq}}{J_{eq}} \omega & \text{se } t \leq t_1 \\ \tau \frac{D}{2} \left[\left(1 - \frac{C_{r,eq}}{\bar{C}}\right) (\omega_1 - \omega_0) e^{\frac{\bar{C}}{J_{eq}(\omega_1 - \omega_0)} \left(t - \frac{J_{eq}}{\bar{C} - C_{r,eq}} \omega_1\right)} + \frac{C_{r,eq}}{\bar{C}} (\omega_1 - \omega_0) + \omega_0 \right] & \text{se } t \geq t_1 \end{cases} \quad (11.67)$$

In figura 11.61 è diagrammato l'andamento della legge di moto 11.67.

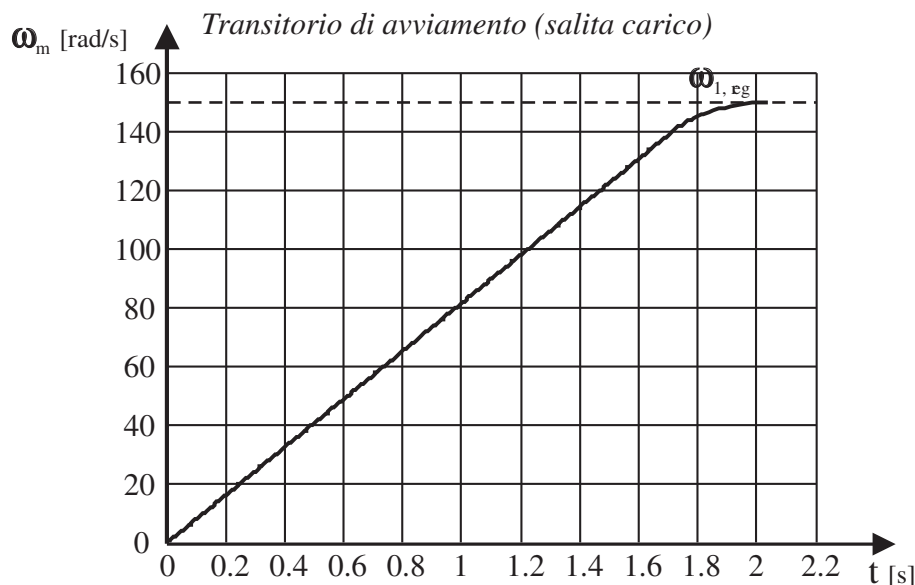


Figura 11.61: Legge di moto seguita dalla cabina in transitorio d'avviamento in salita a pieno carico

Osservando il grafico 11.61 si nota che la pendenza della curva (accelerazione della cabina) è sempre positiva durante il transitorio di avviamento. Pertanto, risulta sempre verificata la condizione di flusso di potenza diretto riportata nella Tabella 11.7 ($a > -1.82 \text{ m/s}^2$ per ascensore in salita carico).

Il calcolo del tempo di avviamento t_{avv} si effettua tramite lettura del grafico, oppure inserendo il valore della velocità di regime $\omega_{m,reg}$ come estremo superiore dell'integrale al secondo membro dell'equazione (11.62).

Tuttavia, poichè il denominatore della funzione integranda si annulla per $\omega_{m,reg}$, la condizione di regime viene raggiunta in un tempo infinito.

Per risolvere il problema, si può ritenere a regime il sistema quando ω_m è prossima al valore teorico $\omega_{m,reg}$.

Se, ad esempio, consideriamo raggiunta la situazione di regime quando la velocità risulta pari al 99% del valore teorico si ha:

$$t_{avv} \cong J_{eq} \int_0^{0.99\omega_{m,reg}} \frac{d\omega_m}{C_m(\omega_m) - C_{r,eq}} \quad (11.68)$$

Con i dati del problema otteniamo: $t_{avv} \simeq 1.94 \text{ s}$.

11.8.4 Macchina a regime periodico

Un motore asincrono trifase aziona, tramite un riduttore, l'albero a manovella di una pompa a stantuffo a semplice effetto.

Sono noti i seguenti dati:

- | | |
|--|-------------------------------|
| • pressione di aspirazione | • $p_a = 0.05 \text{ MPa}$ |
| • pressione di mandata | • $p_m = 0.48 \text{ MPa}$ |
| • diametro dello stantuffo | • $D = 210 \text{ mm}$ |
| • corsa dello stantuffo | • $c = 280 \text{ mm}$ |
| • lunghezza della biella | • $l = 300 \text{ mm}$ |
| • massa solidale con il piede di biella | • $m_s = 55 \text{ kg}$ |
| • velocità di rotazione media dell'albero di manovella | • $n = 250 \text{ giri/min.}$ |
| • rendimento del riduttore | • $\eta = 0.85$ |
| • rapporto di trasmissione | • $\tau = 14/67$ |

Quesiti

Al fine di scegliere il motore più adatto, si richiede di determinare:

- il lavoro resistente in un periodo;
- il lavoro motore in un periodo;
- il momento motore medio;
- il momento resistente ridotto all'albero di manovella;
- la potenza media erogata dal motore;
- il valore del momento d'inerzia del volano che, montato sull'albero di manovella, limita il grado di irregolarità periodica al 3%.

Premessa

Prima di passare alla risoluzione del problema diamo una rappresentazione schematica della macchina a regime periodico oggetto del nostro studio.

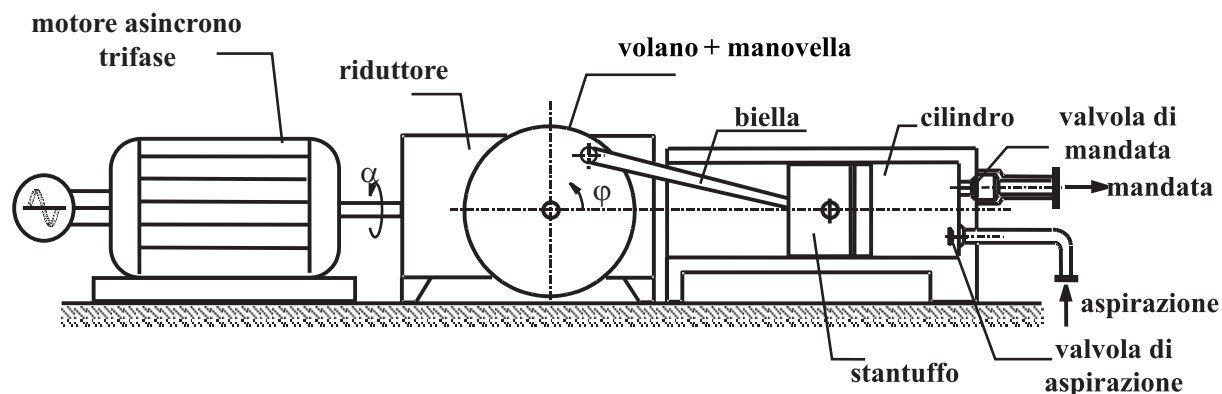


Figura 11.62: Schema della macchina a regime periodico

Calcolo del lavoro resistente in un periodo

Per il calcolo del lavoro resistente in un periodo occorre considerare il diagramma della pressione agente sullo stantuffo durante l'intero ciclo, corrispondente ad una rotazione completa della manovella.

Indicando con φ l'angolo di manovella, possiamo individuare nel ciclo una *fase di aspirazione* ($0 < \varphi < \pi$), durante la quale la pressione del fluido nel cilindro si mantiene costante con valore pari a p_a ed una *fase di mandata* ($\pi < \varphi < 2\pi$), in cui la pressione risulta ancora costante ma con valore pari a p_m .⁴

Il diagramma della pressione è il seguente:

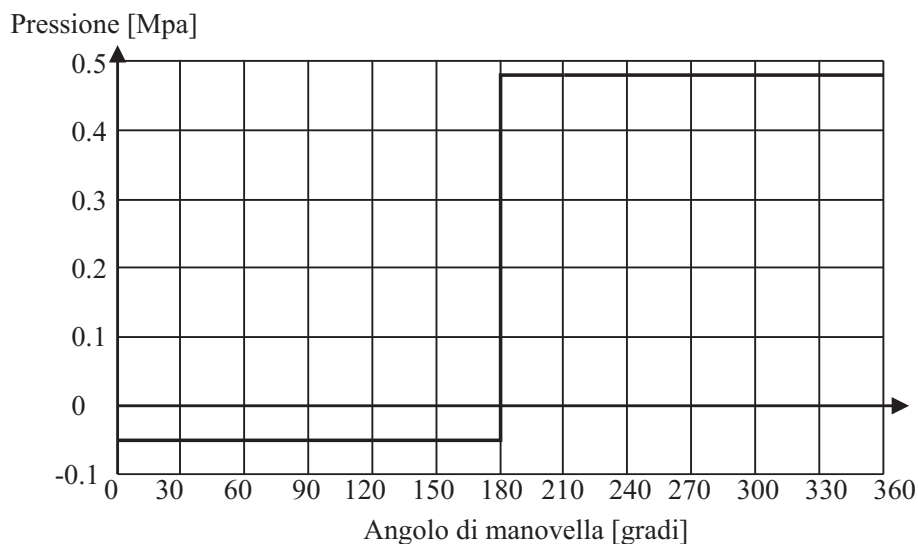


Figura 11.63: Diagramma dell'andamento della pressione nel ciclo

La forza F agente sullo stantuffo risulterà pari al prodotto della pressione p per l'area A dello stantuffo. Per la fase di aspirazione:

$$F_a = |p_a|A = |p_a| \frac{\pi D^2}{4} = |-0.05 \cdot 10^6| \frac{\pi 0.21^2}{4} = 1732 \text{ N} \quad (11.69)$$

Per la fase di mandata:

$$F_m = p_m A = p_m \frac{\pi D^2}{4} = 0.48 \cdot 10^6 \frac{\pi 0.21^2}{4} = 16625 \text{ N} \quad (11.70)$$

Poichè è durante le fasi di aspirazione e di mandata le rispettive forze sullo stantuffo si mantengono costanti in modulo, il lavoro resistente L_r corrispondente a ciascuna fase può essere calcolato moltiplicando il valore della forza per lo spostamento (corsa) compiuto dallo stantuffo.

Per la fase di aspirazione:

$$L_{r,a} = F_a c = 17320.28 = 485 \text{ J} \quad (11.71)$$

Per la fase di mandata:

$$L_{r,m} = F_m c = 166250.28 = 4655 \text{ J} \quad (11.72)$$

Si osservi che, in entrambe le fasi, il lavoro è sempre resistente, poiché la direzione della forza agente sullo stantuffo è opposta a quella dello spostamento.

Nella figura seguente sono messe in evidenza le direzioni della forza e dello spostamento nelle due fasi.

⁴I valori della pressione assegnati dal testo si intendono riferiti alla pressione atmosferica (pressioni relative). Si osservi che durante fase di aspirazione si crea nel cilindro una depressione, caratterizzata da un valore negativo della pressione relativa; ciò significa che, in questa fase, la pressione assoluta risulta inferiore alla pressione atmosferica.

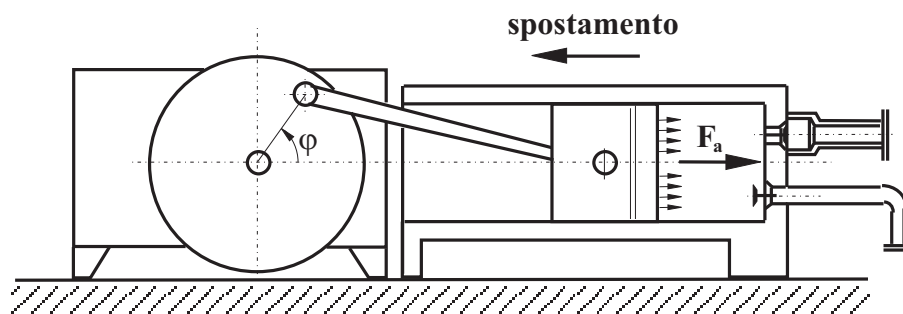


Figura 11.64: Direzione di forza e spostamento in aspirazione ($0 < \varphi < \pi$)

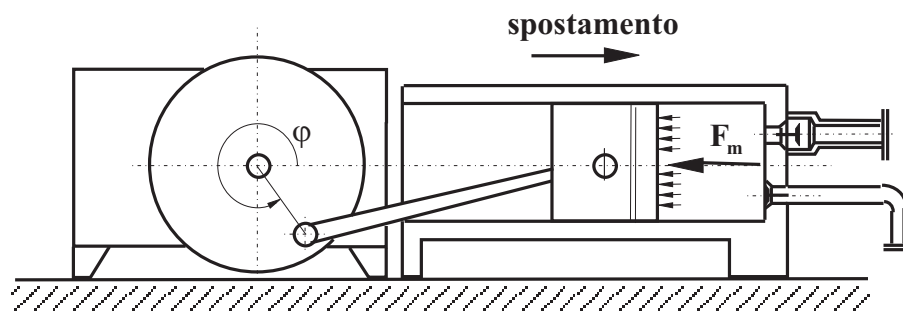


Figura 11.65: Direzione di forza e spostamento in mandata ($\pi < \varphi < 2\pi$)

Il lavoro resistente in un ciclo completo si ottiene sommando i due valori relativi alle fasi di aspirazione e di mandata:

$$L_{r,ciclo} = L_{r,a} + L_{r,m} = 485 + 4655 = 5140 \text{ J} \quad (11.73)$$

Calcolo del lavoro motore in un periodo

Per una macchina a regime periodico vale, come è noto, la relazione:

$$L_{m,ciclo} = L_{r,ciclo} + L_{p,ciclo} \quad (11.74)$$

dove $L_{m,ciclo}$ indica il lavoro motore compiuto in un ciclo, mentre $L_{p,ciclo}$ indica il lavoro perduto a causa delle azioni dissipative all'interno della trasmissione⁵. L'equazione (11.74) deriva da un bilancio di energia relativo alla trasmissione stessa (vedi figura 11.66).

Poichè risulta:

$$L_{p,ciclo} = (1 - \eta) L_{m,ciclo} \quad (11.75)$$

la 11.74 può essere riscritta nella forma:

$$L_{m,ciclo} = \frac{L_{r,ciclo}}{\eta} \Rightarrow L_{m,ciclo} = \frac{5140}{0.85} = 6047 \text{ J} \quad (11.76)$$

Calcolo del momento motore medio

Il momento motore si suppone costante durante l'intero ciclo e pari al suo valore medio \overline{M}_m ; pertanto dovrà essere soddisfatta la relazione:

⁵Le azioni dissipative presenti nella macchina si ritengono concentrate unicamente nella trasmissione (riduttore); tutti gli altri elementi della macchina si considerano pertanto privi di attrito.

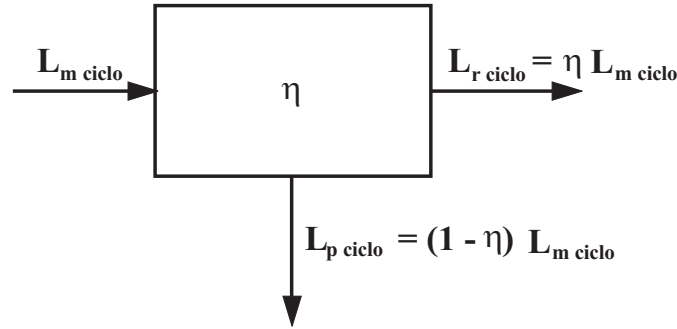


Figura 11.66: Bilancio energetico nella trasmissione

$$L_{m,ciclo} = \int_0^{\alpha_{ciclo}} \overline{M}_m d\alpha \quad (11.77)$$

dove α indica l'angolo di rotazione dell'albero motore, mentre α_{ciclo} rappresenta la rotazione compiuta dall'albero motore in un ciclo completo.

Essendo τ il rapporto di trasmissione del riduttore, si avrà:

$$\tau = \frac{\varphi}{\alpha} = \frac{\varphi_{ciclo}}{\alpha_{ciclo}} = \frac{2\pi}{\alpha_{ciclo}} \Rightarrow \alpha_{ciclo} = \frac{2\pi}{\tau} \quad (11.78)$$

Infatti ad un ciclo completo corrisponde un angolo di manovella pari a 2π .

Dalle relazioni (11.79) e (11.78) si ricava:

$$\overline{M}_m = \frac{L_{m,ciclo}}{\alpha_{ciclo}} = \frac{\tau}{2\pi} L_{m,ciclo} = \frac{14/67}{2\pi} 6047 = 201.1 \text{ Nm} \quad (11.79)$$

Calcolo del momento resistente ridotto all'albero di manovella

Il momento resistente M_r ridotto all'albero di manovella può essere calcolato utilizzando un'equivalenza di potenze.

M_r rappresenta infatti la coppia resistente che, applicata all'albero di manovella (rotante con velocità angolare ω_2), assorbe una potenza pari a quella della forza resistente F agente sullo stantuffo (dovuta alla pressione del fluido).

In base alla definizione sopra riportata, dovrà essere verificata la relazione:

$$M_r \omega_2 = Fv \Rightarrow M_r = F \frac{v}{\omega_2} \quad (11.80)$$

dove v rappresenta la velocità dello stantuffo.

Come si è visto al paragrafo 11.8.4, la forza F vale F_a (diretta verso destra) nella fase di aspirazione ed F_m (diretta verso sinistra) nella fase di mandata (vedi figura 11.63). Pertanto:

$$F(\varphi) = \begin{cases} F_a & \text{per } 0 \leq \varphi < \pi \\ F_m & \text{per } \pi \leq \varphi \leq 2\pi \end{cases} \quad (11.81)$$

Per quanto riguarda il calcolo della velocità v dello stantuffo, occorre rivedere brevemente la cinematica del manovellismo ordinario centrato (vedi figura 11.67).

Indicando con x lo spostamento dello stantuffo (misurato a partire dalla posizione di punto morto esterno e positivo verso sinistra), possiamo scrivere:

$$x = l + r - r \cos \varphi - l \cos \alpha \quad (11.82)$$

dove $r = c/2$ rappresenta il raggio di manovella ed l la lunghezza della biella.

Si ha inoltre:

$$r \sin \varphi = l \sin \alpha \quad (11.83)$$

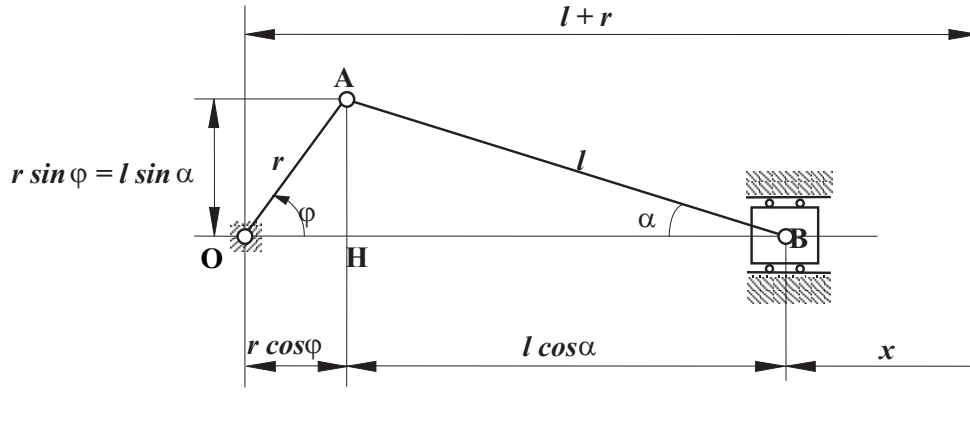


Figura 11.67: Manovellismo ordinario centrato

ovvero:

$$\sin \alpha = \frac{r}{l} \sin \varphi = \lambda \sin \varphi \quad (11.84)$$

in cui il simbolo $\lambda = r/l$ indica il *rapporto caratteristico* del manovellismo. Essendo poi ⁽⁶⁾:

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi} \cong 1 - \frac{1}{2} \lambda^2 \sin^2 \varphi \quad (11.85)$$

possiamo riscrivere la (11.82) nella forma:

$$x = l + r - r \cos \varphi - l \left(1 - \frac{1}{2} \lambda^2 \sin^2 \varphi \right) \quad (11.86)$$

Semplificando e tenendo conto della definizione di λ , si ottiene la relazione cinematica che lega lo spostamento x dello stantuffo alla rotazione della manovella:

$$x = r \left(1 - \cos \varphi + \frac{\lambda^2}{2} \sin^2 \varphi \right) \quad (11.87)$$

Derivando rispetto al tempo la (11.87) si possono determinare le espressioni della velocità v e dell'accelerazione a dello stantuffo; nell'ipotesi che la velocità della manovella $\dot{\varphi} = \omega_2$ si mantenga costante nel tempo otteniamo le seguenti relazioni:

$$v = \dot{x} = r \omega_2 \left(\sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi \right) \quad (11.88)$$

$$a = \ddot{x} = r \omega_2^2 (\cos \varphi + \lambda \cos 2\varphi) \quad (11.89)$$

La rappresentazione grafica delle equazioni (11.88) e (11.89) è riportata nei diagrammi seguenti:

Per quanto riguarda le convenzioni di segno, si ricorda che la convenzione assunta per lo spostamento x vale anche per le sue derivate temporali. Pertanto v ed a risulteranno positive verso sinistra.

Dalla relazioni (11.80) (11.81) e (11.88) si può ricavare l'espressione del momento resistente in funzione dell'angolo di rotazione della manovella.

Si osservi che durante l'intero ciclo la forza sullo stantuffo è sempre opposta alla corrispondente velocità. Infatti nella fase di aspirazione ($0 < \varphi < \pi$) la velocità dello stantuffo è diretta verso sinistra (positiva secondo la convenzione assunta) mentre la forza è diretta verso destra (cfr. figura 11.64).

⁶Per eliminare la radice quadrata si pone $\varepsilon = (\lambda \sin \varphi)^2$ e si utilizza lo sviluppo in serie di Mc-Laurin della funzione $f(\varepsilon) = \sqrt{1 - \varepsilon} = (1 - \varepsilon)^{1/2}$ nell'intorno di $\varepsilon = 0$, arrestato al termine di primo ordine. Pertanto: $f(\varepsilon) \cong 1 - \varepsilon/2$ Lo sviluppo in tale intorno ha significato poichè ε risulta una quantità molto piccola (è infatti proporzionale a λ^2 , quantità molto minore dell'unità).

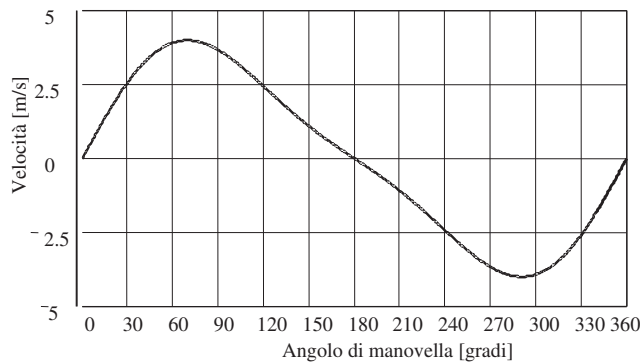


Figura 11.68: Andamento della velocità nel ciclo

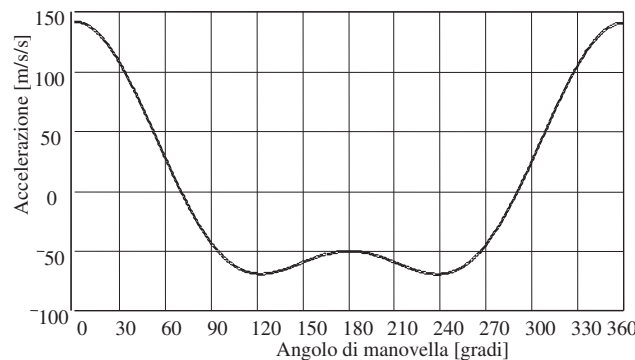


Figura 11.69: Andamento dell'accelerazione nel ciclo

Durante la fase di mandata ($\pi < \varphi < 2\pi$) la situazione è esattamente opposta (cfr. figura 11.65). Tenendo presenti le considerazioni precedentemente espresse, l'espressione analitica del momento resistente M_r (in valore assoluto) in funzione dell'angolo è la seguente:

$$M_r(\varphi) = \begin{cases} F_a r \left(\sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi \right) & \text{per } 0 \leq \varphi < \pi \\ F_m r \left| \sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi \right| & \text{per } \pi \leq \varphi \leq 2\pi \end{cases} \quad (11.90)$$

Nel diagramma seguente è tracciata la funzione $M_r(\varphi)$.

Calcolo della potenza media erogata dal motore

Per ottenere la potenza motrice media \overline{W}_m è sufficiente moltiplicare il momento motore medio \overline{M}_m calcolato al paragrafo 11.8.4 per la velocità angolare ω_1 dell'albero motore.

Con i dati del problema si ha:

$$\omega_1 = \frac{\omega_2}{\tau} = \frac{1}{\tau} \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi 250}{\left(\frac{14}{67}\right) 60} = 125.3 \text{ rad/s} = 1196.5 \text{ giri/min} \quad (11.91)$$

$$\overline{W}_m = \overline{M}_m \omega_1 = 201.1 \cdot 125.3 = 25.2 \text{ kW} \quad (11.92)$$

Lo stesso risultato si può ricavare calcolando il rapporto fra il lavoro motore compiuto in un ciclo (vedi paragrafo 11.8.4 ed il periodo $T = 2\pi/\omega_2$ impiegato dalla macchina per compiere un ciclo completo.

Infatti, tenendo presente la relazione (11.77), possiamo scrivere:

$$\overline{W}_m = \frac{L_{m,ciclo}}{T} = \frac{\omega_2}{2\pi} L_{m,ciclo} = \frac{\tau \omega_1}{2\pi} L_{m,ciclo} = \overline{M}_m \omega_1 \quad (11.93)$$

Dovendo scegliere un motore si può pertanto sceglierne uno a 4 poli ($N_0 = 1500 \text{ giri/min}$) con potenza superiore a 25.2 kW.

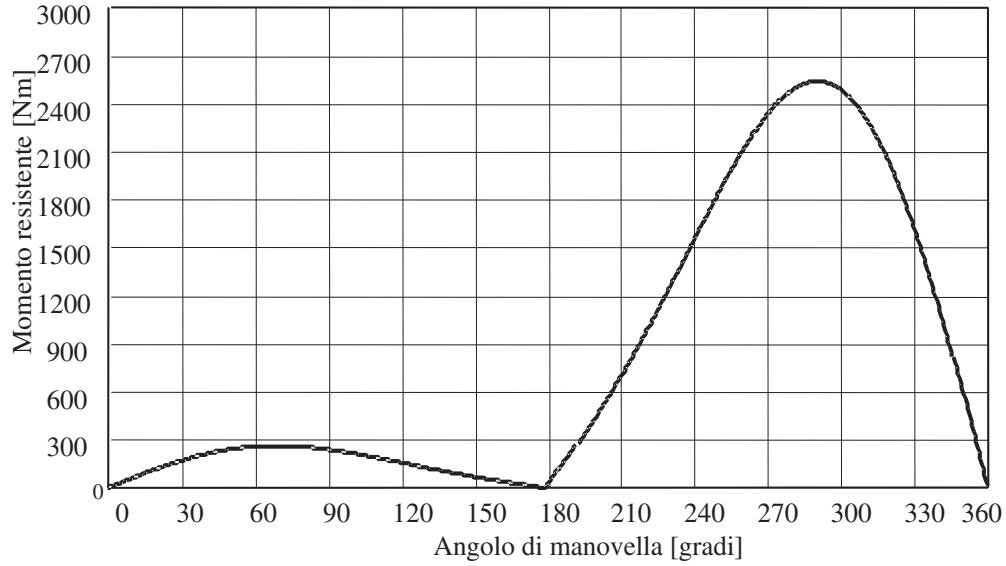


Figura 11.70: Momento resistente nel ciclo

Calcolo del momento d'inerzia del volano

Per calcolare il momento d'inerzia del volano occorre in primo luogo scrivere il teorema delle potenze per il sistema in esame:

$$W_m - W_r - W_p = \frac{dE}{dt} \quad (11.94)$$

Poich è la potenza perduta vale $W_p = (1 - \eta) W_m$, l'equazione 11.94 diviene:

$$\eta W_m - W_r = \frac{dE}{dt} \quad (11.95)$$

La potenza motrice W_m e la potenza resistente W_r valgono rispettivamente:

$$W_m = \overline{M}_m \omega_1 = \overline{M}_m \frac{\omega_2}{\tau} \quad (11.96)$$

$$W_r = M_r \omega_2 \quad (11.97)$$

L'energia cinetica E dell'intero sistema si ottiene sommando l'energia cinetica dello stantuffo ($m_s v^2/2$) con quella del volano (E_v), che risulta incognita in quanto non è noto il momento d'inerzia del volano stesso.

Gli altri componenti della macchina si ritengono di massa trascurabile e pertanto hanno energia cinetica nulla.

Possiamo quindi scrivere:

$$E = \frac{1}{2} m_s v^2 + E_v \quad (11.98)$$

Derivando la 11.98 rispetto al tempo si ha:

$$\frac{dE}{dt} = m_s v a + \frac{dE_v}{dt} \quad (11.99)$$

Sostituendo le relazioni 11.96, 11.97 e 11.99 nell'equazione 11.95 e riordinando i termini otteniamo:

$$\left(\frac{\eta \overline{M}_m}{\tau} - M_r - \frac{m_s v a}{\omega_2} \right) \omega_2 = \frac{dE_v}{dt} \quad (11.100)$$

Ricordando ora che, per definizione di velocità angolare, risulta $\omega_2 = d\varphi/dt$, l'equazione 11.100 diviene:

$$\left(\frac{\eta \overline{M}_m}{\tau} - M_r(\varphi) - \frac{m_s v(\varphi) a(\varphi)}{\omega_2} \right) d\varphi = dE_v \quad (11.101)$$

Come si può notare, al primo membro della 11.101 compare un termine che risulta funzione della velocità v e dell'accelerazione a dello stantuffo.

Tale termine rappresenta il momento M_i della forza d'inerzia agente sullo stantuffo, ridotto all'albero di manovella⁷

Possiamo quindi porre per definizione:

$$M_i(\varphi) = \frac{m_s v(\varphi) a(\varphi)}{\omega_2} = r^2 \omega_2^2 \left(\sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi \right) (\cos \varphi + \lambda \cos 2\varphi) \quad (11.102)$$

La rappresentazione grafica della funzione $M_i(\varphi)$ è data nel diagramma seguente:

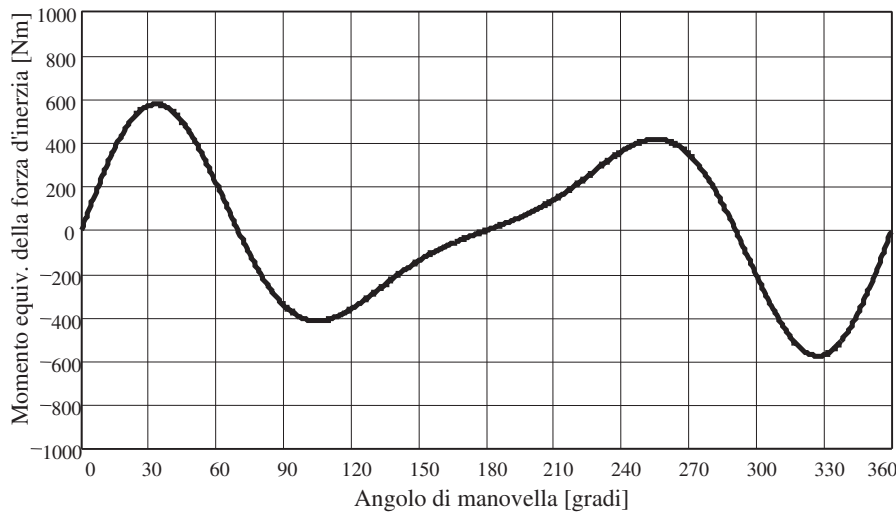


Figura 11.71: Rappresentazione dell'andamento del momento delle forze d'inerzia

Integrando l'equazione 11.101 e assumendo nulla (per convenzione) l'energia cinetica del volano per $\varphi = 0$ (inizio ciclo) si può calcolare l'andamento dell'energia cinetica E_v durante l'intero ciclo di lavoro della macchina:

$$E_v(\varphi) = \int_0^\varphi \left(\frac{\eta \overline{M}_m}{\tau} - M_r(\varphi) - M_i(\varphi) \right) d\varphi \quad (11.103)$$

Ovviamente, poichè il funzionamento è di tipo periodico, al termine del ciclo ($\varphi = 2\pi$) si otterranno valori di velocità (e quindi di energia cinetica) identici a quelli di inizio ciclo. In altri termini, *per una macchina a regime periodico la variazione di energia cinetica sull'intero ciclo è nulla.*

Sulla base di quanto si è affermato si può dedurre che, con la convenzione assunta, l'integrale al secondo membro della 11.103 risulta nullo quando l'estremo superiore viene posto uguale a 2π .

L'integrale 11.103 viene solitamente calcolato per via grafica o numerica. Il risultato che si ottiene con i dati del problema è riportato nel diagramma di figura 11.72.

Osservando il grafico 11.72 si nota che l'energia cinetica del volano $E_v(\varphi)$ diviene negativa nella parte finale del ciclo; ciò non deve sorprendere, poichè tale grandezza è stata definita a meno di una costante che, come si è detto, è stata posta uguale a zero per convenzione.

A rigore, quindi, la curva tracciata nel grafico indica lo scostamento dell'energia cinetica del volano rispetto al valore di inizio e fine ciclo.

Dal diagramma suddetto è possibile ricavare la massima variazione di energia cinetica del volano $\Delta E_v \max$, che si verifica durante il ciclo di funzionamento. Si noti che i punti di massimo e di minimo della funzione $E_v(\varphi)$ si trovano, come è ovvio, in corrispondenza dei punti in cui la funzione integranda si annulla.

⁷Infatti in base alla definizione 11.102 risulta: $M_i \omega_2 = m_s a v$ ovvero, la potenza del momento M_i uguaglia la potenza della forza d'inerzia $m_s a$ agente sullo stantuffo.

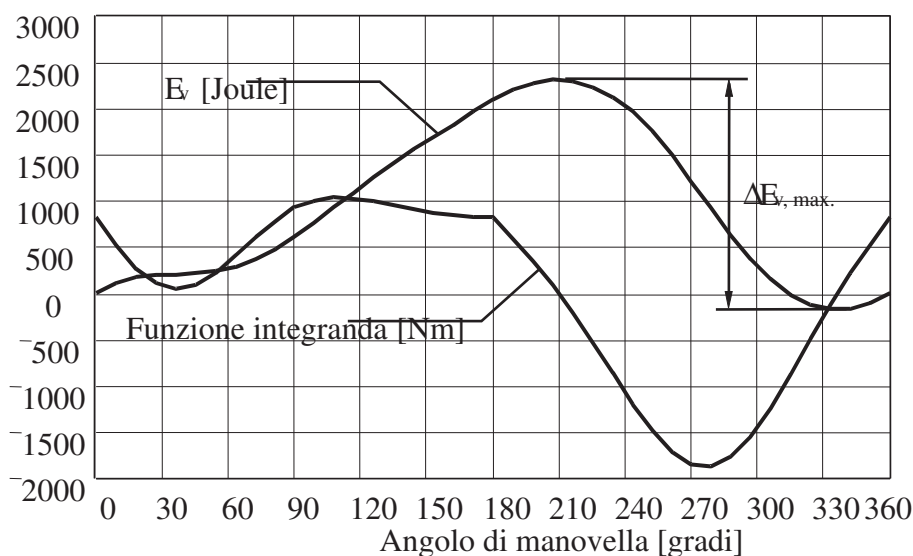


Figura 11.72: Andamento dell'energia cinetica del volano in un ciclo

Il risultato numerico ottenuto con i dati del problema è il seguente:

$$\Delta E_{vmax} = E_{vmax} - E_{vmin} = 2305 - (-175) = 2480 \text{ Joule} \quad (11.104)$$

Il momento d'inerzia J_v del volano può essere calcolato conoscendo il valore di ΔE_{vmax} , il grado di irregolarità periodica i e la velocità angolare media ω_{2med} (il volano deve infatti essere montato sull'albero di manovella).

La variazione di energia cinetica risulta pari a:

$$\Delta E_{vmax} = \frac{1}{2} J_v (\omega_{2max}^2 - \omega_{2min}^2) = J_v (\omega_{2max} - \omega_{2min}) \left(\frac{\omega_{2max} + \omega_{2min}}{2} \right) \quad (11.105)$$

La velocità angolare media ed il grado di irregolarità periodica sono definiti dalle relazioni seguenti:

$$\omega_{2med} = \frac{\omega_{2max} + \omega_{2min}}{2} \quad (11.106)$$

$$i = \frac{\omega_{2max} - \omega_{2min}}{\omega_{2med}} \quad (11.107)$$

Tenendo conto delle relazioni 11.106 e 11.107 l'equazione 11.105 diviene:

$$\Delta E_{vmax} = J_v i \omega_{2med}^2 \quad (11.108)$$

da cui:

$$J_v = \frac{\Delta E_{vmax}}{i \omega_{2med}^2} = \frac{2480}{0.03 \left(\frac{2\pi 250}{60} \right)^2} = 120.6 \text{ kgm}^2 \quad (11.109)$$

La relazione 11.109, nota come *formula di Tergold*, mostra che, a parità di tutte le altre condizioni (variazione massima di energia cinetica e velocità angolare del volano), il momento d'inerzia J_v risulta inversamente proporzionale al grado di irregolarità periodica imposto.

In sede di progetto occorre, pertanto, assegnare all'irregolarità periodica un valore tale da evitare un eccessivo dimensionamento del volano, pur limitando le variazioni di velocità della macchina entro valori accettabili.

Simb.	Descrizione	unità	Simb.	Descrizione	unità
p_{rif}	Posizione di riferimento	unità int.	ϑ	Posizione dell'albero motore	rad
e	Errore di posizione	unità int.	p	Posiz. equiv. in passi encoder	unità int.
x	Valore elaborato dal regolatore	unità int.	K_p	Guadagno proporzionale	unità int.
v_{rif}	Tensione di riferimento velocità	V	K_c	Risoluz. del convertitore D/A	V/unità int.
v_e	Tensione errore di velocità	V	K_a	Guadagno dell'amplificatore	A/V
v_t	Tensione della dinamo tachim.	V	K_v	Costante della dinamo tachim.	V/rad s ⁻¹
i	Corrente assorbita dal motore	A	K_e	Costante dell'encoder	unità int./rad
ω	Velocità dell'albero motore	rad/s	$M(s)$	Funz. di trasf. del motore	rad s ⁻¹ /A

Tabella 11.8: Elenco dei simboli utilizzati in Figura 11.74.

Per effettuare il controllo di posizione si utilizza un regolatore ad azione proporzionale, la cui funzione di trasferimento è definita da una semplice costante moltiplicativa K_p . Nei casi reali, allo scopo di migliorare la precisione di posizionamento, vengono utilizzati regolatori di tipo più complesso, quali, ad esempio, i regolatori PID (ad azione proporzionale, integrale e derivativa).

Del sistema sono noti i seguenti dati:

- Numero di bit del convertitore D/A $n = 12$ bit
- Intervallo di tensione in uscita dal convertitore D/A $\Delta V = -10 \text{ V} \div +10 \text{ V}$
- Numero di impulsi/giro dell'encoder bicanale $N = 500$ imp./giro
- Guadagno dell'amplificatore $K_a = 5 \text{ A/V}$
- Costante di coppia del motore $\alpha = 0.61 \text{ Nm/A}$
- Costante di proporzionalità della dinamo tachimetrica $K_v = 2 \text{ V/1000 giri min}^{-1}$
- Rapporto di trasmissione tra le pulegge C e D $z = 1/3$
- Diametro delle pulegge A e B $d = 70 \text{ mm}$
- Momento d'inerzia del motore $J_m = 2 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$
- Momento d'inerzia della puleggia D $J_p = 4 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$
- Massa del carrello E $m = 2 \text{ kg}$

L'inerzia delle pulegge A, B e C si può ritenere trascurabile.

Domande

1. Determinare la risoluzione K_c del convertitore D/A, la costante K_e dell'encoder, il momento d'inerzia J_{eq} ridotto all'asse del motore e la funzione di trasferimento $M(s)$ del motore.
2. Ricavare la funzione di trasferimento $T(s) = \frac{\omega(s)}{v_{rif}(s)}$ del gruppo azionamento-motore.
3. Dopo aver calcolato il guadagno d'anello $L(s)$ del sistema completo, ricavare la funzione di trasferimento globale $G(s) = \frac{p(s)}{p_{rif}(s)}$ e calcolare il valore della costante K_p in modo che il sistema, ad anello chiuso, abbia smorzamento critico.
4. Determinare il margine di fase e la banda passante del sistema quando al parametro K_p viene assegnato il valore calcolato al punto precedente.

5. Dopo aver posto $s = j\omega$, si rappresentino le funzioni di risposta armonica $L(j\omega)$ e $G(j\omega)$ mediante i rispettivi diagrammi di Bode (modulo e fase).

Risoluzione**Domanda n.1**

La risoluzione del convertitore digitale-analogico si calcola dividendo l'ampiezza dell'intervallo di tensione ΔV per 2^n , dove n indica il numero di bit del convertitore stesso. Infatti, avendo a disposizione n bit, si possono generare 2^n valori numerici distinti (compresi fra 0 e $2^n - 1$, se si utilizza la codifica binaria standard, oppure fra -2^{n-1} e $2^{n-1} - 1$, se si utilizza la codifica in complemento a due). Poiché nel caso in esame $\Delta V = 20$ V, la risoluzione del convertitore risulta:

$$K_c = \frac{\Delta V}{2^n} = \frac{20}{2^{12}} = 4.88 \cdot 10^{-3} \text{ V/unità} = 4.88 \text{ mV/unità} \quad (11.110)$$

Per calcolare la costante dell'encoder occorre tenere presente che il trasduttore è dotato di due canali in quadratura, che forniscono in uscita due onde quadre sfasate di $1/4$ di periodo. Come è noto, la presenza di due canali in quadratura consente di rilevare il senso di marcia e di quadruplicare la risoluzione dell'encoder stesso. Pertanto, avendo a disposizione un encoder con N impulsi/giro, si otterranno $4N$ conteggi quando viene compiuta una rotazione completa dell'albero su cui il trasduttore è montato; la costante K_e risulta quindi pari a:

$$K_e = \frac{4N}{2\pi} = \frac{4 \cdot 500}{2\pi} = 318 \text{ unità/rad} \quad (11.111)$$

Il calcolo del momento d'inerzia ridotto all'asse del motore si può effettuare in base ad un'equivalenza energetica: basta infatti imporre che l'energia cinetica del sistema reale sia uguale a quella di un ipotetico volano (con momento d'inerzia J_{eq}), montato sull'albero motore.

Essendo trascurabile l'inerzia delle pulegge A, B e C, l'energia cinetica E del sistema è data dall'espressione:

$$E = \frac{1}{2}(J_m \omega^2 + J_p \omega_p^2 + mv^2) \quad (11.112)$$

dove i simboli ω e ω_p indicano rispettivamente le velocità angolari del motore e della puleggia D mentre il simbolo v indica la velocità di traslazione del carrello. Tenendo conto delle relazioni cinematiche fra le grandezze suddette ($v = \omega_p d/2$, $\omega_p = z\omega$), l'equazione (11.112) può essere riscritta nella forma:

$$E = \frac{1}{2} \left[J_m + z^2 \left(J_p + m \frac{d^2}{4} \right) \right] \omega^2 \quad (11.113)$$

Poiché il volano equivalente è montato sull'asse del motore, esso ruota con velocità angolare ω e la sua energia cinetica risulta:

$$E = \frac{1}{2} J_{eq} \omega^2 \quad (11.114)$$

Dal confronto fra le equazioni (11.113) e (11.114) si ricava immediatamente il valore di J_{eq} :

$$J_{eq} = J_m + z^2 \left(J_p + m \frac{d^2}{4} \right) = 2 \cdot 10^{-4} + \left(\frac{1}{3} \right)^2 \left(4 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot \frac{0.07^2}{4} \right) = 9.17 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2 \quad (11.115)$$

La funzione di trasferimento del motore comandato in corrente è definita come rapporto fra la velocità angolare ω e la corrente i che attraversa il circuito di armatura:

$$M(s) = \frac{\omega(s)}{i(s)} \quad (11.116)$$

Per ricavarne l'espressione occorre dapprima considerare il legame fra la coppia motrice e la corrente e successivamente scrivere la condizione di equilibrio dinamico all'asse del motore. Detta C_m la coppia motrice ed α la costante di coppia del motore (solitamente dichiarata dal costruttore) si ha:

$$C_m(t) = \alpha i(t) \quad (11.117)$$

L'equilibrio dinamico sull'albero motore viene effettuato considerando la presenza del volano di inerzia J_{eq} e fornisce la relazione:

$$C_m(t) = J_{eq} \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (11.118)$$

Uguagliando i secondi membri delle equazioni (11.117) e (11.118) e ricordando che, nel dominio delle trasformate di Laplace, l'operazione di derivazione equivale ad una moltiplicazione per la variabile s , si ha:

$$\alpha i(t) = J_{eq} \frac{d\omega(t)}{dt} \quad \Rightarrow \quad \alpha i(s) = s J_{eq} \omega(s) \quad (11.119)$$

Si ha pertanto:

$$M(s) = \frac{\omega(s)}{i(s)} = \frac{\alpha}{s J_{eq}} \quad (11.120)$$

dove α è assegnato dal testo del problema, mentre J_{eq} è dato dalla (11.115); il risultato numerico è il seguente:

$$M(s) = \frac{665}{s} \quad (11.121)$$

Domanda n.2

La funzione di trasferimento $T(s)$ del gruppo azionamento-motore si ottiene facilmente ricordando la regola di semplificazione degli schemi a blocchi in retroazione; si ha pertanto:

$$T(s) = \frac{\omega(s)}{v_{rif}(s)} = \frac{K_a M(s)}{1 + K_a K_v M(s)} \quad (11.122)$$

Sostituendo nella (11.122) l'espressione di $M(s)$ data dalla (11.120) ed effettuando alcune semplificazioni, si ricava:

$$T(s) = \frac{\frac{1}{K_v}}{1 + \left(\frac{J_{eq}}{K_a K_v \alpha} \right) s} = \frac{G_{az}}{1 + s \tau_{az}} \quad (11.123)$$

dove si è posto:

$$G_{az} = \frac{1}{K_v} \quad \tau_{az} = \frac{J_{eq}}{K_a K_v \alpha} \quad (11.124)$$

Come si può osservare, il gruppo azionamento-motore si comporta come un filtro passa-basso con guadagno statico G_{az} e costante di tempo τ_{az} (corrispondente ad una pulsazione di taglio $\omega_{az} = 1/\tau_{az}$).

Prima di passare al calcolo numerico della funzione di trasferimento, occorre convertire la costante K_v nelle unità di misura del Sistema Internazionale; infatti il testo del problema fornisce il valore di tale costante in Volt corrispondenti alla velocità di rotazione di 1000 giri/min (si tratta di un'unità di misura tipicamente utilizzata dai costruttori di dinamo tachimetriche). In base ai dati forniti si ottiene:

$$K_v = \frac{2 \text{ V}}{1000 \text{ giri min}^{-1}} = \frac{0.002 \text{ V}}{\frac{2\pi}{60} \text{ rad s}^{-1}} = 0.0191 \frac{\text{V}}{\text{rad s}^{-1}} \quad (11.125)$$

Si ha pertanto:

$$\begin{aligned}
G_{az} &= \frac{1}{K_v} = \frac{1}{0.0191} = 52.4 \text{ rad s}^{-1} / \text{V} \\
\tau_{az} &= \frac{J_{eq}}{K_a K_v \alpha} = \frac{9.17 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 0.0191 \cdot 0.61} = 0.0157 \text{ s} = 15.7 \text{ ms} \\
\omega_{az} &= \frac{1}{\tau_{az}} = \frac{1}{0.0157} = 63.5 \text{ rad/s}
\end{aligned} \tag{11.126}$$

La funzione di trasferimento $T(s)$ risulta quindi la seguente:

$$T(s) = \frac{52.4}{1 + 0.0157s} \tag{11.127}$$

Domanda n.3

Prima di effettuare il calcolo della funzione di trasferimento del sistema complessivo, occorre calcolare il guadagno d'anello $L(s)$, che si ottiene moltiplicando fra di loro le funzioni di trasferimento dei blocchi posti sull'anello di posizione; si ha quindi:

$$L(s) = K_p K_c K_e T(s) \frac{1}{s} \tag{11.128}$$

Utilizzando l'espressione di $T(s)$ data dalla (11.123) si perviene alla seguente relazione:

$$L(s) = K_p \frac{K_c K_e G_{az}}{s(1 + s\tau_{az})} = K_p \frac{H}{s(1 + s\tau_{az})} \tag{11.129}$$

in cui si è posto:

$$H = K_c K_e G_{az} = 4.88 \cdot 10^{-3} \cdot 318 \cdot 52.4 = 81.4 \text{ s}^{-1} \tag{11.130}$$

La funzione di trasferimento del sistema complessivo si ricava applicando di nuovo la regola di semplificazione degli schemi a blocchi in retroazione; si ha quindi:

$$G(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} \tag{11.131}$$

Sostituendo nella (11.131) l'espressione del guadagno d'anello data dalla (11.129) ed effettuando alcuni passaggi algebrici, si ottiene l'espressione seguente:

$$G(s) = \frac{\frac{K_p H}{\tau_{az}}}{s^2 + \frac{1}{\tau_{az}}s + \frac{K_p H}{\tau_{az}}} = \frac{5171 K_p}{s^2 + 63.5s + 5171 K_p} \tag{11.132}$$

che rappresenta la funzione di trasferimento di un sistema del secondo ordine.

Giunti a questo punto, possiamo esprimere la $G(s)$ nella forma standard, in cui vengono evidenziati i tre parametri caratteristici di un sistema del secondo ordine: il guadagno statico G_0 , la pulsazione propria ω_n ed il fattore di smorzamento ξ :

$$G(s) = \frac{G_0 \omega_n^2}{s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2} \tag{11.133}$$

Confrontando la (11.132) con la (11.133) si deduce immediatamente che devono essere soddisfatte le relazioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} G_0 = 1 \\ \omega_n^2 = \frac{K_p H}{\tau_{az}} \\ 2\xi \omega_n = \frac{1}{\tau_{az}} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} G_0 = 1 \\ \omega_n = \sqrt{\frac{K_p H}{\tau_{az}}} \\ \xi = \frac{1}{2\sqrt{K_p H \tau_{az}}} \end{array} \right. \tag{11.134}$$

Si nota subito che il guadagno statico è indipendente dalla costante K_p del controllore ed il suo valore risulta unitario; ciò significa che, a transitorio esaurito, il sistema non presenta errore statico di posizionamento a seguito dell'applicazione di un segnale di riferimento a gradino.

Al contrario, la pulsazione propria ed il fattore di smorzamento dipendono dal valore assunto dalla costante K_p : infatti la pulsazione propria è direttamente proporzionale alla radice quadrata di K_p , mentre il fattore di smorzamento è inversamente proporzionale a quest'ultima; pertanto l'aumento eccessivo del guadagno proporzionale riduce l'attitudine del sistema a smorzare rapidamente le oscillazioni della variabile controllata $p(t)$ derivanti da rapide variazioni del segnale di riferimento $p_{rif}(t)$.

Dovendo garantire al sistema buone capacità di smorzamento senza penalizzare eccessivamente la sua banda passante, il testo dell'esercitazione suggerisce di imporre la condizione di smorzamento critico che, come è noto, corrisponde ad un valore unitario del fattore di smorzamento ξ ; in questo modo si ottengono per ω_n e K_p i seguenti valori:

$$\omega_n = \frac{1}{2\xi\tau_{az}} = \frac{1}{2 \cdot 1 \cdot 0.0157} = 31.8 \text{ rad/s} \quad (11.135)$$

$$K_p = \frac{\omega_n^2 \tau_{az}}{H} = \frac{31.8^2 \cdot 0.0157}{81.4} = 0.195$$

Utilizzando il valore di K_p sopra calcolato, il guadagno d'anello $L(s)$ e la funzione di trasferimento globale $G(s)$ assumono le espressioni seguenti:

$$L(s) = \frac{15.9}{s(1 + 0.0157s)} \quad (11.136)$$

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{\omega_n^2}{(s + \omega_n)^2} = \frac{1010}{(s + 31.8)^2} \quad (11.137)$$

Come si può notare, avendo imposto la condizione di smorzamento critico, i poli di $G(s)$ risultano reali e coincidenti.

Domanda n.4

Per determinare il margine di fase occorre in primo luogo calcolare il valore ω_c della pulsazione di *cross-over*⁸ per il quale il modulo del guadagno d'anello $L(j\omega)$ assume valore unitario.

Dalla (11.136) si ricava:

$$L(j\omega) = \frac{K_p H}{j\omega(1 + j\omega\tau_{az})} \quad \Rightarrow \quad |L(j\omega)| = \frac{K_p H}{\omega\sqrt{1 + \omega^2\tau_{az}^2}} \quad (11.138)$$

Imponendo la condizione di modulo unitario si ha:

$$\frac{K_p H}{\omega\sqrt{1 + \omega^2\tau_{az}^2}} = 1 \quad (11.139)$$

Elevando al quadrato entrambi i membri della (11.139) e riordinando i termini si perviene alla seguente equazione biquadratica:

$$\omega^4 + \left(\frac{1}{\tau_{az}}\right)^2 \omega^2 - \left(\frac{K_p H}{\tau_{az}}\right)^2 = 0 \quad (11.140)$$

Sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$\omega^4 + 63.5^2 \omega^2 - 1010^2 = 0 \quad (11.141)$$

Posto $\lambda = \omega^2$ e risolvendo l'equazione, si ricavano per λ i seguenti valori:

$$\lambda_1 = -4276 \quad \lambda_2 = 238 \quad (11.142)$$

⁸L'origine di tale denominazione (dall'inglese *to cross* = attraversare) è dovuta al fatto che l'asse a 0 dB (corrispondente, come è noto, a valori unitari del modulo) viene attraversato dal diagramma di Bode del modulo di $L(j\omega)$ proprio in corrispondenza della pulsazione ω_c .

Chiaramente soltanto la soluzione positiva è accettabile; quindi la pulsazione di *cross-over* risulta:

$$\omega_c = \sqrt{\lambda_2} = \sqrt{238} = 15.4 \text{ rad/s} \quad (11.143)$$

In corrispondenza della pulsazione di *cross-over* l'angolo di fase del guadagno d'anello vale:

$$\varphi(\omega_c) = -[90^\circ + \arctan(\omega_c \tau_{az})] = -[90^\circ + \arctan(15.4 \cdot 0.0157)] = -104^\circ \quad (11.144)$$

Il margine di fase MF risulta quindi:

$$MF = 180^\circ - |\varphi(\omega_c)| = 180^\circ - 104^\circ = 76^\circ \quad (11.145)$$

A commento del risultato ottenuto possiamo affermare che il margine di fase sopra calcolato risulta soddisfacente⁹; quindi il sistema presenta buone doti di stabilità.

Per calcolare la banda passante occorre determinare quel particolare valore della pulsazione ω (che indichiamo con il simbolo ω_b) in corrispondenza al quale il modulo della funzione di trasferimento del sistema complessivo subisce un'attenuazione di $1/\sqrt{2} = 0.707$ (pari a 3 dB) rispetto al valore statico G_0 . Dovremo quindi imporre la condizione:

$$|G(j\omega)| = \frac{G_0}{\sqrt{2}} \quad (11.146)$$

e risolvere l'equazione rispetto ad ω .

Tenendo presente la (11.137) e ricordando che, nel nostro caso, il valore di G_0 è unitario, si ha:

$$G(j\omega) = \frac{\omega_n^2}{(j\omega + \omega_n)^2} \quad \Rightarrow \quad |G(j\omega)| = \frac{\omega_n^2}{\omega^2 + \omega_n^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (11.147)$$

Risolvendo la seconda delle (11.147) rispetto ad ω si ricava il valore della banda passante:

$$\omega_b = \omega_n \sqrt{\sqrt{2} - 1} = 31.8 \cdot \sqrt{\sqrt{2} - 1} = 20.4 \text{ rad/s} \quad (11.148)$$

Il corrispondente valore in Hertz risulta:

$$f_b = \frac{\omega_b}{2\pi} = \frac{20.4}{2\pi} = 3.25 \text{ Hz} \quad (11.149)$$

Domanda n.5

La Figura 11.75 rappresenta i diagrammi di Bode di $L(j\omega)$ (modulo e fase); si osservi che il diagramma del modulo interseca l'asse a 0 dB in corrispondenza della pulsazione di *cross-over* precedentemente calcolata ($\omega_c = 15 \text{ rad/s}$, $\phi(\omega_c) = -104^\circ$).

In Figura 11.76 sono invece riportati i diagrammi di Bode di $G(j\omega)$ (modulo e fase); osservando il diagramma del modulo si può chiaramente individuare l'ampiezza della banda passante del sistema retroazionato ($\omega_b = 20 \text{ rad/s}$).

⁹Solitamente si ritengono sufficientemente stabili i sistemi per i quali il margine di fase risulta superiore ai 45° .

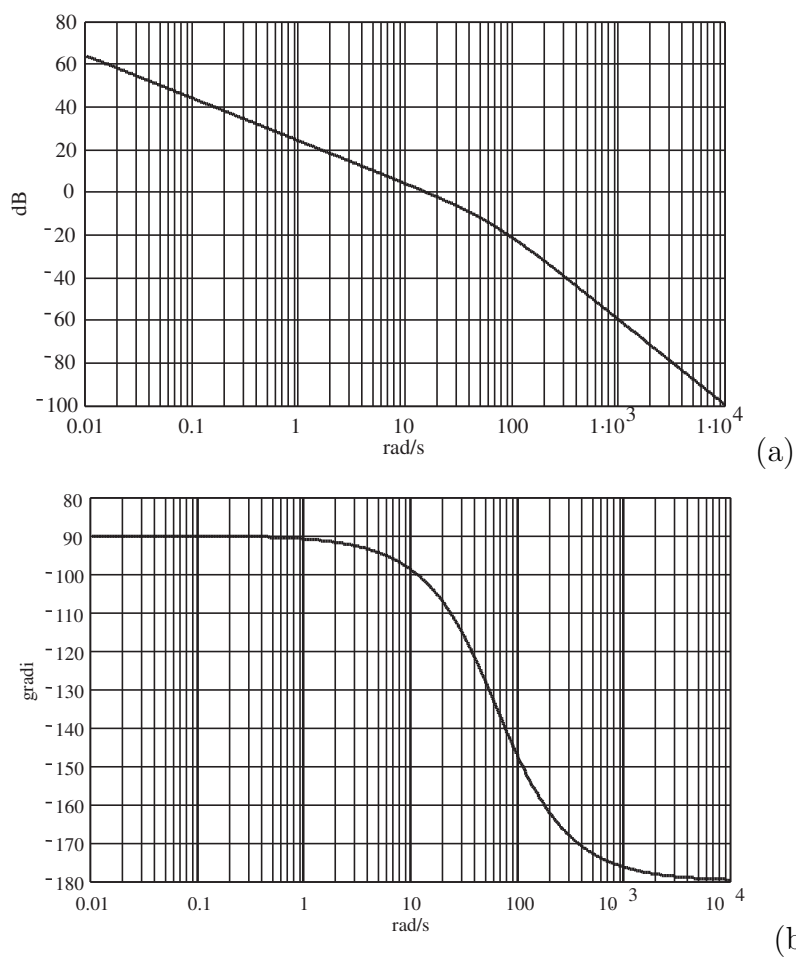


Figura 11.75: Diagrammi di Bode di $L(j\omega)$: (a) Modulo; (b) Fase.

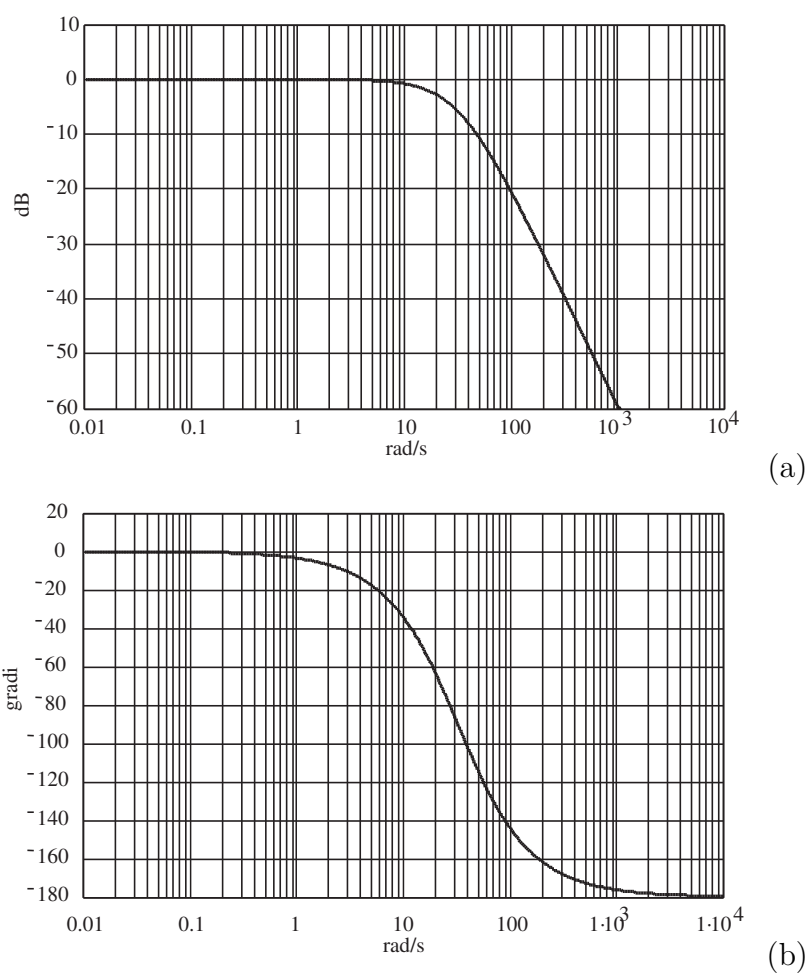


Figura 11.76: Diagrammi di Bode di $G(j\omega)$: (a) Modulo; (b) Fase.

11.9.2 Servomeccanismo c.c. con controllo di posizione

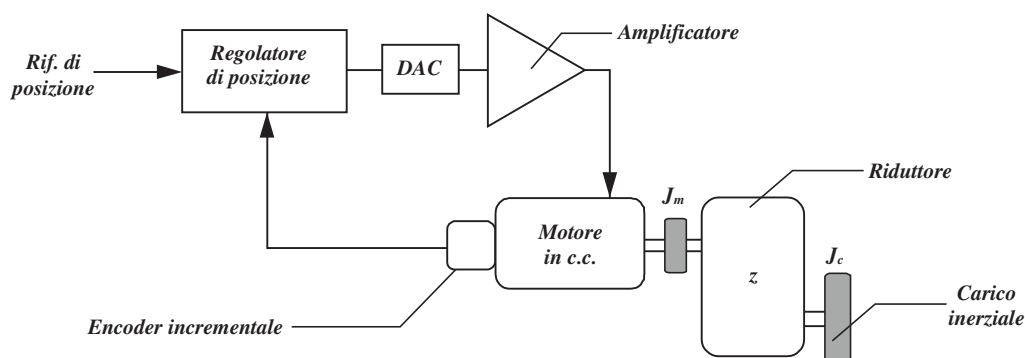


Figura 11.77: Servomeccanismo con controllo di posizione.

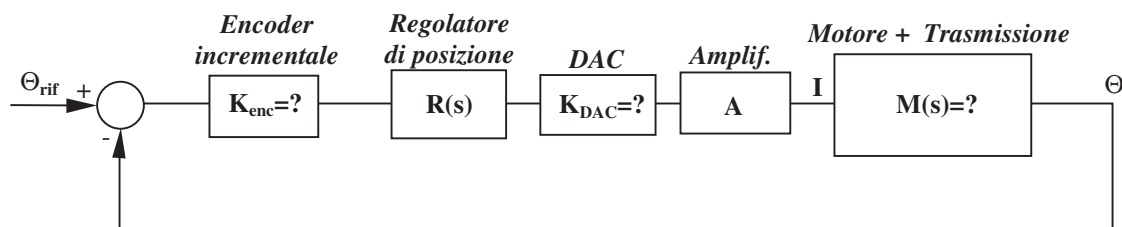


Figura 11.78: Schema a blocchi del servomeccanismo con controllo di posizione.

In Figura 11.77 è rappresentato un servomeccanismo con controllo di posizione. Il sistema è costituito dai seguenti elementi:

- regolatore di posizione con funzione di trasferimento $R(s) = K(1 + s\tau_r)$;
- convertitore digitale-analogico (DAC);
- amplificatore di potenza con uscita in corrente;
- motore elettrico in c.c.;
- riduttore di velocità;
- encoder incrementale (con due canali in quadratura) calettato sull'asse del motore;
- carico inerziale.

Si suppongano trascurabili le perdite di potenza nel riduttore.

Lo schema a blocchi del sistema è rappresentato in Figura 11.78; i simboli Θ_{rif} e Θ riportati in tale schema indicano rispettivamente la posizione di riferimento e la posizione effettiva dell'albero motore, mentre il simbolo I indica la corrente che percorre il circuito di armatura del motore.

Domande

1. Ricavare le funzioni di trasferimento indicate con ? in Figura 11.78.
2. Ricavare il guadagno d'anello $L(s)$ del sistema regolato e la funzione di trasferimento complessiva

$$G(s) = \frac{\Theta(s)}{\Theta_{rif}(s)}.$$

3. Tracciare i diagrammi di Bode relativi al modulo di $L(j\omega)$ e $G(j\omega)$.
4. Valutare la stabilità del sistema calcolando il margine di fase.

Dati

- Costante di coppia del motore $K_t = 0.3 \text{ Nm/A}$
- Guadagno dell'amplificatore $A = 3 \text{ A/V}$
- Numero di bit del convertitore D/A $n = 12$
- Tensione di uscita del convertitore D/A $\Delta V = -5 \div +5 \text{ V}$
- Numero di impulsi/giro dell'encoder $N = 125$
- Rapporto di trasmissione del riduttore $\tau = 1/3$
- Momento d'inerzia del motore $J_m = 2 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$
- Momento d'inerzia del carico $J_c = 0.45 \text{ kg m}^2$
- Parametri del regolatore $K = 2 \cdot 10^4 \quad \tau_r = 0.01 \text{ s}$

Svolgimento

Domanda n.1

Le funzioni di trasferimento incognite sono quelle relative ai componenti sotto elencati:

- encoder incrementale;
- convertitore digitale-analogico;
- gruppo motore-trasmissione.

Per quanto riguarda l'encoder, la funzione di trasferimento è rappresentata dalla costante K_{enc} , che stabilisce il rapporto fra il numero di impulsi generati dal trasduttore ed il corrispondente angolo di rotazione; poiché l'encoder possiede due canali in quadratura, si avranno $4N$ impulsi per ogni rotazione completa dell'albero. La costante suddetta si può quindi calcolare tramite la seguente relazione:

$$K_{enc} = \frac{4N}{2\pi} \quad (11.150)$$

Con i dati assegnati si ha $K_{enc} = 80 \text{ imp/rad}$.

Anche per il convertitore digitale-analogico la funzione di trasferimento è rappresentata da una semplice costante moltiplicativa, che indichiamo con il simbolo K_{DAC} ; essa si ottiene dividendo l'ampiezza ΔV dell'intervallo di tensione in uscita dal convertitore per il massimo valore numerico rappresentabile con n bit (2^n):

$$K_{DAC} = \frac{\Delta V}{2^n} \quad (11.151)$$

In altri termini, K_{DAC} rappresenta la *risoluzione* del convertitore, ovvero l'incremento/decremento della tensione che il dispositivo fornisce in uscita in corrispondenza della variazione del bit meno significativo del suo registro. Nel nostro caso, essendo l'intervallo di tensione compreso fra -5V e $+5\text{V}$, (quindi $\Delta V = 10\text{V}$) ed il numero n di bit del registro pari a 12, risulta $K_{DAC} = 0.00244 \text{ V/unità} = 2.44 \text{ mV/unità}$. Passiamo ora a ricavare la funzione di trasferimento del gruppo motore-trasmissione; innanzitutto occorre scrivere l'equazione del bilancio di potenza per il sistema in esame. Indicando con C_m la coppia motrice, con ω la velocità angolare del motore e con ω_c la velocità angolare del carico (puramente inerziale), si ha:

$$C_m \omega = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_m \omega^2 + \frac{1}{2} J_c \omega_c^2 \right) \quad (11.152)$$

Come è noto, la coppia motrice risulta proporzionale alla corrente di armatura del motore secondo la relazione:

$$C_m = K_t i \quad (11.153)$$

dove K_t indica la costante di coppia del motore.

Essendo noto il rapporto di trasmissione τ , è immediato esprimere la velocità del carico in funzione della velocità del motore:

$$\omega_c = \tau\omega \quad (11.154)$$

Sostituendo ora le relazioni (11.153) e (11.154) nell'equazione (11.152) si ottiene:

$$K_t i \omega = \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} (J_m + \tau^2 J_c) \omega^2 \right] = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_{eq} \omega^2 \right) \quad (11.155)$$

dove il simbolo J_{eq} indica il momento d'inerzia del sistema ridotto all'asse del motore, che risulta pari a:

$$J_{eq} = J_m + \tau^2 J_c \quad (11.156)$$

Con i dati assegnati si ha $J_{eq} = 0.0502 \text{ kg m}^2$.

Dalla (11.155), calcolando la derivata temporale dell'energia cinetica ed eseguendo le opportune semplificazioni, si ricava la seguente equazione:

$$K_t i(t) = J_{eq} \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (11.157)$$

in cui, per maggiore chiarezza, è stata evidenziata la dipendenza dal tempo della corrente i e della velocità angolare ω .

Passando ora alle trasformate di Laplace si ha:

$$K_t I(s) = J_{eq} s \Omega(s) \quad \Rightarrow \quad \frac{\Omega(s)}{I(s)} = \frac{K_t}{s J_{eq}} \quad (11.158)$$

Per ottenere la rotazione dell'albero motore a partire dalla sua velocità angolare, occorre integrare nel tempo la funzione $\omega(t)$; come è noto, nel dominio delle trasformate di Laplace, ciò equivale a moltiplicare per $1/s$ la trasformata $\Omega(s)$ della velocità angolare. Ciò è indicato chiaramente nello schema a blocchi di Figura 11.79.

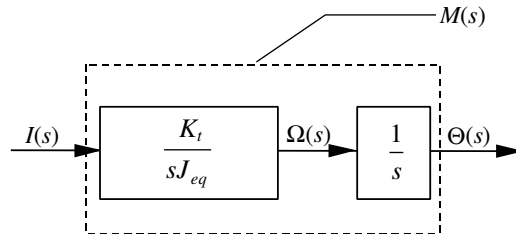


Figura 11.79: Blocchi in serie costituenti la funzione di trasferimento $M(s)$.

Operando in questo modo la funzione di trasferimento $M(s)$ del sistema motore-trasmissione risulta la seguente:

$$M(s) = \frac{\Theta(s)}{I(s)} = \frac{K_t}{s^2 J_{eq}} \quad (11.159)$$

Sostituendo i valori numerici di K_t e J_{eq} si ricava:

$$M(s) = \frac{5.976}{s^2} \text{ rad/A} \quad (11.160)$$

Domanda n.2

Il guadagno d'anello $L(s)$ si ricava come prodotto delle funzioni di trasferimento dei blocchi presenti sull'anello di regolazione (vedi Figura 11.78):

$$L(s) = K_{enc} K_{DAC} A R(s) M(s) = K_{enc} K_{DAC} A K (1 + s\tau_r) \frac{K_t}{s^2 J_{eq}} \quad (11.161)$$

Per semplicità raggruppiamo le numerose costanti che compaiono nell'equazione precedente in un'unica costante H così definita:

$$H = K_{enc} K_{DAC} A K \frac{K_t}{J_{eq}} \quad (11.162)$$

Con i dati assegnati risulta $H = 69662 \text{ s}^{-2}$.

In questo modo l'espressione del guadagno d'anello diviene:

$$L(s) = \frac{H(1 + s\tau_r)}{s^2} = \frac{69662(1 + 0.01s)}{s^2} \quad (11.163)$$

La funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema complessivo si calcola tramite la relazione:

$$G(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} \quad (11.164)$$

Sostituendo nella (11.164) l'espressione di $L(s)$ precedentemente calcolata ed eseguendo alcuni semplici passaggi algebrici, si ottiene:

$$G(s) = \frac{H(1 + s\tau_r)}{s^2 + \tau_r H s + H} = \frac{69662(1 + 0.01s)}{s^2 + 696.62s + 69662} \quad (11.165)$$

Domanda n.3

In Figura 11.80a è rappresentato il diagramma di Bode del modulo di $L(j\omega)$. Il guadagno d'anello presenta un polo doppio nell'origine ed uno zero per $s = -100$, corrispondente alla pulsazione $\omega_z = 100 \text{ rad/s}$; pertanto la pendenza iniziale del diagramma è di -40 dB/decade , mentre a pulsazioni maggiori di ω_z la pendenza risulta di -20 dB/decade . Il diagramma interseca l'asse a 0 dB in corrispondenza della pulsazione ω_{co} (detta di *cross-over*), che verrà calcolata successivamente.

La Figura 11.80b mostra invece il diagramma di Bode del modulo di $G(j\omega)$; in questo caso si hanno due poli ed uno zero: quest'ultimo è sempre in corrispondenza della pulsazione ω_z , mentre i due poli, reali e distinti, sono dati dalle radici dell'equazione seguente:

$$s^2 + 696.62s + 69662 = 0 \quad (11.166)$$

Sviluppando i calcoli si ottengono i due valori $s = -121$ e $s = -576$, corrispondenti rispettivamente alle pulsazioni $\omega_{p1} = 121 \text{ rad/s}$ e $\omega_{p2} = 576 \text{ rad/s}$. Il guadagno statico risulta unitario; ciò significa che, a seguito di una variazione a gradino del segnale di ingresso ϑ_{rif} , la variabile di uscita ϑ assume esattamente il valore desiderato (a transitorio esaurito).

Domanda n.4

Per determinare il margine di fase occorre in primo luogo ricavare la pulsazione di *cross-over* del sistema, ovvero la pulsazione per cui il modulo del guadagno d'anello risulta unitario; dovremo quindi risolvere rispetto ad ω l'equazione:

$$|L(j\omega)| = 1 \quad (11.167)$$

Come primo passo ricaviamo l'espressione di $L(j\omega)$ ponendo $s = j\omega$ nella (11.163):

$$L(j\omega) = \frac{H(1 + j\omega\tau_r)}{-\omega^2} \quad (11.168)$$

Il modulo risulta:

$$|L(j\omega)| = \frac{H\sqrt{1 + \omega^2\tau_r^2}}{\omega^2} \quad (11.169)$$

Sostituendo la (11.169) nella (11.167) ed effettuando alcuni passaggi algebrici, si perviene alla seguente equazione biquadratica:

$$\omega^4 - \tau_r^2 H^2 \omega^2 - H^2 = 0 \quad (11.170)$$

Inserendo i valori numerici delle costanti τ_r e H si ottiene:

$$\omega^4 - 4.85 \cdot 10^5 \omega^2 - 4.85 \cdot 10^9 = 0 \quad (11.171)$$

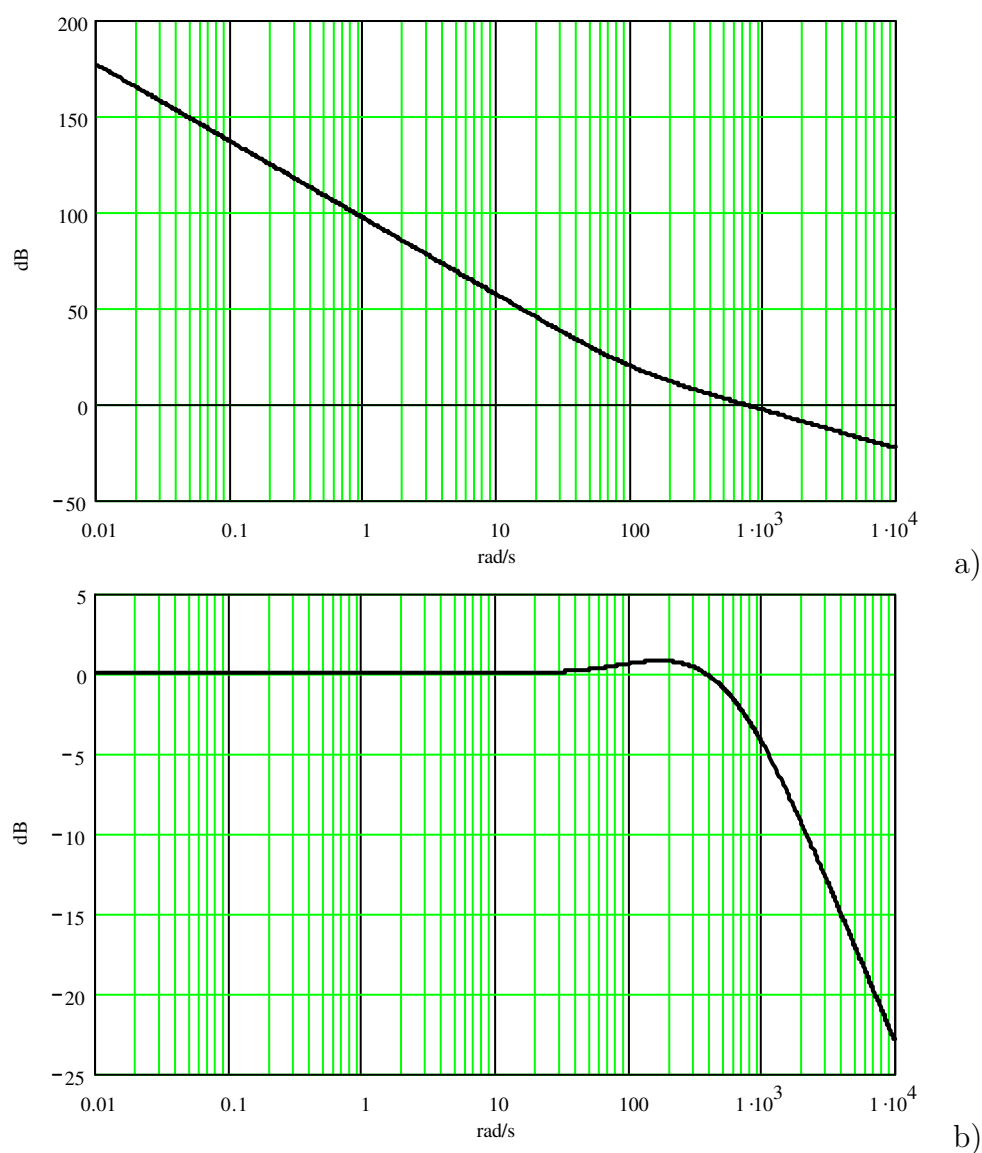


Figura 11.80: a) Diagramma di Bode del modulo di $L(j\omega)$. b) Diagramma di Bode del modulo di $G(j\omega)$.

Tale equazione possiede come unica soluzione accettabile $\omega = \omega_{co} = 704 \text{ rad/s}$, che rappresenta quindi la pulsazione di cross-over del sistema.

Il margine di fase MF si ricava dalla relazione

$$MF = 180^\circ - |\varphi| \quad (11.172)$$

dove φ rappresenta la fase di $L(j\omega)$ calcolata in corrispondenza della pulsazione di cross-over; in altri termini:

$$\varphi = \arg[L(j\omega_{co})] \quad (11.173)$$

Tenendo presente la (11.168) si ha:

$$\varphi = \arg(H) + \arg(1 + j\omega_{co}\tau_r) - \arg(-\omega_{co}^2) = 0^\circ + \arctan(\omega_{co}\tau_r) - 180^\circ \quad (11.174)$$

Sostituendo i valori numerici otteniamo:

$$\varphi = \arctan(7.04) - 180^\circ = 82^\circ - 180^\circ = -98^\circ \quad (11.175)$$

Il margine di fase risulta pertanto:

$$MF = 180^\circ - 98^\circ = 82^\circ \quad (11.176)$$

Visto l'elevato valore di MF , possiamo concludere che il sistema presenta ottime doti di stabilità.

11.9.3 Servomeccanismo c.c. con controllo di velocità

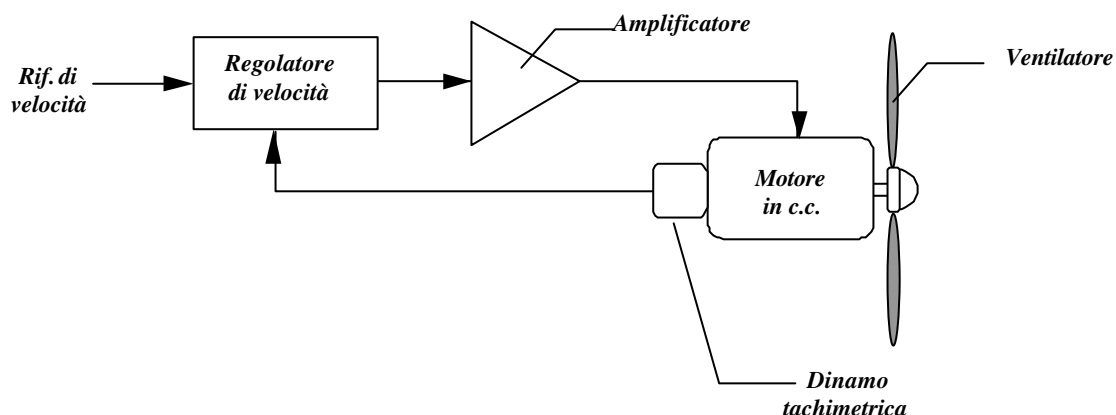


Figura 11.81: Servomeccanismo con controllo di velocità.

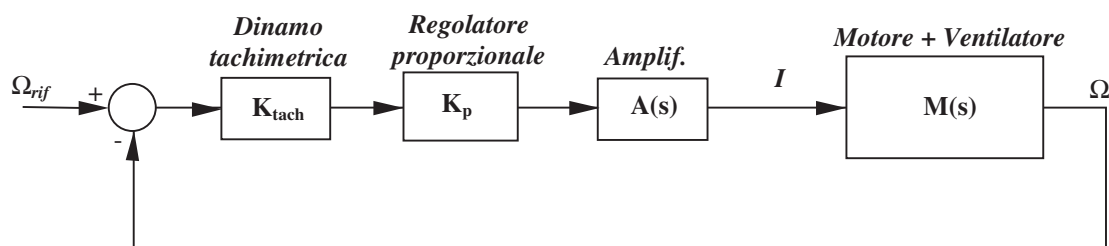


Figura 11.82: Schema a blocchi del servomeccanismo con controllo di velocità.

Il sistema rappresentato in Figura 11.81 è costituito dai seguenti elementi:

- motore elettrico in c.c. a magneti permanenti;
- ventilatore calettato sull'asse del motore;
- amplificatore di potenza con uscita in corrente;
- regolatore di velocità ad azione proporzionale;
- dinamo tachimetrica (per la retroazione di velocità).

Si supponga che la coppia generata dalla resistenza dell'aria sulle pale del ventilatore risulti proporzionale alla velocità di rotazione (tale approssimazione può ritenersi valida se il ventilatore funziona a basse velocità).

Domande

1. Ricavare la funzione di trasferimento $M(s)$ del sistema motore-ventilatore e tracciare il diagramma di Bode del modulo di $M(j\omega)$.
2. Ricavare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema regolato (variabile di ingresso: Ω_{rif} , variabile di uscita: Ω) e tracciare il diagramma di Bode del modulo di $G(j\omega)$.
3. Calcolare la pulsazione propria, il fattore di smorzamento ed il guadagno statico del sistema regolato.

Dati

- Costante di coppia del motore $K_t = 0.3 \text{ Nm/A}$
- Funzione di trasf. dell'amplificatore $A(s) = \frac{A_0}{1 + s\tau_a}$ $A_0 = 5 \text{ A/V}$ $\tau_a = 50 \text{ ms}$
- Costante della dinamo tachimetrica $K_{tach} = 20 \text{ V/1000 giri min}^{-1}$

- Momento d'inerzia totale
degli organi calettati sull'asse del motore $J = 8 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$
- Coefficiente di smorzamento $\lambda = 0.02 \text{ Nms/rad}$
- Guadagno proporzionale $K_p = 2$

Svolgimento

Domanda n.1

Per ricavare la funzione di trasferimento del gruppo motore-ventilatore occorre innanzitutto scrivere l'equazione di equilibrio dinamico alla rotazione per l'albero motore. Indicando con C_m la coppia motrice (generata dalle azioni elettrodinamiche all'interno del motore), con C_r la coppia resistente (dovuta all'azione dell'aria sulle pale del ventilatore) e con J il momento d'inerzia complessivo di tutte le masse in rotazione (rotore del motore, albero, ventilatore), si ha:

$$C_m(t) - C_r(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (11.177)$$

dove il simbolo ω indica la velocità angolare dell'albero motore.

La coppia motrice è proporzionale alla corrente i che percorre il circuito di armatura del motore, mentre la coppia resistente si può ritenere proporzionale alla velocità angolare ω , se quest'ultima non assume valori troppo elevati¹⁰; possiamo quindi scrivere le seguenti relazioni:

$$C_m(t) = K_t i(t) \quad C_r(t) = \lambda \omega(t) \quad (11.178)$$

Sostituendo le relazioni (11.178) nell'equazione (11.177) si ha:

$$K_t i(t) - \lambda \omega(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (11.179)$$

Applicando ora la trasformazione di Laplace si ottiene:

$$K_t I(s) - \lambda \Omega(s) = sJ\Omega(s) \quad (11.180)$$

e, riordinando i termini, si ricava immediatamente la funzione di trasferimento del gruppo motore-ventilatore:

$$M(s) = \frac{\Omega(s)}{I(s)} = \frac{K_t}{\lambda + sJ} \quad (11.181)$$

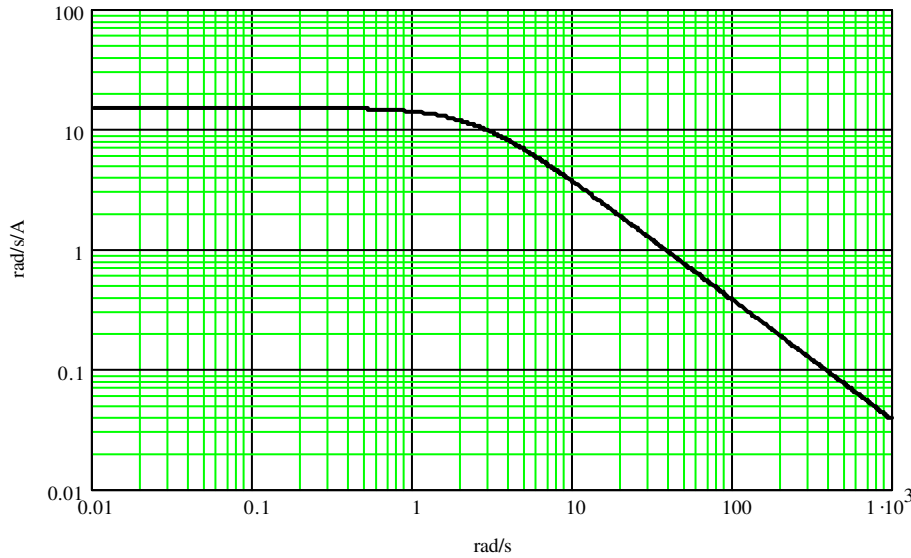
Dividendo per λ numeratore e denominatore si ha:

$$M(s) = \frac{K_t/\lambda}{1 + sJ/\lambda} = \frac{G_m}{1 + s\tau_m} \quad (11.182)$$

dove $G_m = K_t/\lambda$ indica il guadagno statico e $\tau_m = J/\lambda$ la costante di tempo del sistema. Con i dati assegnati si ha $G_m = 15 \text{ rad s}^{-1}/\text{A}$ e $\tau_m = 0.4 \text{ s}$.

Come si può osservare, il gruppo motore-ventilatore si comporta come un filtro passa-basso con pulsazione di taglio $\omega_t = 1/\tau_m = 2.5 \text{ rad/s}$; il diagramma di Bode del modulo di $M(j\omega)$ è rappresentato in Figura 11.83. Si noti che l'asse delle ordinate di tale diagramma, pur essendo rappresentato con scala logaritmica, riporta come unità di misura i $\text{rad s}^{-1}/\text{A}$ anziché i decibel, in quanto la funzione di trasferimento $M(s)$ è stata definita come rapporto fra le trasformate di Laplace di grandezze non omogenee (velocità angolare/corrente).

¹⁰In realtà la coppia resistente, dovuta all'effetto aerodinamico sulle pale del ventilatore, segue con buona approssimazione una legge quadratica, ovvero risulta proporzionale al quadrato della velocità angolare. Nel nostro caso abbiamo ipotizzato una legge di proporzionalità diretta fra C_r ed ω al fine di mantenere la linearità del modello matematico; ciò consente di applicare la trasformazione di Laplace e di definire la funzione di trasferimento per il gruppo motore-ventilatore.

Figura 11.83: Diagramma di Bode del modulo di $M(j\omega)$.

Domanda n.2

Per calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema completo occorre dapprima ricavare l'espressione del guadagno d'anello $L(s)$ che, come è noto, si ottiene moltiplicando fra di loro le funzioni di trasferimento dei blocchi presenti sull'anello di regolazione; si ha pertanto:

$$L(s) = K_{tach}K_pA(s)M(s) = K_{tach}K_p \left(\frac{A_0}{1 + s\tau_a} \right) \left(\frac{G_m}{1 + s\tau_m} \right) \quad (11.183)$$

Per semplicità raggruppiamo le numerose costanti presenti nell'equazione (11.183) in un'unica costante K , così definita:

$$K = K_{tach}K_pA_0G_m \quad (11.184)$$

Prima di calcolare numericamente tale costante, è necessario esprimere K_{tach} nelle unità di misura del Sistema Internazionale; si ha pertanto:

$$K_{tach} = \frac{20 \text{ V}}{1000 \text{ giri min}^{-1}} = \frac{0.02 \text{ V}}{\frac{2\pi}{60} \text{ rad s}^{-1}} = 0.191 \frac{\text{V}}{\text{rad s}^{-1}} \quad (11.185)$$

Sostituendo nella (11.184) il valore di K_{tach} sopra calcolato, unitamente ai valori numerici delle altre costanti (già espressi in unità del S.I.), si ricava $K = 28.65$.

In definitiva il guadagno d'anello risulta:

$$L(s) = \frac{K}{(1 + s\tau_a)(1 + s\tau_m)} = \frac{28.65}{(1 + 0.05s)(1 + 0.4s)} \quad (11.186)$$

A questo punto è immediato ricavare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema completo, che si ottiene tramite la relazione seguente:

$$G(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} \quad (11.187)$$

Sostituendo nella (11.187) l'espressione di $L(s)$ precedentemente calcolata ed eseguendo alcuni passaggi algebrici, si ha:

$$G(s) = \frac{K}{(1 + s\tau_a)(1 + s\tau_m) + K} = \frac{K}{\tau_a\tau_ms^2 + (\tau_a + \tau_m)s + (1 + K)} \quad (11.188)$$

Dividendo numeratore e denominatore per $\tau_a\tau_m$ l'espressione di $G(s)$ diviene:

$$G(s) = \frac{\frac{K}{\tau_a\tau_m}}{s^2 + \left(\frac{\tau_a + \tau_m}{\tau_a\tau_m}\right)s + \left(\frac{1+K}{\tau_a\tau_m}\right)} \quad (11.189)$$

Poiché sono noti i valori numerici delle costanti K , τ_a e τ_m , possiamo calcolare numericamente i coefficienti di $G(s)$; il risultato che si ottiene è il seguente:

$$G(s) = \frac{1432.4}{s^2 + 22.5s + 1482.4} \quad (11.190)$$

La funzione di trasferimento sopra riportata possiede due poli, che possiamo facilmente calcolare risolvendo l'equazione seguente:

$$s^2 + 22.5s + 1482.4 = 0 \quad (11.191)$$

Svolgendo i calcoli si ottengono i due valori complessi e coniugati $s = -11.25 \pm j36.82$; la presenza di poli complessi ci permette di affermare fin da ora che il sistema è sottosmorzato, ovvero il suo fattore di smorzamento ξ è minore dell'unità; questo fatto verrà confermato dal calcolo numerico di ξ , effettuato nel paragrafo seguente.

La Figura 11.84 mostra il diagramma di Bode del modulo di $G(j\omega)$, calcolato numericamente con l'ausilio di un elaboratore; si osservi la presenza del picco di risonanza per valori della pulsazione compresi fra i 30 e i 40 rad/s.

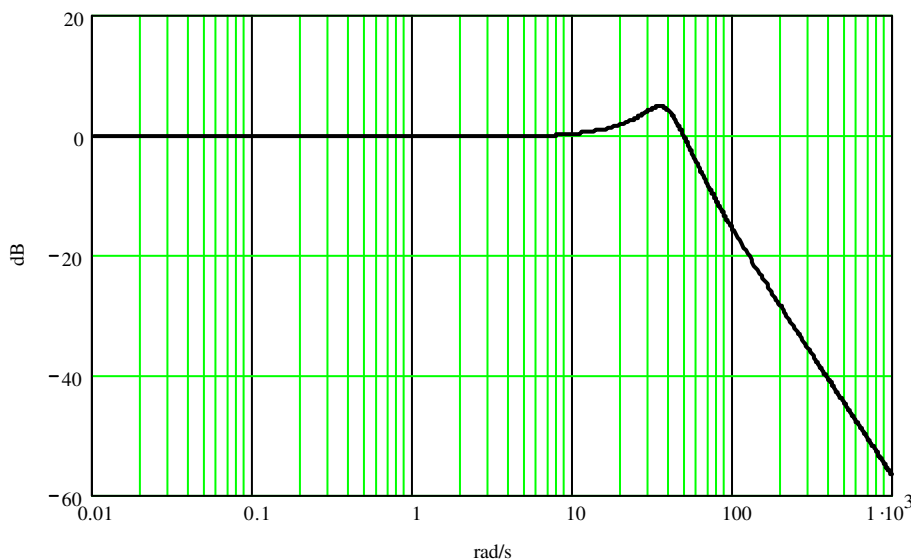


Figura 11.84: Diagramma di Bode del modulo di $G(j\omega)$.

Domanda n.3

La funzione di trasferimento $G(s)$ precedentemente calcolata può essere espressa in funzione dei parametri caratteristici di un sistema del secondo ordine (guadagno statico G_0 , pulsazione propria ω_n e fattore di smorzamento ξ); si ha pertanto:

$$G(s) = \frac{G_0\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (11.192)$$

Confrontando i coefficienti della (11.192) con quelli della (11.189) si deducono le seguenti uguaglianze:

$$\begin{cases} G_0 \omega_n^2 = \frac{K}{\tau_a \tau_m} \\ 2\xi \omega_n = \frac{\tau_a + \tau_m}{\tau_a \tau_m} \\ \omega_n^2 = \frac{1 + K}{\tau_a \tau_m} \end{cases} \quad (11.193)$$

Risolviendo tale sistema rispetto ai parametri G_0 , ω_n e ξ si ha:

$$\begin{cases} G_0 = \frac{K}{1 + K} = 0.966 \\ \xi = \frac{\tau_a + \tau_m}{2\sqrt{(1 + K)\tau_a \tau_m}} = 0.292 \\ \omega_n = \sqrt{\frac{1 + K}{\tau_a \tau_m}} = 38.5 \text{ rad/s} \end{cases} \quad (11.194)$$

Come si può osservare, il guadagno statico del sistema retroazionato è leggermente inferiore all'unità; ciò significa che, a seguito di una variazione a gradino del segnale di ingresso ω_{rif} , la variabile di uscita ω , al termine del transitorio, si stabilizza su un valore inferiore a quello desiderato. L'errore percentuale commesso risulta pari a $(1 - G_0) \times 100 = 3.4\%$.