

POLITECNICO DI MILANO
Facolta' di Ingegneria
Istituto degli Azionamenti Meccanici

SIMULAZIONE DINAMICA DEL MOVIMENTO
IN ESERCIZI A CORPO LIBERO

Relatori : Dr.Ing.Federico Casolo
Prof.Ing.Arrigo Vallatta

TESI DI LAUREA DI :

Lepore Aristide	matr.570608
Rossi Roberto	matr.570355
Zappa Bruno	matr.571143

Anno Accademico 1990-91

RINGRAZIAMENTI

Desideriamo ringraziare tutti coloro che in qualche misura hanno contribuito alla realizzazione del presente lavoro.

Un ringraziamento particolare agli ingg. F.Casolo e G.Legnani per i numerosi consigli e le utili indicazioni.

**CAP.0 NECESSITA' DI UN APPROCCIO QUANTITATIVO ALLO STUDIO
DEL MOVIMENTO NEGLI ESERCIZI A CORPO LIBERO.**

Nell'ambito del programma di studio riguardante la dinamica del movimento del corpo umano, in svolgimento presso l'Istituto degli Azionamenti Meccanici, si e' presentata la necessita' di approfondire un settore di ricerca sviluppato dagli ingg. F.Casolo e G.Legnani, ricercatori presso l'istituto. Essi hanno messo a punto un metodo, basato su un approccio matriciale, per la risoluzione della cinematica e dinamica (dirette e inverse) di catene di corpi rigidi.

Tale metodo e' stato utilizzato per l'analisi di esercizi ginnici a corpo libero per calcolare, durante la fase di volo, la traiettoria e l'orientamento dell'atleta, in funzione dei movimenti degli arti.

Si e' vista l'efficienza di questo approccio per la soluzione del problema dinamico diretto, soluzione che, grazie all'uso di matrici, risulta estremamente compatta e particolarmente adatta ad una implementazione su calcolatore.

Non molti sono gli autori che si sono dedicati allo studio dei movimenti del corpo umano utilizzando la dinamica diretta a causa della difficolta' di calcolo derivante dalla risoluzione di complessi sistemi di equazioni differenziali. Alcuni di essi (Seireg 1972, Hemani 1980, Pandy e Berme 1988) sono giunti a

risultati operando grosse semplificazioni sul modello utilizzato, ad esempio riducendo il numero di segmenti corporei oppure operando una modellazione bidimensionale o ancora riducendo il numero di gradi di liberta' delle articolazioni; evidentemente questa serie di semplificazioni rende i risultati della simulazione di scarso interesse pratico.

Onyshko e Winter nel 1980 modellarono il corpo umano come costituito da un sistema di sette segmenti, ma il loro modello non era completamente soddisfacente a causa di certe restrizioni a livello anatomico. Modelli complessi sono stati introdotti piu' recentemente da altri autori (Chen, Hines, Hemani 1986) ma anche questi si sono rivelati, per lo stesso motivo, di limitata applicabilita'.

Un cenno a parte merita il lavoro di M.R.Yeadon dal titolo "The mechanics of twisting somersaults" [22] che, grazie alla completezza dell'analisi svolta, ha costituito per noi un valido ausilio per l'inquadramento del problema nel suo complesso; infatti in esso vengono trattati vari aspetti, dallo sviluppo di un modello d'inerzia all'analisi del filmato dell'esercizio, dalla modellazione corporea alla tecnica di esecuzione dell'esercizio ginnico in esame.

Il nostro lavoro si colloca in questo ambito ed e' particolarmente focalizzato su due punti fondamentali :

- valutazione della distribuzione masse corporee
- output grafico

Per quanto concerne il primo punto, e' importante assegnare in modo corretto la massa dei vari segmenti corporei e il tensore d'inerzia affinche' la simulazione risulti attendibile. Nelle prime simulazioni abbiamo infatti potuto constatare come piccole variazioni di simmetria o di distribuzione di massa possano determinare significative variazioni della traiettoria dell'intero corpo (ne consegue che l'atleta puo' controllare il suo moto durante un esercizio mediante piccoli movimenti relativi dei segmenti corporei).

E' stato necessario approfondire lo studio sull'antropometria allo scopo di ottenere il valore di alcune grandezze rappresentanti i parametri inerziali di ciascun segmento corporeo quali massa, centro di massa, tensore d'inerzia. A questo scopo abbiamo utilizzato i risultati di un'indagine statistica compiuta nel 1980 tra aviatori dell'esercito statunitense. Il valore dei parametri inerziali e' calcolabile utilizzando equazioni di regressione lineare in cui compaiono l'altezza e il peso del soggetto. Se altre grandezze sono note, ad esempio la lunghezza di un arto o la sua circonferenza, e' possibile giungere a un risultato piu' preciso utilizzando altre equazioni; in questo modo e' tra l'altro risolvibile il problema della tipizzazione morfologica (longilinea, normolinea...) ottenendo dei risultati di discreta affidabilita'.

Anche l'uscita grafica del programma di simulazione riveste

una grande importanza, soprattutto se vista in relazione ai possibili utenti del programma stesso. Non si tratta evidentemente di una questione di estetica, bensì di rappresentare in maniera più chiara possibile il modello antropomorfo; la leggibilità dell'immagine viene ottenuta, oltre che con una rappresentazione tridimensionale, anche con l'utilizzo di un algoritmo per l'eliminazione delle linee nascoste. E' così possibile superare i limiti propri di alcuni tipi di rappresentazioni grafiche quali le "stick-figures", che spesso rendono impossibile la comprensione dell'immagine.

Le potenzialità di una siffatta simulazione possono essere sfruttate appieno, a nostro avviso, soprattutto in ambito sportivo, per quanto riguarda il progetto e l'esecuzione di esercizi ginnici. Soprattutto nella ginnastica artistica e' importante proporre un esercizio originale di una certa complessità; con la simulazione al calcolatore e' possibile valutare l'efficacia e gli esiti dei movimenti dei vari segmenti corporei in relazione alla traiettoria desiderata. Questo sembra riscuotere molto interesse da parte degli allenatori che possono mettere preliminarmente a punto complessi esercizi senza sottoporre gli atleti al rischio di traumi fisici.

Anche in ambito didattico la simulazione può portare dei vantaggi. Un atleta che si appresta ad eseguire per la prima volta un esercizio, impara le singole parti di esso separatamente l'una dall'altra. Ma nel momento in cui le deve

eseguire in sequenza, le condizioni iniziali di ciascuna fase non sono piu' le stesse. Con una simulazione numerica si puo' valutare l'entita' di tali variazioni, mettendo l'atleta nelle condizioni di poter modificare alcuni movimenti per ottenere l'esercizio voluto.

Si e' prima parlato di problema dinamico diretto ma sarebbe piu' corretto definirlo "pseudodiretto", nel senso che non vengono date le coppie agenti sulle articolazioni, bensì le leggi di moto relativo tra i segmenti contigui. Queste devono essere assegnate con una certa attenzione, allo scopo di evitare di imporre movimenti non possibili o perche' fuori dai ranges fisiologici della articolazione o perche' richiederebbero lo sviluppo di una forza muscolare eccessiva. D'altra parte la sintesi delle leggi di moto partendo da quelle ottenute dall'analisi di filmati pone qualche problema per quanto riguarda le tecniche di rilevamento. Tra esse, la piu' usata e' quella che fa ricorso all'utilizzo di markers che, posizionati in maniera opportuna, forniscono informazioni piuttosto precise sul moto di un arto o di una singola articolazione. Ma l'applicazione di tali markers sull'atleta non e' possibile durante la competizione agonistica, con la conseguente impossibilita' di ricavare precise informazioni dall'esecuzione dell'esercizio.

Un altro grave problema derivante dall'uso di markers e' il movimento relativo tra osso e pelle : l'informazione fornita dal

marker posto sulla superficie cutanea non e' la stessa che fornirebbe il medesimo marker messo sulla superficie ossea. A questo proposito, presso l'istituto sono in fase di sviluppo ricerche atte a determinare l'entita' degli errori nei rilievi sperimentali dovuti agli spostamenti dell'osso rispetto alla superficie cutanea.

Nella figura 0.1 viene data una rappresentazione delle interconnessioni esistenti tra i pacchetti di programmi atti alla risoluzione del problema dinamico diretto in esercizi ginnici.

I programmi da noi realizzati "**Antropos**" e "**Graphman**" si collocano, relativamente al programma "**Dy_Man**" che fornisce la traiettoria e l'orientamento del corpo dell'atleta, nella seguente posizione :

Antropos fornisce, noti alcuni dati antropometrici, i parametri geometrici e le matrici d'inerzia di ogni segmento corporeo.

Graphman ne rappresenta l'interfaccia grafica , permettendo di ottenere una rappresentazione prospettica delle posizioni assunte dall'atleta durante il movimento.

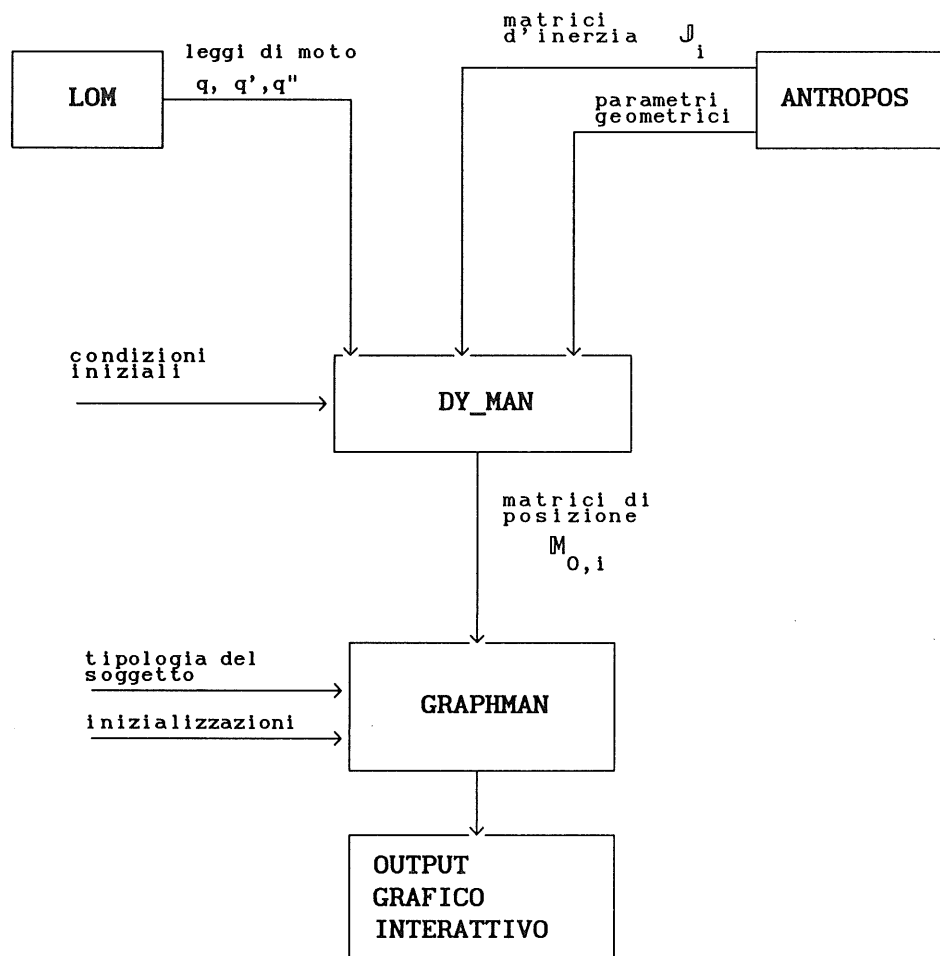


Fig.0.1 Layout del package per la simulazione dinamica diretta.
Il programma LOM fornisce le leggi di moto relative tra segmenti contigui.

CAP.1 UN APPROCCIO MATRICIALE ALLA SOLUZIONE DEL PROBLEMA DINAMICO DIRETTO

1.1 INTRODUZIONE

Come accennato nella parte introduttiva, per il nostro lavoro ci siamo basati sul metodo matriciale per l'analisi cinematica e dinamica di catene di corpi rigidi introdotto da F.Casolo e G.Legnani [2]. La peculiarita' di questo metodo consiste nell'aver esteso a velocita' e accelerazione la rappresentazione matriciale, gia' utilizzata da altri autori in maniera non sistematica e limitata all'analisi di posizione. Inoltre la rappresentazione delle matrici velocita' e accelerazione include sia i termini lineari che quelli angolari. Sono state anche introdotte tre nuove matrici, analoghe alle precedenti, convenienti per l'impostazione delle equazioni della dinamica (azioni esterne Φ , quantita' di moto e momento della quantita' di moto Γ , pseudo tensore d'inerzia J).

Le relazioni matematiche scritte con questo metodo presentano una particolare compattezza risultando quindi piu' manipolabili e leggibili rispetto ad altri tipi di approccio.

Un altro vantaggio consiste nel poter esprimere con estrema facilita' le varie grandezze (posizione, velocita', accelerazione) in differenti sistemi di riferimento.

E' stata anche sviluppata dagli autori sopracitati una libreria software (SPACE_LIB) che puo' essere usata con vantaggio per la realizzazione di programmi finalizzati alla risoluzione del problema cinematico e dinamico per catene di corpi rigidi e quindi applicabile alla robotica, e alla biomeccanica per quanto concerne il movimento complessivo del corpo umano (whole body motion).

1.2 MATRICI POSIZIONE (TRASFORMAZIONE)

Dato un sistema di corpi rigidi possiamo associare a ciascuno di essi una terna di riferimento indicata da un numero d'ordine relativo alla terna fissa indicata con (0).

La posizione di un corpo j rispetto al corpo i e' rappresentata dalla matrice M_{ij} che ha per colonne le coordinate omogenee rispetto al riferimento (i) di quattro punti particolari detti "punti notevoli" appartenenti al corpo j . I punti notevoli sono i punti impropri degli assi e l'origine della terna j .

$$M_{ij(i)} = \begin{vmatrix} x_x & y_x & z_x & T_x \\ x_y & y_y & z_y & T_y \\ x_z & y_z & z_z & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} R_{ij(i)} & T_{ij(i)} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (1.1)$$

dove $M_{ij(i)}$ indica la posizione del corpo j rispetto al corpo i espressa nel riferimento (i) . Nel seguito il terzo indice verrà omesso se risulta uguale ad uno degli altri due. R e T sono rispettivamente le componenti angolari e lineari della matrice posizione relativa.

Se si conosce la posizione di un punto P in un riferimento (j) è immediato ricavare la sua posizione rispetto al riferimento (i) :

$$P_{i(i)} = M_{ij} P_{j(j)} \quad P_{i(i)} = [x_p, y_p, z_p, w]^T \quad w = 0, 1 \quad (1.2)$$

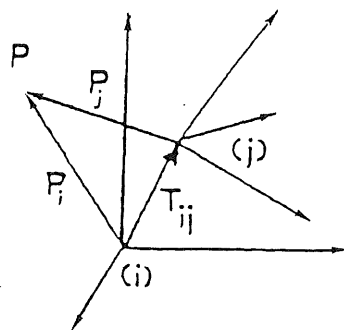


Fig. 1.2.1 Punti rappresentati in due riferimenti diversi

La matrice di posizione di un corpo k rispetto ad un corpo i può essere espressa nel seguente modo :

$$M_{ik} = M_{ij} M_{jk} \quad (1.3)$$

terna (i) la loro posizione relativa rispetto a (r) può essere ottenuta come :

$$\mathbb{M}_{ij(r)} = \mathbb{M}_{ri(r)} \mathbb{M}_{ij(i)} \mathbb{M}_{ir(i)} \quad \mathbb{M}_{ir} = \mathbb{M}_{ri}^{-1} \quad (1.4)$$

E' importante notare che la matrice $\mathbb{M}_{ij(r)}$ rappresenta la rototraslazione che sovrappone il riferimento i a j.

La nuova posizione $\bar{\mathbb{P}}$ di un punto inizialmente in $\mathbb{P}$ sottoposto alla trasformazione $\mathbb{M}_{ij(r)}$ risulta :

$$\bar{\mathbb{P}}_{r(r)} = \mathbb{M}_{ij(r)} \mathbb{P}_{r(r)} \quad (1.5)$$

1.3 MATRICE VELOCITA' E ACCELERAZIONE

La velocita' relativa (angolare e lineare) di un corpo j rispetto al corpo i in un riferimento (k) può essere rappresentata dalla matrice:

$$\mathbb{W}_{ij(k)} = \begin{vmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y & v_x \\ \omega_z & 0 & -\omega_x & v_y \\ -\omega_y & \omega_x & 0 & v_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \left| \begin{array}{ccc|c} \underline{\omega} & & & \underline{v}_o \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right| \quad (1.6)$$

dove $\underline{\omega} = \text{MAT}(\omega)$. L'operatore MAT trasforma un vettore colonna

in una matrice 3x3 emisimmetrica.

ω indica la velocità angolare di j rispetto a i e V_0 la velocità del punto appartenente a j, detto "polo", che in ogni istante si trova nell'origine della terna (k).

La velocità P' del punto P solidale col riferimento j è esprimibile come :

$$P'_{i(i)} = W_{ij(i)} P_{i(i)} = \begin{vmatrix} x'_p \\ y'_p \\ z'_p \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \omega & V_0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \\ 1 \end{vmatrix} \quad (1.7)$$

È facile verificare che questa espressione è una formulazione matriciale della nota relazione vettoriale :

$$V_p = V_0 + \omega \wedge (P - O) \quad (1.8)$$

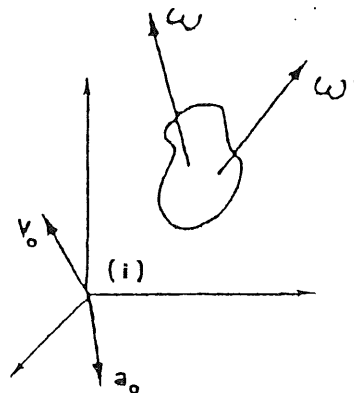


Fig 1.2.1 Rappresentazione di velocità ed accelerazione per un corpo rigido.

Analogamente la accelerazione relativa del corpo rispetto al corpo i puo' essere rappresentata, in un riferimento (k), come :

$$H_{ij(i)} = W'_{ij(i)} + W^2_{ij(i)} = \left| \begin{array}{ccc|c} \mathbb{G} & & & A_o \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right| \quad (1.9)$$

$$\mathbb{G} = \underline{\omega}' + \underline{\omega}^2 \quad \underline{\omega}' = \frac{1}{2} (\mathbb{G} - \mathbb{G}^t) \quad \omega^2 = \frac{1}{2} (\mathbb{G} + \mathbb{G}^t)$$

A_o e' l'accelerazione relativa del polo rispetto al corpo i.

L'accelerazione $P''_{i(i)}$ rispetto a un corpo i di un punto P solidale con la terna j e' esprimibile da :

$$P''_{i(i)} = H_{ij(i)} P_{i(i)} \quad (1.10)$$

Si puo' facilmente verificare che questa relazione corrisponde a quella vettoriale :

$$A_p = A_o + \omega' \wedge (P - O) + \omega \wedge (\omega \wedge (P - O)) \quad (1.11)$$

In forma matriciale, velocita' e accelerazione relative sono espresse dalle seguenti relazioni :

$$W_{ik(r)} = W_{ij(r)} + W_{jk(r)} \quad (1.12)$$

$$H_{ik(r)} = H_{ij(r)} + 2 W_{ij(r)} W_{jk(r)} + H_{jk(r)} \quad (1.13)$$

Nell'espressione dell'accelerazione si riconoscono, nell'ordine, il termine di trascinamento, di Coriolis e relativo.

Analogamente a quanto visto per la matrice posizione, si indicano le relazioni esprimenti il cambiamento di base :

$$W_{ij(r)} = M_{rs} W_{ij(s)} M_{rs}^{-1} \quad H_{ij(r)} = M_{rs} H_{ij(s)} M_{rs}^{-1} \quad (1.14)$$

Le derivate prima e seconda della matrice posizione si possono ottenere ricordando che ciascuna colonna rappresenta la posizione di un punto (vedi 1.1). Dalle 1.7 e 1.10 otteniamo quindi :

$$\begin{aligned} M'_{ij} &= W_{ij(i)} M_{ij} & W_{ij(i)} &= M'_{ij} M_{ij}^{-1} \\ M''_{ij} &= H_{ij(i)} M_{ij} & H_{ij(i)} &= M''_{ij} M_{ij}^{-1} \end{aligned} \quad (1.15)$$

1.4 MATRICI PER LA DINAMICA

Per l'analisi dinamica e' necessario introdurre due nuove matrici Φ e Γ che permettono di rappresentare rispettivamente la risultante delle forze e coppie agenti sul corpo e il momento della quantita' di moto del corpo stesso. Unitamente a queste matrici indichiamo con J la matrice d'inerzia.

$$\Phi_{k(s)} = \begin{vmatrix} 0 & -c_z & c_y & f_x \\ c_z & 0 & -c_x & f_y \\ -c_y & c_x & 0 & f_z \\ -f_x & -f_y & -f_z & 0 \end{vmatrix} = \left| \begin{array}{c|c} \underline{C} & F \\ \hline -F^t & 0 \end{array} \right| \quad (1.16)$$

$$\Gamma_{k(s)} = \begin{vmatrix} 0 & -\gamma_z & \gamma_y & \rho_x \\ \gamma_z & 0 & -\gamma_x & \rho_y \\ -\gamma_y & \gamma_x & 0 & \rho_z \\ -\rho_x & -\rho_y & -\rho_z & 0 \end{vmatrix} = \left| \begin{array}{c|c} \underline{\gamma} & \rho \\ \hline -\rho^t & 0 \end{array} \right| \quad (1.17)$$

$$J_{k(s)} = \begin{vmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} & q_x \\ I_{xy} & I_{yy} & I_{yz} & q_y \\ I_{xz} & I_{yz} & I_{zz} & q_z \\ q_x & q_y & q_z & m \end{vmatrix} = \left| \begin{array}{c|c} {}^3J & Q \\ \hline -Q^t & m \end{array} \right| \quad (1.18)$$

$$Q = m \begin{bmatrix} x_g & y_g & z_g \end{bmatrix}^t \quad I_{xx} = \int x^2 dm \quad I_{xy} = \int xy dm$$

dove compaiono :

$\mathbb{C}$: risultante delle coppie agenti sul corpo.

$\mathbb{F}$: risultante delle forze agenti sul corpo.

ρ : quantita' di moto del corpo rigido.

γ : momento della quantita' di moto del corpo rigido.

$\mathbb{Q}/m$: posizione del baricentro del corpo k rispetto a r espressa nel riferimento (s) .

Le relazioni che esprimono il cambiamento di base sono :

$$\begin{aligned}\Phi_{k(r)} &= \mathbb{M}_{rs} \Phi_{k(s)} \mathbb{M}_{rs}^t & \Gamma_{k(r)} &= \mathbb{M}_{rs} \Gamma_{k(s)} \mathbb{M}_{rs}^t \\ J_{k(r)} &= \mathbb{M}_{rs} J_{k(s)} \mathbb{M}_{rs}^t\end{aligned}\quad (1.19)$$

L'analisi dinamica di un corpo rigido puo' essere sviluppata partendo dalle seguenti relazioni :

$$\Gamma_k = W_{Ok} J_k - J_k W_{Ok}^t \quad \Phi_k = H_{Ok} J_k - J_k H_{Ok}^t \quad (1.20)$$

La prima esprime il legame tra la quantita' di moto di un corpo k e la sua velocita' assoluta rispetto al sistema di riferimento inerziale la seconda e' l'equazione di equilibrio dinamico.

Le matrici Φ e Γ sono sempre matrici emisimmetriche; percio' l'equazione (1.20) puo' essere scritta come :

$$\Gamma = skew \{ W J \} \quad \Phi = skew \{ H J \} \quad (1.21)$$

dove l'operatore *skew* applicato a una matrice quadrata $\mathbb{X}$:

$$\text{skew} \{ \mathbb{X} \} = \mathbb{X} - \mathbb{X}^t \quad (1.22)$$

1.5 CATENE DI CORPI RIGIDI : ESEMPIO DI APPLICAZIONE

Quanto visto nei paragrafi precedenti circa un corpo rigido puo' essere facilmente esteso, per lo studio cinematico e dinamico, a catene di corpi rigidi.

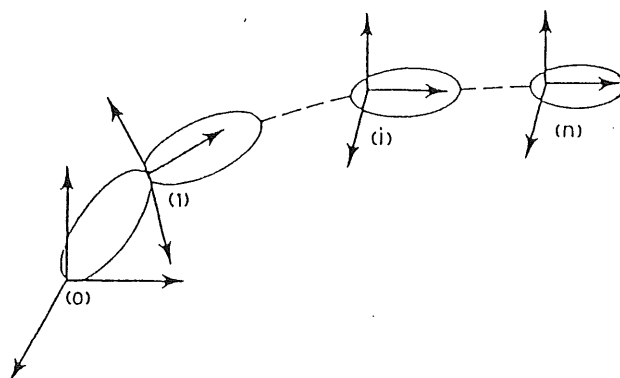


Fig. 1.5.1 Catena di corpi rigidi e terne associate.

La posizione, velocita' e accelerazione di ciascun corpo i del sistema sono ottenibili con le seguenti relazioni:

$$M_{0i} = \prod_{j=1}^i M_{j-1,j}$$

$$W_{0i} = \sum_{j=1}^i W_{j-1,j} \quad (1.23)$$

$$H_{0i} = \sum_{j=1}^i H_{j-1,j} + \sum_{r=2}^i \sum_{s=1}^{r-1} 2 W_{s-1,s} W_{r-1,r}$$

Per risolvere il problema dinamico si possono utilizzare i consueti principi dei lavori virtuali, della conservazione della quantità di moto e del momento della quantità di moto.

L'equazione di equilibrio dinamico assume la forma :

$$\sum_i \hat{\Phi}_i + \sum_i \Phi_i = [0] \quad (1.24)$$

dove $\hat{\Phi}_i$ è la matrice delle azioni esterne e Φ_i quella delle azioni d'inerzia :

$$\Phi_i = - \text{skew} \{ H_{0i} J_i \} \quad (1.25)$$

Diamo un esempio di come sia possibile giungere alla soluzione del problema dinamico diretto riguardante il movimento del corpo umano.

Il corpo può essere schematizzato da un'insieme di catene

di corpi rigidi (segmenti) collegate al tronco (segmento 1) da opportuni giunti. Quando siano note le condizioni iniziali del tronco (matrici M_{01} e W_{01}), le varibili ai giunti assieme alle loro derivate temporali (q, q', q'') ed infine la descrizione geometrica del corpo e le matrici d'inerzia di ogni segmento (J_1) e' possibile, applicando il metodo a tutte le catene di corpi, ricavare la traiettoria e l'orientamento del tronco (matrici $M_{01<t>}$) e quindi dell'intero corpo.

Durante la fase di volo di un esercizio ginnico, il corpo dell'atleta e' soggetto alle azioni d'inerzia dovute ai movimenti degli arti ed alla sola forza peso, esprimibile come la sommatoria dei prodotti della matrice accelerazione gravitazionale H_g per la matrice d'inerzia di ogni segmento, quindi la matrice delle azioni esterne risulta :

$$\phi_1^{\wedge} = skew \{ H_g \quad J_1 \} \quad (1.26)$$

dove

$$H_{g(0)} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -g \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (1.27)$$

(Con (0) si indica il sistema di riferimento inerziale)

Il primo termine della (1.24) diventera':

$$\sum_i \hat{\Phi}_i = \sum_i \text{skew} \{ H_g J_i \} = \text{skew} \{ H_g J^* \}, \quad J^* = \sum_i J_i \quad (1.28)$$

Prima di specificare il secondo termine dell'equazione (1.24), facciamo notare che l'accelerazione di un segmento i del corpo puo' essere espressa in funzione di due termini :

$$H_{0i} = H_{0,i-1} + 2 W_{0i} W_{i-1,i} + H_{i-1,i} = W'_{0,1} + \tilde{H}_{0i} \quad (1.29)$$

di cui $\tilde{H}_{0i}$ e' noto e vale:

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{01} &= W_{01}^2 \\ \tilde{H}_{02} &= \tilde{H}_{01} + 2W_{01}W_{12} + H_{12} \\ &\dots \dots \dots \\ \tilde{H}_{0i} &= \tilde{H}_{0,i-1} + 2 W_{0,i-1} W_{i-1,i} + H_{i-1,i} \end{aligned} \quad (1.30)$$

mentre $W'_{0,1}$ rappresenta la parte incognita dell' accelerazione del tronco.

L'equazione (1.24) puo' essere a questo punto scritta :

$$\text{skew} \{ \sum_i H_g J_i \} - \text{skew} \{ \sum_i W'_{0i} J_i + \sum_i \tilde{H}_{0i} J_i \} = [0] \quad (1.31)$$

$$\text{Ponendo} \quad \Phi^* = \text{skew} \{ H_g J^* - \sum_i \tilde{H}_{0i} J_i \} \quad (1.32)$$

si ottiene :

$$\Phi^* = skew \{ W'_{01} J^* \} \quad (1.33)$$

W'_{01} e' l'unica incognita e dipende da Φ^* e da J^* ; puo' essere calcolata risolvendo un sistema lineare di 6 equazioni ottenuto sviluppando l' equazione (1.33) :

$$\left\{ \begin{array}{ccc|ccc} (I_{zz} + I_{yy})\omega'_x & -I_{xy}\omega'_y & -I_{xz}\omega'_z & -mz_g a_y & mz_g a_z & =c_x^* \\ -I_{xy}\omega'_x & (I_{xx} + I_{zz})\omega'_y & -I_{yz}\omega'_z & mz_g a_x & -mx_g a_z & =c_y^* \\ -I_{xz}\omega'_x & -I_{yz}\omega'_y & (I_{xx} + I_{yy})\omega'_z & -my_g a_x & mx_g a_y & =c_z^* \\ \hline & mz_g \omega'_y & -my_g \omega'_z & ma_x & & =f_x^* \\ -mz_g \omega'_x & & mx_g \omega'_z & & ma_y & =f_y^* \\ my_g \omega'_x & -mx_g \omega'_y & & & & ma_z =f_z^* \end{array} \right.$$

$I_{xx}, I_{xy}, \dots, m, \dots, x_g \dots$ sono elementi di J^* , mentre $c_x^*, \dots, f_y^*$, appartengono a Φ^* .

La conoscenza di W'_{01} permette la valutazione delle derivate prima e seconda della matrice posizione del tronco :

$$\begin{aligned} M'_{01} &= W_{01} M_{01} \\ M''_{01} &= H_{01} M_{01} = (W'_{01} + W_{01}^2) M_{01} \end{aligned} \quad (1.34)$$

Posizione e velocità assolute del tronco possono essere ottenute con una integrazione numerica. Ad esempio si può adottare la formula seguente:

$$M_{01<t+dt>} = M_{01<t>} + M'_{01<t>} \Delta t + \frac{1}{2} M''_{01<t>} \Delta t^2 = \Delta M M_{01<t>} \\ W_{01<t+dt>} = W_{01<t>} + W'_{01<t>} \Delta t \quad (1.35)$$

con $\Delta M = [1] + W_{01<t>} dt + H_{01<t>} dt^2$

Questa procedura, applicata in maniera ricorsiva, consente di calcolare la traiettoria dell'intero corpo essendo note le nuove condizioni iniziali del tronco ($M_{01<t+dt>}$ e $W_{01<t+dt>}$).

1.6 ESEMPIO DI IMPLEMENTAZIONE AL CALCOLATORE

Una simulazione numerica al calcolatore per la soluzione del problema dinamico diretto, basata sul metodo illustrato al paragrafo precedente, può essere fatta utilizzando la citata libreria software SPACE_LIB che, comprendendo tutte le funzioni necessarie per svolgere le operazioni tra le matrici suesposte, costituisce un valido aiuto nella stesura dei programmi migliorandone la leggibilità, semplificando la manipolazione delle equazioni e consentendo la stesura di efficienti routines

di calcolo.

Gli algoritmi usati per la risoluzione del problema possono essere organizzati in uno schema di flusso (Fig. 1.6.1) di cui spieghiamo le principali parti.

La prima fase che si incontra seguendo il diagramma è il blocco (1) in cui vengono assegnate le condizioni iniziali, ovvero la matrice posizione e velocità del tronco al tempo t_0 , e viene inizializzata la matrice di servizio A . Procedendo si entra nel loop (A) controllato dalla condizione $\langle t \leq \text{tempomax} \rangle$ che consente di reiterare il procedimento ai diversi istanti di tempo. Prima dell'ingresso nel ciclo (B), che permette di eseguire i calcoli per tutte le catene di segmenti in cui si ritiene diviso il corpo, vengono effettuate alcune inizializzazioni (blocco (2)).

All'interno del loop annidato (C) vengono eseguiti, per ogni elemento della catena, i seguenti passi:

- * Al passo (3) viene letta la variabile del giunto in esame e le sue derivate temporali (q , q' , q'') necessarie per il calcolo delle matrici di posizione, di velocità ed accelerazione.
- * Nei blocchi (4), (5) avvengono i cambiamenti di base e si calcolano i valori assoluti delle matrici cinematiche.
- * Nel blocco (6) si calcola la matrice d'inerzia dell'intero corpo riferita al sistema inerziale (0).
- * L'ultimo blocco del loop, blocco (7), calcola Φ^* matrice

nota dell'equazione 1.29 .

All'uscita dai loops si entra nel blocco (8) dove si risolve il sistema visto al paragrafo precedente trovando così la parte incognita dell'accelerazione del tronco.

Calcolata l'accelerazione del tronco (blocco (9)) e integrando numericamente (blocco (10)) e' possibile risalire alle nuove condizioni iniziali al tempo $t+dt$ (blocco (11)).

A questo punto si incontra il blocco (12) che rappresenta l'output del programma , ad esempio la serie delle matrici di posizione ($M_{0,i<t>}$) di ogni segmento calcolate ai diversi istanti di tempo.

Il programma ripete i passi da (2) a (12) per tutto l'intervallo di integrazione.

CAP.2 LA MODELLAZIONE DEL CORPO UMANO

2.1 CENNI DI ANTROPOMETRIA

L'antropometria e' una branca dell'antropologia che si occupa delle misure del corpo umano per determinare le caratteristiche dei vari gruppi di individui in base a razza, sesso, eta' e tipologia corporea.

In passato essa e' servita per gli studi sull'evoluzione della specie umana; un nuovo impulso per un approfondimento della materia viene oggi dallo sviluppo tecnologico specialmente per quanto riguarda il rapporto uomo-macchina, con la presa in esame di problematiche di ergonomia.

Anche l'analisi del movimento umano coinvolge aspetti di antropometria, non solo per quanto riguarda lunghezze e volumi, ma anche per masse e momenti d'inerzia. Una sua analisi accurata dipende in egual misura sia dalla qualita' e completezza delle rilevazioni antropometriche che dallo studio cinematico e dinamico. E' quindi fondamentale riuscire a svilupparla nella maniera piu' corretta e completa, tenendo anche conto della necessita' di ottenere una descrizione completa di alcune caratteristiche del corpo umano partendo da un numero minimo di grandezze note

Scopo dell'antropometria e' riuscire a correlare le

grandezze che descrivono geometricamente e dinamicamente il corpo umano con altre piu' facilmente accessibili; ad esempio la determinazione del momento d'inerzia di un arto presuppone che esso venga isolato dal resto del corpo, cosa che non e' possibile fare su un vivente. Nasce quindi la necessita' di stimare tali grandezze partendo dalla conoscenza di altre di piu' immediata e soprattutto corretta misurazione.

Lo sviluppo dell'antropometria e' stato influenzato in maniera considerevole dalle tecnologie a disposizione. I primi studi risalgono a Leonardo da Vinci, ma per cio' che ci interessa li possiamo considerare iniziati nel XVII secolo (Borelli, 1679), limitati alla determinazione della posizione del baricentro dell'intero corpo, essendo lo studio del movimento limitato al punto materiale.

Successivamente gli studi sono stati estesi oltre che a peso, volume e lunghezza di ogni segmento, anche alla determinazione delle grandezze dinamiche, quali i momenti d'inerzia. Una notevole spinta a questo tipo di ricerche si e' avuto con l'inizio degli studi inerenti i seggiolini eiettabili per i piloti di aerei, la protezione dagli impatti in caso di incidenti stradali e, in campo sportivo, il miglioramento delle prestazioni degli atleti.

Le strade percorse per arrivare a quantificare tali grandezze sono state diverse; la prima cosa che si e' proceduto a fare e' stata quella di reperire il maggior numero di

informazioni, dalle quali ottenere valori statistici accettabili, da confrontare con i valori ottenuti da eventuali modellazioni. Molti autori hanno quindi provveduto a sezionare cadaveri e a misurare tutte le grandezze di interesse. Molteplici sono stati gli studi a questo proposito, anche perché le tecniche di misura venivano continuamente affinate con la conseguenza che oggi abbiamo a disposizione una bibliografia abbastanza completa per quel che riguarda i parametri corporei prima elencati. I valori ottenuti erano però propri dei cadaveri, quindi con differenze sensibili rispetto ai viventi, dovute in maggior parte alla perdita di fluidi biologici che avviene dopo il decesso. Per ovviare a tale situazione sono stati adottati diversi accorgimenti tra i quali l'immissione di liquido nel corpo del cadavere, la sua conservazione in celle frigorifere e la sigillazione dei piani di smembramento con pellicole impermeabili. I risultati ai quali si perveniva erano comunque affetti da errori perché il liquido iniettato non si ripartiva in maniera uniforme ma si concentrava in alcune zone, venendo quindi ad alterare la distribuzione effettiva delle masse, oltre alle inevitabili modificazioni biologiche che intervengono dopo il decesso.

Con la fotografia stereofotometrica, unitamente alle tecniche digitali, è stato possibile rimuovere anche quest'ultima limitazione, ottenendo valori direttamente dal vivente. La fotografia stereofotometrica è una tecnica che

consente di ottenere una immagine tridimensionale di ogni segmento corporeo; essa viene letta da uno scanner, il quale ricava una serie di cilindri contigui, di sezione pari alla sezione trasversale misurata e altezza pari al passo di scansione. Si esegue in pratica una discretizzazione di ogni segmento corporeo, dalla quale e' molto piu' facile ricavare volume, centro di volume e, se si assume essere costante la densita' all'interno di ogni segmento, anche massa, momenti di inerzia e direzioni principali di inerzia.

Il passo successivo consiste nel correlare tra loro i valori ottenuti dalla popolazione in esame tramite equazioni che consentono di stimare le grandezze cercate e di classificare l'individuo all'interno di determinate categorie morfologiche.

L'individuazione della morfologia di un individuo avviene tramite un indice composto da tre numeri interi, ai quali corrispondono altrettante tipologie (Sheldon 1973) :

endomorfismo: e' predominante la presenza di grasso nelle varie regioni del corpo umano;

mesomorfismo: e' predominante la presenza di tessuto osseo, muscolare e connettivo;

ectomorfismo: tipico della costituzione longilinea e gracile.

Il somatotipo di un individuo e' esprimibile dai tre valori dell'indice all'interno di un intervallo che ha come limite inferiore 1 (nessuna corrispondenza con uno dei tipi caratteristici precedentemente individuati) e come limite superiore 7 (piena corrispondenza con una delle categorie sopra elencate).

Il primo numero dell'indice quantifica il grado di corrispondenza con la componente endomorfica, il secondo con la componente mesomorfica e il terzo con valuta la componente ectomorfica. A questo punto possiamo anche rappresentare graficamente la classificazione di un individuo andando a vedere dove si posiziona il soggetto in questione nel diagramma sotto riportato :

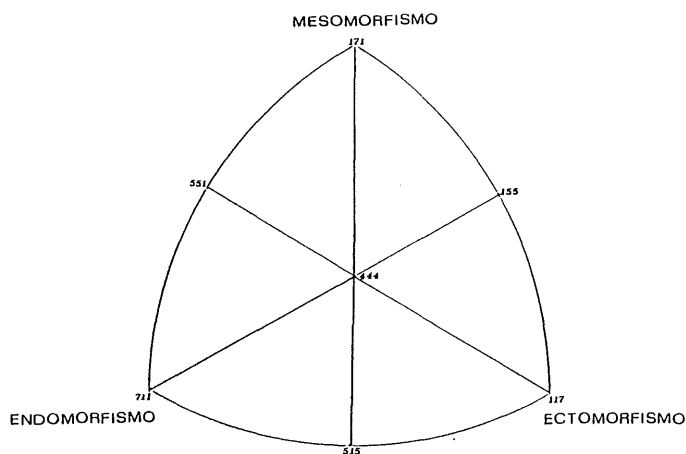


Fig.2.1.1 Diagramma per la determinazione del tipo morfologico tramite tre indici con valore compreso tra 1 e 7.

Evidentemente le relazioni che si sono ottenute dall'analisi statistica dei dati hanno natura empirica e

rispecchiano quindi le caratteristiche del campione di popolazione esaminato; come conseguenza piu' immediata di cio' e' che esse non possono essere applicate a tutti i tipi di esseri umani ma e' necessario fare una distinzione in base al sesso e alla razza, pena un elevato errore nella stima delle grandezze.

La necessita' di entrare in merito alla classificazione dei tipi morfologici dipende dal fatto che gli atleti hanno caratteristiche fisiche ben precise a seconda della disciplina praticata ed e' quindi importante poterli caratterizzare in maniera precisa.

2.2 MODELLAZIONE DEL CORPO UMANO

La costruzione di un modello matematico del corpo umano richiede, oltre alla gia' discussa determinazione dei parametri di inerzia, anche la schematizzazione di ogni singola articolazione. Questa puo' essere eseguita con uno studio volto alla individuazione della geometria delle superfici funzionali dell'articolazione stessa, da tradurre poi in termini matematici per la simulazione del movimento.

Un tipo di analisi cosi' approfondita sarebbe giustificata per lo studio di una singola articolazione, ma risulta eccessiva

se si ha come fine la modellazione dell'intero corpo umano, ai fini di analisi dinamiche globali. Infatti in questo caso gli sforzi atti ad una accurata determinazione del comportamento di una data articolazione sarebbero vanificati dall'introduzione di notevoli semplificazioni, ad esempio quella di considerare rigidi i segmenti corporei.

Per i nostri scopi ci limiteremo a rappresentare le articolazioni tramite vincoli geometrici semplici, imponendo un certo numero di gradi di liberta' conformemente, per quanto possibile, alla situazione reale.

Prenderemo quindi in esame nel seguito, in maniera sintetica, la fisiologia di ogni articolazione proponendone una semplice schematizzazione geometrica.

ANCA

L'anca e' l'articolazione prossimale dell'arto inferiore e ha la funzione di orientarlo in tutte le direzioni dello spazio; e' caratterizzata da tre gradi di liberta', consistenti in tre rotazioni che possono avvenire rispettivamente intorno ai seguenti assi:

- trasversale, situato nel piano frontale, sul quale si effettuano i movimenti di flesso-estensione, e che assumeremo come asse y;
- antero-posteriore, posto nel piano sagittale, sul quale si effettuano i movimenti di adduzione e abduzione, e che

assumeremo essere l'asse x;

- verticale, che durante la posizione eretta coincide con l'asse longitudinale dell'arto inferiore, e attorno al quale si effettuano i movimenti di rotazione, esterni ed interni; verra' assunto quale asse z.

L'articolazione coxo-femorale e' composta dalla testa del femore, di forma pressoché sferica e dalla cavita' cotiloidea che la accoglie.

Gli assi ai quali si faceva menzione poco sopra passano tutti per il centro della testa del femore, che quindi e' uno snodo sferico e come tale verra' da noi schematizzato, vedi fig. 2.2.1.

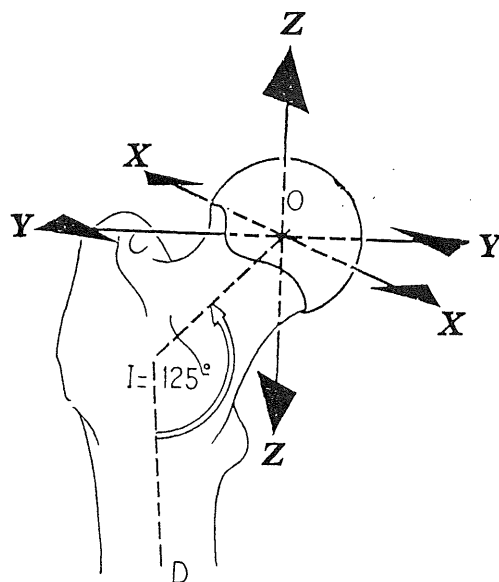


Fig.2.2.1 Testa del femore con gli assi di rotazione.

GINOCCHIO

Il ginocchio e' l'articolazione intermedia dell'arto inferiore, ed e' formata dalle superfici articolari femoro-rotulea e femoro tibiale, nonche' dai mezzi di contenzione passivi che le uniscono, quali capsula e legamenti.

La cinematica di questa articolazione e' fondamentalemente determinata da un accoppiamento di forza tra condili femorali e piatto tibiale e dall'azione dei legamenti crociati anteriore e posteriore. Dato che la rotazione attorno all'asse longitudinale del femore (originata dalla diversa conformazione dei condili femorali) ha in condizioni fisiologiche un'ampiezza abbastanza limitata ci limitiamo a considerare il movimento sul piano sagittale.

In prima approssimazione il moto del femore rispetto alla tibia puo' essere determinato da un quadrilatero articolato i cui vertici sono rappresentati dai punti di inserzione dei citati legamenti (proiettati sul piano sagittale).

Di conseguenza il moto dei condili femorali risulta rototraslatorio rispetto al piatto tibiale. La curva descritta dal centro d'istantanea rotazione del moto relativo e' rappresentata in fig. 2.2.2.

Data la limitata escursione del centro di istantanea rotazione, ai fini dell'analisi dinamica del movimento del corpo nella sua globalita', e' lecito ritenere il movimento del

ginocchio come ad asse di rotazione fisso. Nel nostro modello sara' percio' rappresentato da una semplice coppia rotoidale (1 g.di 1.).

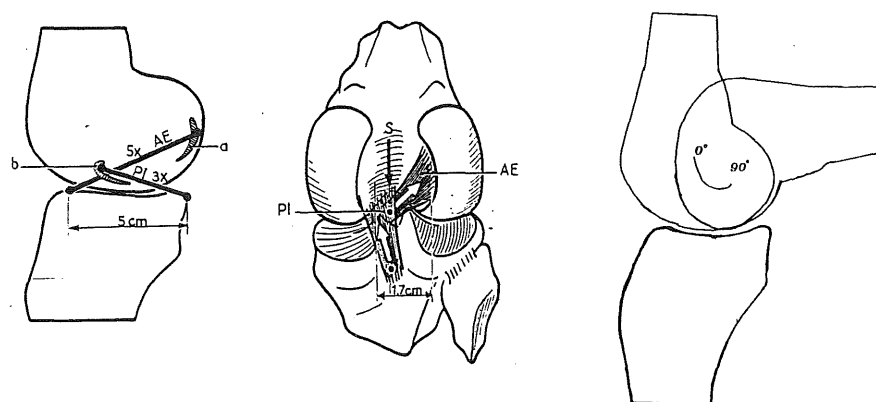


Fig.2.2.2.2 Luogo dei centri di istantanea rotazione del femore rispetto alla tibia durante il moto di flesso-estensione del ginocchio.

CAVIGLIA

L'articolazione della caviglia, o tibio-tarsica, e' l'articolazione distale dell'arto inferiore ed e' composta da tibia e perone che si inseriscono sull'astragalo, e mantenuta insieme dagli apparati legamentosi laterale e mediale.

Questa articolazione possiede tre gradi di liberta', permettendo di orientare il piede in tutte le direzioni. I tre assi di rotazione di questo complesso articolare sono:

- asse y passante attraverso i due malleoli, contenuto

nel piano frontale; attorno ad esso si hanno i movimenti di flesso-estensione del piede, che avvengono nel piano sagittale;

- asse z verticale ed intorno ad esso avvengono i movimenti di adduzione e abduzione del piede che avvengono nel piano trasversale;
- asse x orizzontale ed e' contenuto nel piano sagittale; attorno ad esso avvengono i movimenti di prono-supinazione.

Per il nostro modello rappresentiamo questa articolazione come uno snodo sferico, allo stesso modo dell'articolazione coxo-femorale.

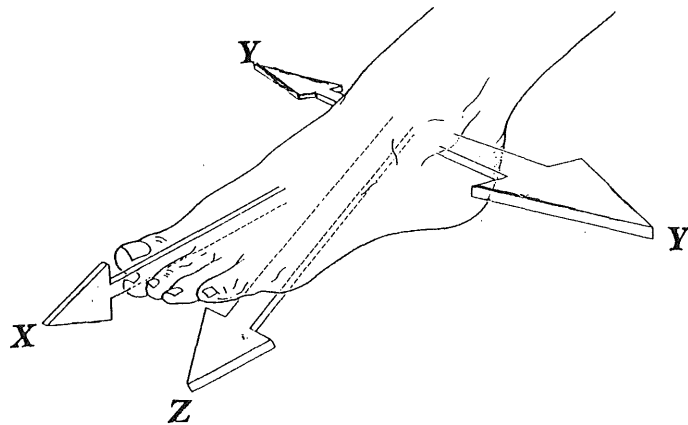


Fig.2.2.3 Assi dell'articolazione della caviglia.

COLLO

Cio' che noi chiamiamo collo e' individuato in anatomia dal rachide cervicale. Esso e' formato da due parti, anatomicamente e funzionalmente ben distinte:

- il rachide cervicale superiore comprendente la prima vertebra cervicale o atlante e la seconda vertebra cervicale o epistrofeo;
- il rachide cervicale inferiore che va dal piatto inferiore dell'epistrofeo a quello superiore della prima vertebra dorsale.

Le articolazioni del rachide cervicale inferiore possiedono due tipi di movimento: da una parte dei movimenti di flesso estensione, dall'altra dei movimenti misti d'inclinazione-rotazione; funzionalmente questi due segmenti rachidei cervicali si completano uno con l'altro nella realizzazione di movimenti puri di rotazione, inclinazione o flesso-estensione del capo.

Il modello meccanico per il rachide cervicale, sulla base di una descrizione anatomica e funzionale risulta, essere composto da tre cerniere, delle quali una ad asse verticale, (asse z), che corrisponde all'apofisi odontoide dell'epistrofeo e che consente il movimento di rotazione della testa; le altre due cerniere ad assi perpendicolari tra loro, e individuanti un piano perpendicolare all'asse z , che formano un

giunto di Cardano e che rappresentano l'asse di inclinazione laterale e l'asse di flessione-estensione (rispettivamente asse x e asse y).

Nella fig. 2.2.4 è rappresentato il rachide cervicale e si può vedere la suddivisione in rachide cervicale superiore, parte più scura, e rachide cervicale inferiore, parte più chiara. In b è visualizzato il modello meccanico individuato.

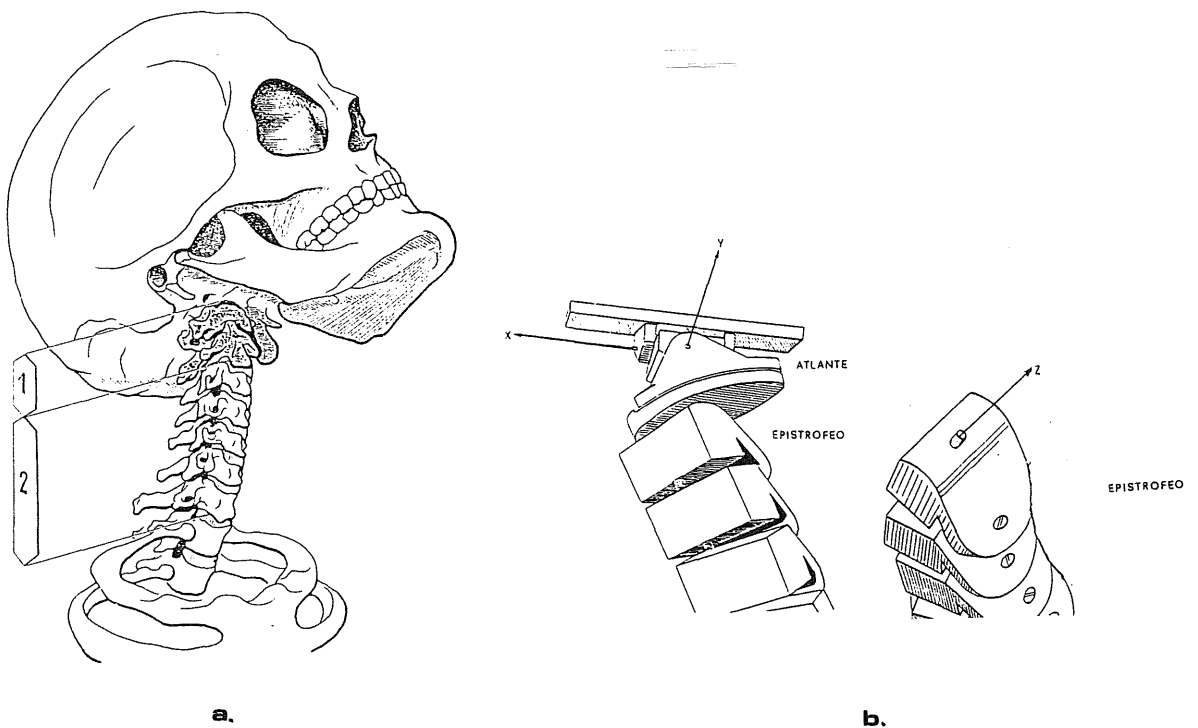


Fig.2.2.4 Rachide cervicale e suoi componenti.

SPALLA

La spalla è l'articolazione prossimale dell'arto

superiore; non e' composta da una sola articolazione, ma da cinque che formano un complesso articolare, con tre gradi di liberta', che sono tre rotazioni attorno ai seguenti assi: vedi fig. 2.2.5.

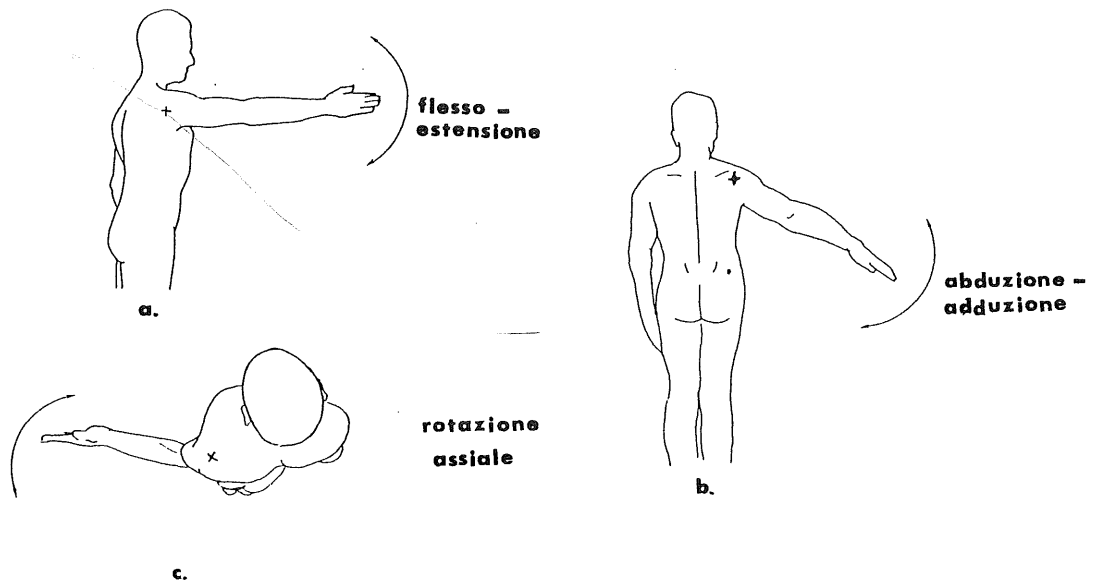


Fig.2.2.5 Movimenti di rotazione della spalla. Le crocette individuano il punto di intersezione dell'asse di rotazione con il piano nel quale avviene il movimento.

- asse trasversale situato nel piano frontale e che permette i movimenti di flesso-estensione eseguiti in un piano sagittale;
- asse antero-posteriore situato nel piano sagittale e che consente i movimenti di adduzione e di abduzione effettuati in un piano frontale;
- asse verticale determinato dall'intersezione del piano

frontale e sagittale e comanda i movimenti di ante e retroposizione eseguiti in un piano orizzontale.

Dovendo operare una schematizzazione meccanica di tale articolazione, possiamo fare la semplificazione che l'articolazione scapolo-omerale sia l'unica responsabile dei movimenti inerenti la spalla e quindi possiamo schematizzare il complesso spalla come uno snodo sferico per via della forma della testa omerale.

GOMITO

Il gomito e' l'articolazione intermedia dell'arto superiore e realizza l'unione tra il primo segmento, il braccio, e il secondo, l'avambraccio, dell'arto superiore. Esso e' costituito dall'estremita' distale dell'omero che si articola con le estremita' prossimale dell'ulna e del radio consentendo un movimento di rotazione relativo tra i due segmenti.

Schematizziamo il gomito tramite una semplice cerniera, attorno al cui asse avviene il movimento di flesso-estensione. Il movimento di prono-supinazione dell'avambraccio verra' assegnato alla articolazione del gomito.

Nella fig. 2.2.6 sono illustrati il movimento e la schematizzazione meccanica usata per tale articolazione.

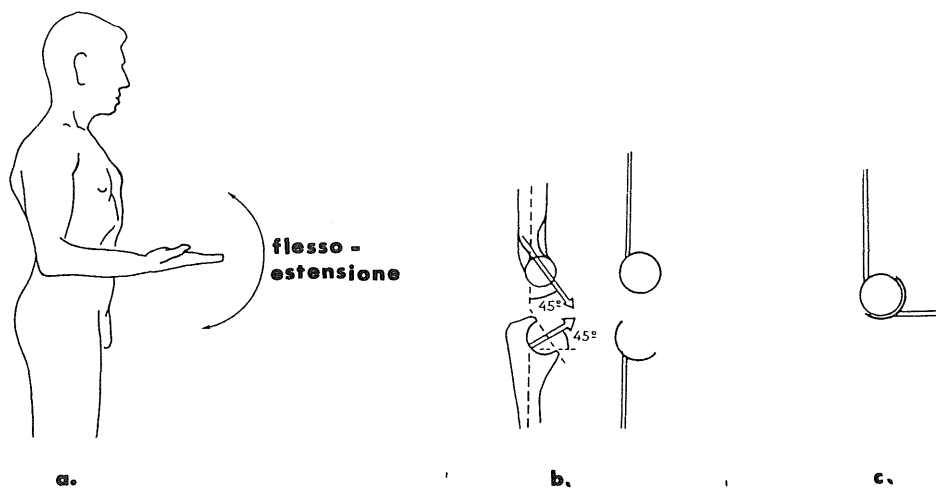


Fig.2.2.6 In a e' illustrato il movimento di flesso-estensione concesso dall'articolazione; in b sono mostrate: l'estremita' distale del braccio e l'estremita' prossimale dell'avambraccio, che vengono a costituire l'articolazione gomito; e' rappresentata anche la schematizzazione meccanica. In c si vede la cerniera individuata assemblata.

POLSO

Il polso e' l'articolazione distale dell'arto superiore. Il suo complesso articolare possiede due gradi di liberta', consistenti in due rotazioni che avvengono attorno a due assi:

- asse trasversale e' compreso in un piano frontale e condiziona i movimenti di flesso-estensione che si effettuano in un piano sagittale;
- asse antero-posteriore: e' compreso in un piano sagittale e condiziona i movimenti di adduzione ed abduzione che si effettuano in un piano frontale.

Nella figura 2.2.7 sono stati rappresentati i movimenti consentiti da questa articolazione, e in piu' e' rappresentato

il modello meccanico individuato per la sua schematizzazione.

L'articolazione del polso e' costituita dal legamento triangolare e dalla parte distale del radio e dalla fila prossimale delle ossa del carpo. Essa verra' schematizzata come uno snodo sferico per via del grado di liberta' aggiuntivo che le viene associato per quanto detto a proposito del gomito.

Diamo per concludere, nella pagina seguente , una rappresentazione schematica e complessiva delle articolazioni in base alla descrizione sopra esposta.

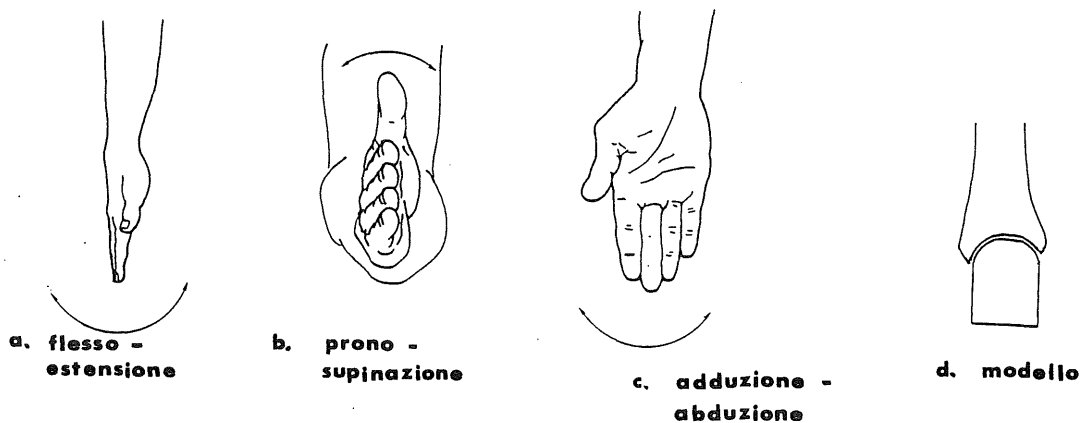
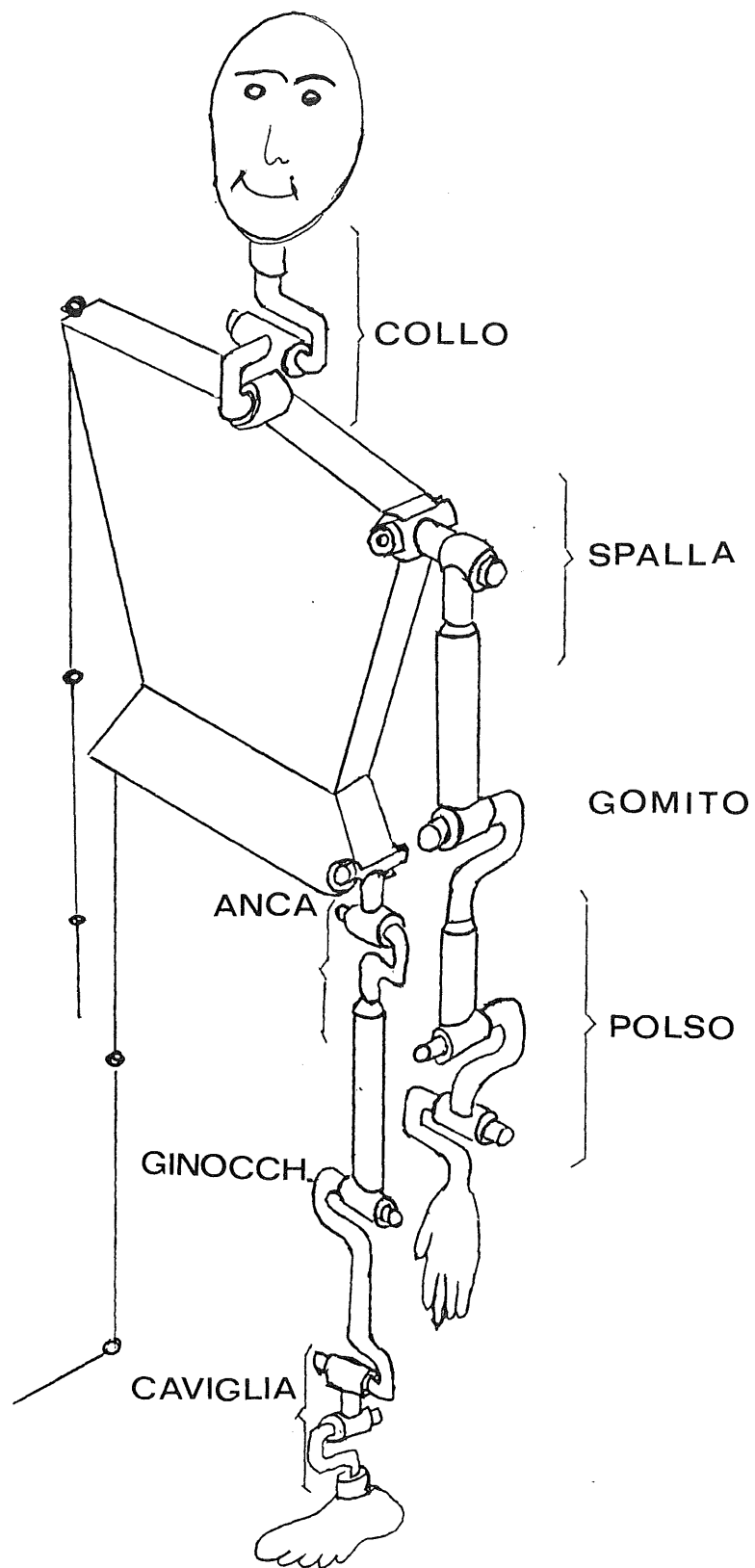


Fig.2.2.7 Movimenti del polso e suo modello.

2.3 DETERMINAZIONE DEI PARAMETRI DI INERZIA SOGGETTIVI

Per descrivere il comportamento dinamico del corpo umano abbiamo bisogno di individuare alcune grandezze caratteristiche;



del centro di massa, momenti di inerzia e orientamento degli assi principali d'inerzia.

Tra le dimensioni del segmento, quella che assume la maggiore importanza e' la lunghezza, considerata come la distanza che intercorre tra i suoi estremi, perche' elemento fondamentale per poter descrivere le leggi di moto.

Cio che e' stato fatto nello sviluppo del lavoro e' stata dapprima una ricerca bibliografica, allo scopo di individuare la fonte piu' completa dalla quale attingere valori statistici riguardanti le misure antropometriche.

Per le lunghezze, il lavoro su cui ci siamo basati e' quello compiuto da Drillis e Contini [7], che fornisce la lunghezza dei vari segmenti in rapporto all'altezza della persona, tramite dei parametri che si possono ottenere dall'osservazione della fig. 2.3.1 riportata di seguito.

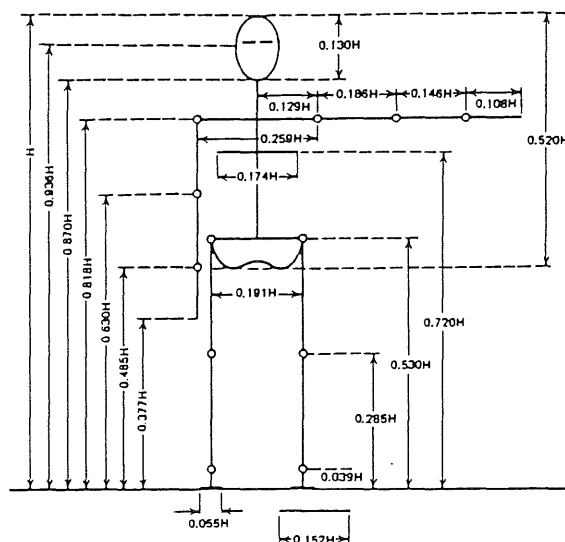


Fig.2.3.1 Lunghezze dei segmenti corporei espresse in funzione dell'altezza.

Si sottolinea ancora una volta che tali valori vanno intesi come stima ottima delle grandezze incognite da utilizzarsi nel caso non si possano misurare direttamente dal soggetto.

Ogni segmento corporeo e' una combinazione di ossa, muscoli, grasso e altri tessuti e di conseguenza la densita', data la varieta' dei tessuti che lo costituiscono, non e' uniforme. In generale possiamo dire, che per i segmenti distali, il rapporto tra la quantita' di ossa e gli altri tessuti aumenta e per essi si riscontra quindi conseguentemente un incremento della densita'. Anche in questo caso la ricerca bibliografica ha provveduto ad individuare fonti di dati, mettendo in luce una singolare situazione. Come detto nel paragrafo 2.2 i valori di densita' debbono essere ricavati da misurazioni effettuate sui cadaveri, tramite dissezione di questi. Le indagini che sono state condotte nel tempo, non hanno avuto una uniformita' per quel che riguarda i piani di dissezione e quindi i segmenti, in cui ogni autore ha diviso il corpo, non sono uguali tra loro. Preciso che la segmentazione del corpo umano da noi usata non coincide appieno con nessuna delle singole indagini compiute sui cadaveri, si ottiene come risultato, che nessuno studio sulle densita', autonomamente considerato, e' in grado di fornirci una descrizione esauriente e quindi va integrato con altre fonti di dati. Nella fig. 2.3.2 viene riportata la suddivisione in segmenti del corpo umano da noi adottata.

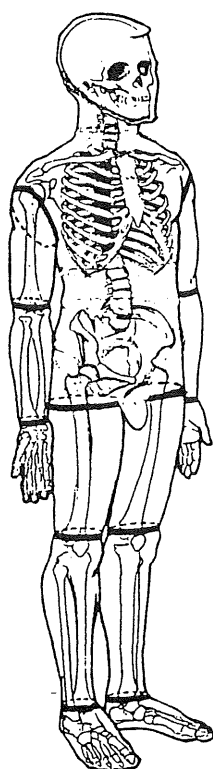


Fig.2.3.2 Piani di segmentazione del corpo umano.

Come fonte primaria per i valori di densita' e' stato preso il lavoro compiuto da Dempster [6], integrando i dati mancanti, oppure i dati che corrispondevano alla nostra segmentazione, con i valori ottenuti da Clauser [1]. C'e da precisare che tali valori si intendono riferiti ai cadaveri, quindi con un certo grado di discordanza rispetto ai valori dei viventi. Nella tabella seguente sono elencati i valori della densita' utilizzati per il calcolo delle masse corporee.

DENSITA' MEDIA DA CADAVERI DEL CORPO E DEI SUOI SEGMENTI (kg/dm³)

	DEMPSTER	CLAUSER
Corpo intero		1.042
Testa		1.071
Collo+torso		1.023
Testa+collo	1.11	
Torace	0.92	
Addome	1.01	
Coscia	1.05	1.045
Gamba	1.09	1.085
Piede	1.10	1.085
Braccio	1.07	1.058
Avambraccio	1.13	1.099
Mano	1.16	1.108
Torso+arti	1.07	

Il dato meno attendibile e' quello che si riferisce al tronco, perche' i gas contenuti da un cadavere (nei polmoni e nell'intestino) sono estremamente variabili. Inoltre per il tronco si presenta una questione ancora piu' importante; esso e' l'unico segmento corporeo che presenta un elevato grado di non omogeneita' al suo interno, tanto da indurre a pensare che sarebbe meglio dividerlo in due parti, una superiore che tenga conto della presenza dei polmoni e quindi di un valore di densita' basso, dovuto al notevole quantitativo di gas presente, l'altra inferiore che rispecchi la presenza stomaco e intestini, alla quale attribuire un valore di densita' maggiore rispetto alla prima. Tale suddivisione sarebbe anche auspicabile in funzione dei gradi di liberta' del corpo. Infatti considerando il tronco come un singolo segmento, escludiamo la possibilita'

il tronco come un singolo segmento, escludiamo la possibilità della torsione del busto, e quindi limitiamo cinematicamente l'eventuale modello del corpo che potrebbe scaturire dalla schematizzazione di ogni segmento.

Per quanto riguarda la massa di ogni segmento ci si riferisce ad un'indagine sperimentale compiuta presso l' " Aerospace Medical Research Laboratory " dell'aviazione degli Stati Uniti, e quindi si useranno le equazioni di regressione riportate in quella pubblicazione [17]. Frutto di questa ricerca, compiuta su individui di sesso maschile, sono i valori del volume di ogni segmento corporeo, ottenuti tramite la tecnica stereofotometrica [17]; essendo in possesso dei valori di densità propri di ogni segmento possiamo ricavare il valore della massa.

Per il centro di massa si fa l'approssimazione che i vari segmenti corporei presentino una simmetria longitudinale, tale da far ritenere che esso giaccia lungo quest'asse ad una distanza da un estremo, che può essere quello prossimale o quello distale, che è possibile ricavare dal lavoro di Dempster precedentemente citato. I valori per la posizione del centro di massa possono essere individuati tramite la tabella qui riportata e compilata a cura di Dempster.

SEGMENTO	CENTRO DI MASSA/ LUNGHEZZA DEL SEGMENTO	
	prossimale	distale
Mano	0.506	0.494
Avambraccio	0.430	0.570
Braccio	0.436	0.564
Avambraccio + mano	0.682	0.318
Braccio completo	0.530	0.470
Piede	0.500	0.500
Gamba	0.433	0.567
Coscia	0.433	0.567
Piede + gamba	0.606	0.394
Gamba completa	0.447	0.553
Testa + collo	1.000	-
Torace	0.820	0.180
Addome	0.270	0.730
Tronco	0.500	0.500

L'uso della tabella e' molto semplice: nota la lunghezza del segmento, la si moltiplica per il relativo coefficiente ottenendo la posizione del centro di massa come distanza da una estremita'.

Per i momenti principali d'inerzia e per i volumi si sono usate le equazioni di regressione determinate nel gia' citato lavoro [17], equazioni che forniscono i momenti di inerzia principali secondo gli assi cartesiani di riferimento locali. Inoltre tale lavoro fornisce anche una matrice dei coseni direttori delle direzioni principali, rispetto ad una terna anatomica locale.

L'uso delle equazioni di regressione a cui si faceva cenno e' molto semplice; esse sono strutturate in questo modo:

$$\text{grandezza da stimare} = \text{coeff1} * \text{var1} \pm \text{coeff2} * \text{var2} \pm \text{cost}$$

ove coeff1 e coeff2 sono due coefficienti che dipendono dal segmento in esame e dalle variabili che stiamo usando per determinare il valore della grandezza incognita; var1 e var2 sono le variabili conosciute; cost e' una costante che anch'essa dipende dal segmento, dalle variabili note e dalla grandezza da determinare. Le equazioni di regressione da noi utilizzate non rispettano il sistema di misura internazionale. Infatti per il loro uso le grandezze devono essere introdotte in centimetri e i pesi in libbre. Cio' ha comportato un passaggio matematico ulteriore, che trasformasse i pesi espressi in kp in libbre.

Il valore determinato con l'equazione di regressione e' un valore stimato; si vuole quindi sapere il grado di accuratezza di questa valutazione, e se e' possibile correlare in qualche modo, tramite una curva, le grandezze usate per la sua determinazione. Nel caso che questa correlazione sia lineare si puo' valutare il grado di approssimazione della curva tramite un indice detto "coefficiente di correlazione lineare"; un secondo indice, la "varianza", tiene conto della dispersione dei valori calcolati rispetto al valor medio.

Il secondo passo compiuto nel corso dello sviluppo del lavoro e' stato il tentativo di individuare dei solidi, aventi forma geometrica opportuna, tali da poter sostituire i segmenti

corporei precedentemente individuati, e costruire in questo modo un modello, che potesse essere una replica abbastanza fedele del corpo umano. Questa strada si pone come alternativa a quella precedentemente individuata, non necessitando il reperimento dei parametri d'inerzia dalla bibliografia, ma consentendo la loro determinazione analitica, una volta nota la geometria del modello. Un tale tentativo e' pienamente giustificato, dal momento che in bibliografia sono scarsi i valori per i momenti di inerzia principali e per le direzioni principali d'inerzia, considerando le tre dimensioni. Per fare cio' bisogna fare delle assunzioni e precisamente:

- il corpo umano e' da considerarsi costituito da un numero finito di segmenti e possiede un numero finito di gradi di liberta';
- i segmenti costituenti il corpo sono da considerarsi rigidi ed omogenei;
- ogni segmento puo' essere rappresentato tramite un solido geometrico, il quale approssima la sua forma, massa, lunghezza e densita' media.

La definizione di un modello del corpo umano implica poi la verifica dei risultati ottenuti, verifica che puo' essere compiuta confrontando i valori ottenuti dal modello, con i corrispettivi presenti in bibliografia.

Nel caso della modellazione risulta comodo riferire i parametri geometrici e inerziali rispetto a sistemi di

referimento locali, associati a ciascun segmento, l'origine dei quali viene posta nell'estremità prossimale di ognuno di essi, eccezion fatta per il tronco, per il quale l'origine viene posta nel suo baricentro.

Tali terne sono delle terne destrorse, con gli assi orientati come di seguito specificato (vedi fig. 2.3.3):

asse x: e' l'intersezione del piano trasversale con il piano sagittale. Il valore della coordinata x si incrementa nel verso postero-anteriore;

asse y: e' l'intersezione del piano frontale con il piano trasversale. Guardando il soggetto frontalmente, la coordinata y si incrementa secondo il verso sinistra-destra;

asse z: e' definito come l'intersezione tra il piano frontale e il piano sagittale. Il valore della coordinata z si incrementa secondo il verso piedi-testa del soggetto.

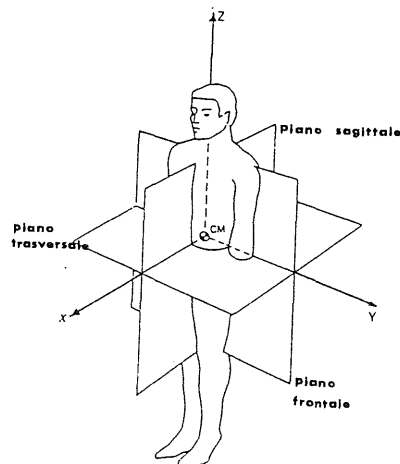


Fig.2.3.3 Terne di riferimento locali per ogni segmento.

La costruzione del modello dipende dalle informazioni antropometriche di cui si e' in possesso. Conoscendo i rapporti dimensionali tra le varie grandezze geometriche dei segmenti, e le relazioni per poter determinare i parametri inerziali, e' possibile pensare di sviluppare un modello analitico del corpo umano che accetti come dati di ingresso poche variabili, che potrebbero essere altezza e peso del soggetto. Il lato negativo di una tale modellazione risiede nel fatto che le relazioni che legano tutte le grandezze di interesse per la definizione di ogni parte del modello ai parametri di input, sono relazioni di tipo statistico, e quindi presentano un certo grado di indeterminazione, con il rischio di veder accumulati errori ed approssimazioni che potrebbero anche portare ad un valore troppo distorto della misura, causa l'accumularsi di essi, per il valore che e' al vertice della catena di calcoli. Per ovviare ad una situazione del genere, si potrebbe tentare un'altra via per la costruzione del modello, che potrebbe richiedere per la sua completa definizione un certo numero di grandezze corporee da utilizzare come base per determinare le altre incognite. Questo comporterebbe i seguenti passi:

- definire la forma dei solidi che devono sostituire i singoli segmenti corporei;
- misurare sul soggetto le dimensioni antropometriche scelte

come caratterizzanti ogni segmento corporeo ed assegnarle ai solidi prima definiti;

- calcolo delle grandezze incognite sulla base dei primi due passi.

Questo tipo di approccio dovrebbe consentire un grado di precisione piu' elevato del primo, perche' non coinvolge numerose equazioni di tipo statistico, ma necessita della rilevazione dei dati, con conseguenti problemi di accuratezza delle misure, perche' esse devono essere determinate rispetto ad alcuni riferimenti anatomici che non sempre sono individuabili con la semplice palpazione. Tale tipo di modellazione e' gia' stato eseguito da Hanavan e ha fornito dei risultati molto vicini ai valori misurati sperimentalmente sui cadaveri, tanto da essere preso come punto di riferimento per lavori di questo genere.

Unico problema critico di un lavoro del genere risiede nel valore della densita' media da associare ad ogni segmento, in quanto questo sara' sempre un valore statistico e quindi affetto da un certo grado di approssimazione, che invece puo' non esserci nella fase di modellazione curando in misura sempre maggiore la costruzione del modello.

2.4 ESEMPIO DI MODELLAZIONE

Come specificato nell'ultima parte del par. 2.3, per la costruzione del modello del corpo umano e' possibile stabilire a priori la geometria dei segmenti che lo compongono, per poi calcolare in forma analitica i parametri di inerzia, anziche' affidarsi alle equazioni di regressione ricavate con indagini statistiche. Abbiamo cercato di sviluppare il modello anche secondo questo criterio per ottenere una verifica della correttezza dei dati ricavati dalla bibliografia (vedi par. 2.3).

Caratteristiche del progetto al quale si voleva dare origine erano di accettare come dati di ingresso soltanto altezza e peso del soggetto e dalla conoscenza di questi due valori determinare i parametri geometrici e inerziali di ogni segmento, avendo predefinito per ognuno di essi una forma geometrica opportuna. Questo implica alcune assunzioni, e precisamente:

- il corpo umano e' caratterizzato da un numero finito di gradi di liberta' e puo' essere diviso in un numero finito di segmenti;
- i segmenti individuati con la suddivisione si ritengono rigidi ed omogenei, con densita' pari al valore della densita' media caratteristica del segmento.
- ogni segmento corporeo individuato puo' essere

schematizzato tramite una forma geometrica opportuna.

Si devono ora determinare i solidi destinati ad essere il modello di ogni segmento corporeo. Il criterio per la scelta delle forme opportune ai fini della costruzione del modello si basa sulla somiglianza della forma scelta con quella fisiologica del segmento da sostituire e nel nostro caso abbiamo scelto:

- tronco di cono per rappresentare braccia, avambracci, cosce, gambe;
- cilindro circolare retto per il collo;
- cilindro ellittico retto per il busto;
- parallelepipedo per mani e testa.

*anche per i piedi da
non con il corpo
per il collo e per
il busto*

Dalla segmentazione così' effettuata ne scaturisce un modello composto da 14 segmenti.

Nella ripartizione delle masse da noi operata, non viene individuato il collo e quindi associamo metà' della sua massa alla testa e metà' al busto.

Come già' accennato nei paragrafi precedenti la costruzione di un modello necessita della conoscenza di alcune relazioni antropometriche che correlino tra loro le grandezze geometriche di ogni segmento; le uniche relazioni antropometriche che ci proponiamo di usare sono quelle che determinano il volume del segmento corporeo conoscendo i valori di altezza e peso e che sono contenute in [17].

ESEMPIO DI CALCOLO PER LA MODELLAZIONE DI UN SEGMENTO

Modellazione della testa.

La forma geometrica scelta per rappresentare la testa e' un parallelepipedo; la fig. 2.4.1 mostra la forma usata.

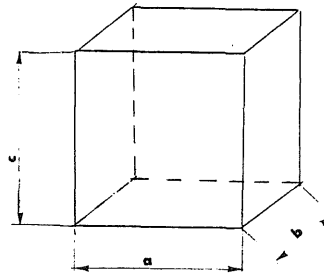


Fig.2.4.1 Solido scelto per rappresentare la testa a, b, c, sono gli spigoli del parallelepipedo.

La relazione che consente il calcolo del volume della testa noti i valori di altezza e peso e' [17]:

$$V_h = 6.84 * alt + 2.05 * peso + 2806$$

dove V_h e' il volume della testa, *alt* e' il valore dell'altezza e *peso* e' il peso della persona.

Poniamo ora che l'altezza del parallelepipedo individuato sia uguale alla lunghezza della testa e questa possiamo esprimerla come frazione dell'altezza della persona. Se indichiamo con *c* la lunghezza del parallelepipedo, dalla tabella riportata nel par.2.2 otteniamo:

$$c = 0.13 * alt$$

per la determinazione della larghezza b della testa riteniamo che essa sia larga quanto il collo.

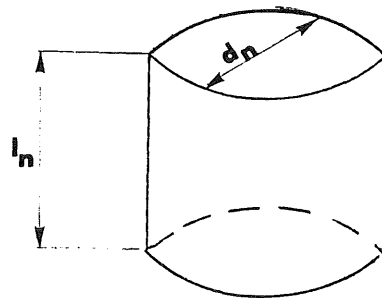


Fig.2.4.2 Solido scelto per rappresentare il collo.

Essendo il collo un cilindro circolare retto del quale, vedi fig. 2.4.2, possiamo determinare il volume e la lunghezza, possiamo calcolare da questi due parametri il diametro del cilindro.

$$V_n = -5.50 * alt + 6.32 * peso + 943$$

dove V_n e' il volume del collo.

$$a = 0.052 * alt$$

ove a e' la lunghezza del cilindro.

Il diametro risulta quindi:

$$d = \sqrt{V_n / a}$$

Possiamo ora calcolare la terza dimensione a del
parallelepipedo :

$$a = V_h / (b * c)$$

Ora che abbiamo definito la completa geometria del
parallelepipedo, possiamo fare una verifica per saggiare il
grado di concordanza dei valori calcolati con i valori
fisiologici. Gli unici dati che abbiamo a disposizione sono i
valori medi delle lunghezze e delle circonferenze per ogni arto
e quindi la verifica che possiamo fare consistera' nel vedere di
quanto i parametri determinati con i valori medi di altezza e
peso si discostano da essi. Indicati con alt_a e con $peso_a$
rispettivamente i valori medi di altezza e peso misurati sul
campione di popolazione risulta:

$$alt_a = 177.49 \text{ cm} \qquad peso_a = 170.384 \text{ lb}$$

Per la testa si ottiene:

$$V_h = 4369 \text{ cm}^3 \quad c = 23.074 \text{ cm} \quad b = 12 \text{ cm} \quad a = 15.78 \text{ cm}$$

mentre per il collo:

$$V_n = 1043 \text{ cm}^3 \quad d_n = 12.29 \text{ cm} \quad circ = 37.67 \text{ cm} \quad l_n = 8.18 \text{ cm}$$

ove *circ* e' la circonferenza del collo.

Operiamo quindi il confronto per il segmento testa, con i valori medi rilevati vedi fig.2.4.3 (valori espressi in cm):

il perimetro del parallelepipedo sara' assunto essere la circonferenza della testa.

dimensione	valore medio	valore calcolato
altezza	19.93	23.07
larghezza	15.32	12.00
circonferenza	57.27	55.56

Fig.2.4.3 Confronto tra i valori ottenuti dal modello e i valori medi del campione

Per il collo otteniamo vedi fig.2.4.4:

dimensione	valore medio	valore calcolato
altezza	8.18	9.23
larghezza	12.29	12.00
circonferenza	37.67	37.69

Fig.2.4.4 Confronto dei valori ottenuti dal modello e i
valori medi del modello.

I valori calcolati per la testa si discostano troppo dai valori medi; e' preferibile quindi tentare di rimediare a questa situazione. Il motivo di tale discordanza dovrebbe risiedere nella non omogeneita' dei soggetti utilizzati per la determinazione delle equazioni di regressione e dei rapporti tra lunghezze dei segmenti e altezza; infatti il campione usato per la determinazione delle prime e' abbastanza omogeneo, essendo piloti dell'aviazione militare statunitense, mentre il campione utilizzato per i rapporti tra le lunghezze e' composto da cadaveri.

Un tentativo per raccordare i valori calcolati ai valori medi, potrebbe essere quello di ritenere le lunghezze dei segmenti dipendenti solamente dall'altezza dell'individuo, e quindi il coefficiente di proporzionalita' tra la lunghezza del segmento e l'altezza potrebbe essere ricavato rapportando i

rispettivi valori medi. Questo e' anche confortato da quanto emerge dal confronto del segmento collo; il valore della lunghezza risulta essere del 12.8 % maggiore del valore medio, mentre si ha un ottima coincidenza degli altri valori.

Dobbiamo quindi ricavare i nuovi parametri di proporzionalita' tra la lunghezza dei singoli segmenti e l'altezza della persona. Per la testa e il collo otteniamo:

$$k_h = 19.93/177.49 = 0.1123 \quad \text{per la testa}$$

$$k_n = 8.18/177.49 = 0.0461 \quad \text{per il collo}$$

ove k_h e k_n sono i valori della costante di proporzionalita' della lunghezza rispettivamente per la testa e il collo.

Per la larghezza della testa riteniamo ancora che essa sia uguale a quella del collo.

I nuovi valori dei parametri geometrici per il collo risultano essere:

$$d_n = 12.74 \text{ cm} \quad \text{circ} = 40.02 \text{ cm} \quad l_n = 8.18 \text{ cm}$$

e per la testa:

$$a = 17.05 \text{ cm} \quad b = 12.74 \text{ cm} \quad c = 19.93 \text{ cm}$$

Effettuiamo quindi la comparazione dei nuovi valori con i valori medi.

Per la testa:

dimensione	valore medio	valore calcolato
altezza	19.93	19.93
larghezza	15.32	12.74
circonferenza	57.27	59.89

Per il collo:

dimensione	valore medio	valore calcolato
altezza	8.18	8.18
larghezza	12.29	12.74
circonferenza	37.67	40.02

Dai valori calcolati possiamo trarre alcune considerazioni e precisamente: si ha una piu' che discreta concordanza dei valori calcolati con i valori di riscontro; infatti si ha un errore massimo limitato al 4 % per tutte le lunghezze, eccezione fatta per la larghezza della testa il cui valore risulta essere del 16.84 % inferiore rispetto al valore medio. Possiamo

quindi ritenere che il parallelepipedo e' una forma adatta a sostituire la testa e il cilindro per il collo, questo ci incoraggia nel proseguimento per la determinazione dei parametri inerziali.

Come detto il nostro segmento testa e' composto dalla testa e da meta' collo vedi fig. 2.4.5.

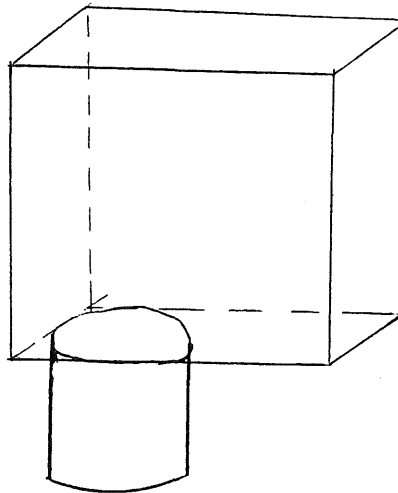


Fig.2.4.5 Segmento testa, costituito dalla testa e da meta' collo.

Calcoliamo il baricentro dell'insieme testa + $\frac{1}{2}$ collo, supponendo che essi abbiano la stessa densita' (vedi par.2.2). Posizionata

una terna di riferimento cartesiana nel punto O, come indicato in fig. 2.4.5 otteniamo:

$$X_g = 8.365 \text{ cm} \quad Y_g = 0 \text{ cm} \quad Z_g = 12.776 \text{ cm}$$

Determiniamo ora i momenti di inerzia rispetto agli assi baricentrici vedi fig. 2.4.6

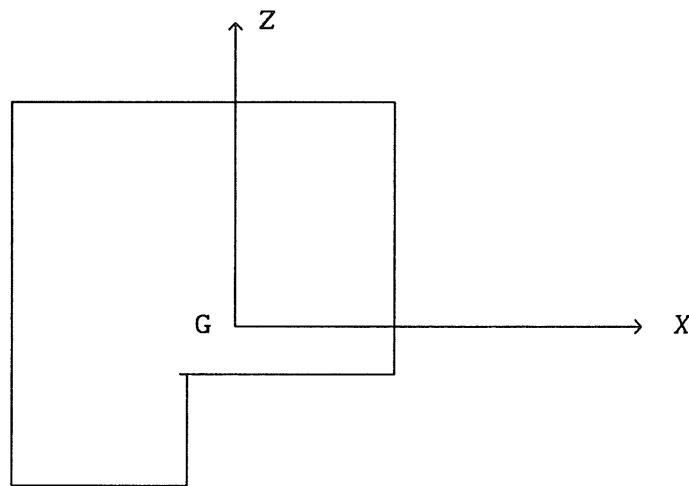


Fig.2.4.6 Segmento testa visto dall'asse Y negativo.

$$J_{xx} = \rho \left\{ V_h \left[\frac{1}{12} (b^2 + c^2) + (Z_{g1} - Z_g)^2 \right] + \frac{V_n}{2} \left[\frac{1}{4} \left(\frac{d_n^2}{4} + \frac{l_n^2}{12} \right) + \left(\frac{l_n}{4} - Z_g \right)^2 \right] \right\}$$

Sostituendo i valori calcolati otteniamo:

$$J_{xx} = 307433 \text{ g cm}^2$$

Per il momento di inerzia rispetto all'asse Z: vedi fig. 2.4.7

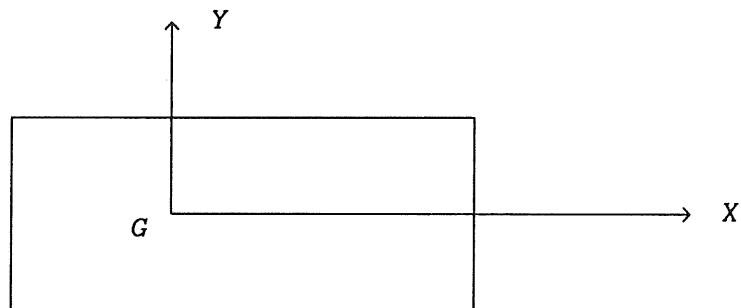


Fig.2.4.7 Segmento testa visto dall'asse z positivo.

$$J_{zz} = \rho \left\{ V_h \left[\frac{1}{12} (b^2 + a^2) + (X_g - X_{g1})^2 \right] + \frac{V_n}{2} \left[\frac{d_n^2}{8} + (X_{g2} - X_g)^2 \right] \right\}$$

sostituendo i valori determinati:

$$J_{zz} = 199544 \text{ g cm}^2$$

Per il momento di inerzia rispetto all'asse Y vedi fig. 2.4.6

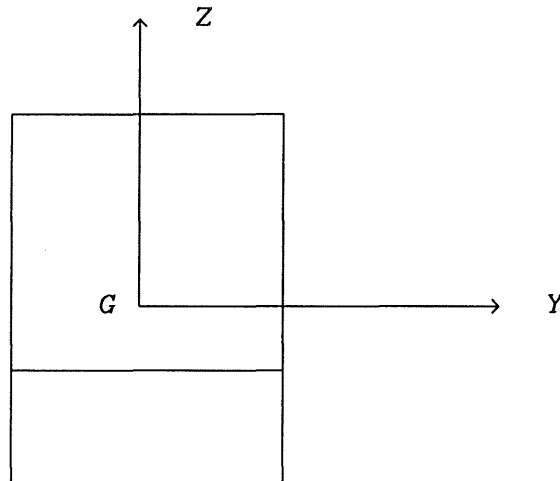


Fig.2.4.6 Segmento testa visto dall'asse x positivo.

$$J_{yy} = \rho \left\{ V_h \left[\frac{1}{12} (a^2 + c^2) + \left(\frac{l_n + c}{2} - Z_g \right)^2 + \left(\frac{a}{2} - X_g \right)^2 \right] + \right. \\ \left. + \frac{V_n}{2} \left[\frac{1}{16} \left(d^2 + \frac{l_n^2}{3} \right) + \left(Z_g - Z_{g2} \right)^2 + \left(X_g - X_{g2} \right)^2 \right] \right\}$$

Sostituendo i valori determinati:

$$J_{yy} = 364978 \text{ g cm}^2$$

Calcoliamo anche i momenti centrifughi.

$$J_{xz} = \rho \left\{ V_h (Z_{g1} - Z_g) (X_{g1} - X_g) + \frac{V_n}{2} (Z_{g2} - Z_g) (X_{g2} - X_g) \right\}$$

Anche qui, sostituendo i valori numeri otteniamo:

$$J_{xz} = 13867 \text{ g } \text{cm}^2$$

J_{yz} e J_{xy} risultano essere nulli perche' il piano $y = 0$ risulta essere di simmetria.

Le componenti del tensore di inerzia per questo segmento risultano quindi essere:

307433	0	13867
0	364978	0
13867	0	199544

I momenti d'inerzia principali sono gli autovalori di questa matrice. (i valori sono stati divisi per mille per avere numeri piu' maneggiabili).

$$\begin{vmatrix} 307.433 - J & 0 & 13.867 \\ 0 & 364.978 - J & 0 \\ 13.867 & 0 & 199.544 - J \end{vmatrix} = 0$$

Eseguendo la serie di calcoli che esso comporta si ottiene l'equazione di terzo grado:

$$J^3 - 871.955 J^2 + 246189 J - 22319907 = 0$$

Le soluzioni, ricavate numericamente, di questa equazione sono:

$$J_1 = 197.79 \text{ kg cm}^2 \quad J_2 = 309.20 \text{ kg cm}^2 \quad J_3 = 365.00 \text{ kg cm}^2$$

Calcoliamo ora i coseni direttori degli assi principali di inerzia, rispetto alla terna baricentrica.

$$(J_{xx} - J)n_1 + J_{yx}n_2 + J_{zx}n_3 = 0$$

$$J_{xy}n_1 + (J_{yy} - J)n_2 + J_{zy}n_3 = 0$$

$$J_{xz}n_1 + J_{yz}n_2 + (J_{zz} - J)n_3 = 0$$

Per $J = J_1$ otteniamo:

$$n_1 = -0.1275 \quad n_2 = 0 \quad n_3 = 0.9918$$

Per $J = J_2$ otteniamo:

$$n_1 = 0.9921 \quad n_2 = 0 \quad n_3 = 0.1255$$

Per $J = J_3$ otteniamo:

$$n_1 = 0 \quad n_2 = 1.0000 \quad n_3 = 0$$

Operiamo ora un confronto tra i valori calcolati e i valori medi del campione di popolazione determinato per ricavare le equazioni di regressione. Nella tabella che segue si riportano i valori calcolati tramite il modello e i valori medi.

grandezza	modello	valore medio	unita' di misura
lunghezza	24.02	24.02	cm
larghezza	12.74	15.32	cm
circ	59.89	57.27	cm
volume	4890	4890	cm ³
momento di inerzia asse x	309187	294117	g cm ²
momento di inerzia asse y	364978	332888	g cm ²
momento di inerzia asse z	197790	160832	g cm ²

Come si puo' vedere dalla comparazione dei valori si ha una discreta coincidenza di risultati e questo autorizza a ritenere che le scelte effettuate per la costruzione del modello siano valide, soprattutto quelle riguardanti la forma da assegnare ai singoli segmenti e la costanza della densita'.

CAP.3 PROGRAMMA ANTROPOS

Per la determinazione del movimento di un sistema di corpi rigidi e' necessaria la conoscenza di numerosi parametri geometrici e inerziali. Come visto nel capitolo 1, il corpo umano e' schematizzato come un insieme di cinque catene di corpi rigidi collegate ad un unico elemento; ogni parte della catena rappresenta un segmento corporeo. Per poter determinare tutte le grandezze di interesse (massa, volume, momenti di inerzia, coseni direttori delle direzioni principali) per ogni segmento corporeo, possono essere necessari fino a quattro parametri caratterizzanti la geometria del segmento e tenendo presente che nella segmentazione del corpo umano da noi compiuta sono state individuate 14 parti distinte, tronco, testa, braccia, avambracci, mani, cosce, gambe, piedi, ne consegue che abbiamo la necessita' di trattare un cospicuo numero di variabili. Si e' quindi provveduto a realizzare un programma per eseguire i calcoli necessari della determinazione dei parametri geometrici e del tensore di inerzia caratterizzanti ogni segmento corporeo partendo da alcuni dati antropometrici assunti fondamentali. E' stato cosi' sviluppato il programma Antropos, che puo' essere usato in due modi diversi: nella prima modalita' esso puo' essere lanciato direttamente dalla linea di comando DOS immettendo solamente il valore di altezza e peso, (nonche' il

nome di un file destinato a contenere i risultati).

La seconda modalita' di Antropos, permette di settare tutte i parametri geometrici tipici per ogni segmento, consentendo cosi' una descrizione piu' completa ed accurata di ognuno di essi i cui scopi sono chiariti nel seguito.

La fig. 3.1.1 visualizza il comportamento esterno del funzionamento della prima modalita' di Antropos. In essa sono rappresentati i valori di ingresso e uscita.

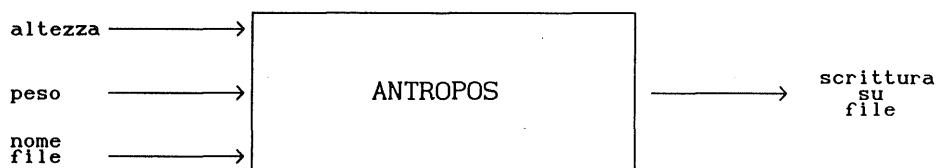


Fig.3.1.1 Diagramma della prima modalita' di ANTROPOS.

E' questa una versione adatta nel caso si conoscano soltanto i valori di altezza e peso del soggetto, che sono ritenuti fondamentali mentre tutti gli altri parametri geometrici siano sconosciuti. Le grandezze di interesse vengono determinate tramite equazioni statistiche, dette di regressione, le quali consentono la quantificazione dei parametri di inerzia, noti i valori di alcuni parametri geometrici. Per ulteriori chiarimenti sulle equazioni di regressione vedi par.2.5.

Nella prima modalita' di Antropos sono usate le equazioni

di regressione che presentano il valore minore del coefficiente di correlazione lineare (vedi par. 2.5) tra la gamma di relazioni proposte per il calcolo della stessa grandezza, e quindi esse presentano anche il valore maggiore della varianza; di conseguenza abbiamo che i risultati calcolati sono affetti da un grado di approssimazione elevato; cio' e' dovuto al fatto che bisogna correlare ogni dimensione corporea con questi due soli parametri il che comporta un elevato grado di aleatorietà nella determinazione dei rapporti geometrici esistenti tra le varie grandezze e i valori di altezza e peso. Questo non significa che i risultati determinati in tale modalita' siano inattendibili, ma solo che e' possibile ottenere stime piu' vicine ai valori veri usando delle equazioni di regressione che consentano l'uso di altre grandezze geometriche.

La conoscenza di ulteriori parametri dimensionali, infatti, permette di essere piu' precisi nella descrizione geometrica di ogni singolo segmento, e quindi possono essere usate delle equazioni di regressione che presentano un valore del coefficiente di correlazione lineare maggiore, con la conseguenza di stime piu' precise per i parametri di inerzia. A tale proposito e' stata elaborata una seconda modalita' di Antropos che permette di settare tutte le variabili tipiche per ogni segmento, conseguentemente e' in grado di scegliere l'equazione di regressione che presenta il valore massimo del coefficiente di correlazione lineare compatibilmente con i

parametri settati. La fig. 3.1.2 visualizza il comportamento esterno di questa modalita' di Antropos; anche in questo caso sono evidenziati i dati di ingresso e i dati di uscita.

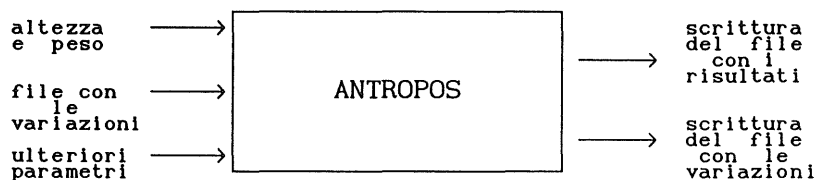


Fig.3.1.2 Diagramma della seconda modalita' di ANTROPOS.

Vediamo piu' in dettaglio l'uso del programma. La prima versione di Antropos richiede come valori di input altezza, peso, nome del file nel quale scrivere i risultati. Nel caso non si rispetti tale ordine, viene visualizzato un messaggio di errore contemporaneamente ad un messaggio di aiuto; il primo dice dove si e' verificato l'errore, mentre il secondo mostra un esempio di immissione corretta dei valori. In questo caso non viene effettuato nessun calcolo e il controllo dell'elaboratore viene passato al sistema operativo. L'unica interfaccia con l'utente e' la linea di comando DOS.

La seconda versione di Antropos si presenta con una interfaccia utente piu' esauriente e completa, dato il diverso scopo del programma. Consentendo infatti di poter settare

tutte le variabili previste, ne sono state individuate 47, era necessario che esso si presentasse in modo di facilitare l'immissione di tutti o una parte di questi valori. Il programma prevede quindi tre livelli di menu', nei quali sono divise, per appartenenza ai rispettivi segmenti, le 47 variabili. Nella fig. 3.1.3 viene riportata la schermata della seconda modalita' di Antropos, nella quale e' visibile la suddivisione dei parametri geometrici, in base al segmento di appartenenza.

Inserisci le misure antropometriche note	
1 --> Solo altezza e peso	1 --> Busto
2 --> Altre grandezze	2 --> Braccio sinistro
3 --> Carica file con modifiche	3 --> Avambraccio sinistro
4 --> Stampa su disco	4 --> Mano sinistra
5 --> Azzeramento valori	5 --> Braccio destro
6 --> Uscita	6 --> Avambraccio destro
	7 --> Mano destra
1 --> Lunghezza dito medio	8 --> Coscia sinistra
2 --> Circ mano alle falangi meta.	9 --> Gamba sinistra
3 --> Lunghezza della mano	F1 --> Piede sinistro
	F2 --> Coscia destra
	F3 --> Gamba destra
	F4 --> Piede destro
	F5 --> Testa

Le FRECCE o i NUMERI per muovere ENTER per selezionare ESC per uscire

Fig.3.1.3 Interfaccia utente della seconda modalita' di Antropos.

Il programma oltre a scrivere il file contenente i risultati, ne scrive un secondo nel quale sono riportate le grandezze usate per generare il file dei risultati. Questo e' stato fatto per evitare di doverle settare nuovamente nel caso si voglia variare qualche valore rispetto ad una situazione precedente; e' sufficiente fare leggere ad Antropos il file che contiene le grandezze gia' settate ed eseguire le modifiche volute. Il file che contiene i valori che sono stati immessi per generare i risultati, ha lo stesso nome del file nel quale vengono scritti i risultati, soltanto che si presenta con una estensione differente. Per maggiori dettagli sui comandi e sulla lettura dei file si rimanda al manuale d'uso.

CAP.4 PRINCIPI DI GRAFICA TRIDIMENSIONALE

INTRODUZIONE

Nell'ambito della Computer Graphics le trasformazioni tridimensionali e prospettiche giocano un ruolo di primaria importanza. Le prime vengono utilizzate nella modellazione per esprimere la posizione di oggetti l'uno rispetto agli altri, per realizzare l'effetto di differenti punti di vista e direzioni di vista; le seconde invece servono per rappresentare su uno schermo una scena tridimensionale. Entrambe portano alla generazione di un punto (x',y',z') partendo dal punto originario (x,y,z) ; in questa maniera per ottenere un segmento trasformato e' sufficiente trasformare i suoi punti estremi e tracciare la retta che li unisce. Tali trasformazioni devono essere eseguite ripetutamente nel caso in cui l'oggetto o il punto di vista si spostano ed e' quindi opportuno realizzarle in maniera efficiente tramite algoritmi che facciano uso di matrici (matrici di trasformazione)[21]. (Rispetto al testo citato, nel nostro lavoro abbiamo utilizzato la notazione matrice per vettore colonna anziche' vettore riga per matrice. Inoltre abbiamo considerato positive le rotazioni secondo la regola della mano destra invece che sinistra).

Nota sull'uso delle coordinate omogenee

Nella risoluzione dei problemi di trasformazioni geometriche e prospettiche si fa uso delle coordinate omogenee. La rappresentazione di un punto nello spazio a n dimensioni richiede n coordinate dette ordinarie; la rappresentazione dello stesso punto richiede $n+1$ coordinate omogenee. Ad esempio il punto $P(x,y,z,)$ puo' essere rappresentato con $P(wx,wy,wz)$ per qualsiasi $w \neq 0$. Da un punto di vista matematico la scelta di w non ha alcuna importanza, mentre si rivela determinante quando si ha a che fare con un computer con hardware in grado di trattare solo numeri interi. In genere il piu' grande numero intero che puo' essere rappresentato da una parola e' $(2^{n-1}-1)$, dove n e' il numero massimo di bits presenti nella parola. Per i normali computers a 16 bits usati per impieghi di grafica tale valore e' 32767; cio' e' accettabile per molte applicazioni ma a volte e' necessario trattare numeri interi piu' grandi. Se ogni coordinata ha un valore inferiore a 32767 si puo' porre $w = 1$ rappresentando cosi' direttamente tale valore. Se invece si avesse $P(40000,40000,40000)$ si potrebbe porre $w = 0.5$ ottenendo cosi' numeri accettabili per il computer a 16 bits.

Un'altra ragione che consiglia l'uso di coordinate omogenee e' strettamente dipendente dall'approccio matriciale utilizzato. Nel caso piu' semplice di trasformazioni bidimensionali si vede che non e' possibile introdurre in una matrice 2×2 le costanti di una eventuale traslazione.

Per far cio' e' necessario che la matrice diventi 2x3 del tipo $\begin{vmatrix} 1 & 0 & m \\ 0 & 1 & n \end{vmatrix}$. Ma per poter moltiplicare il vettore punto per questa matrice bisogna che il numero delle colonne sia uguale al numero di righe della matrice di trasformazione, cioe':

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & m \\ 0 & 1 & n \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ 1 \end{vmatrix}$$

Tuttavia una matrice 2x3, essendo rettangolare, non puo' avere una inversa e quindi e' necessario trasformarla in:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & m \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

aggiungendo una riga. Si noti che la terza componente del vettore posizione non risente dell'aggiunta di tale riga.

Possiamo facilmente estendere queste considerazioni alle trasformazioni tridimensionali. Le matrici diventeranno 4x4 e il loro ufficio sara' di esprimere i punti in diversi sistemi di riferimento oppure di spostarli in una nuova posizione (x',y',z').

4.1 TRASLAZIONE

$$\begin{vmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{vmatrix}$$

T_x , T_y , T_z sono le componenti della traslazione nelle direzioni x , y , z .

4.2 ROTAZIONE

Attorno asse x :

$$\begin{vmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\vartheta & -\sin\vartheta & 0 \\ 0 & \sin\vartheta & \cos\vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{vmatrix}$$

Attorno asse y :

$$\begin{vmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\vartheta & 0 & \sin\vartheta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\vartheta & 0 & \cos\vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{vmatrix}$$

Attorno asse z :

$$\begin{vmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\vartheta & -\sin\vartheta & 0 & 0 \\ \sin\vartheta & \cos\vartheta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{vmatrix}$$

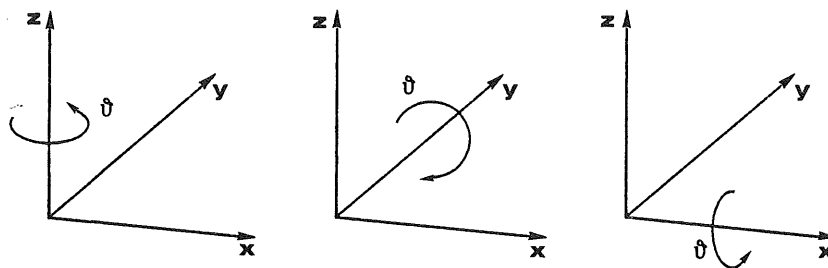


Fig.4.2.1 Le rotazioni intorno agli assi x,y,z. Gli angoli sono misurati con la regola della mano destra.

Per effettuare la rotazione intorno a un asse generico, di cui siano noti un punto (x,y,z) ed i coseni direttori (a,b,c), si può procedere nel seguente modo :

dapprima traslare il sistema di riferimento in modo che l'origine coincida con il punto (x,y,z), realizzare le rotazioni attorno agli assi x e y in modo da far coincidere l'asse z con l'asse di rotazione, eseguire la rotazione attorno all'asse z ed infine riportare il riferimento nella posizione iniziale.

4.3 VARIAZIONE DI SCALA

$$\begin{vmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{vmatrix}$$

con S_x, S_y, S_z fattori di scala. Questa trasformazione è utile per modificare le dimensioni di un oggetto lungo gli assi cartesiani.

4.4 CONCATENAZIONE DI TRASFORMAZIONI

La forma matriciale presenta il notevole vantaggio di rendere semplice e immediata la concatenazione di piu' trasformazioni. Infatti se un punto subisce ad esempio 3 trasformazioni rappresentate dalle matrici T_1, T_2, T_3 , e' possibile semplicemente moltiplicare tra loro queste matrici (in ordine inverso) ottenendo un'unica matrice di trasformazione:

$$\begin{vmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} T_3 & T_2 & T_1 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{vmatrix}$$

4.5 VISUALIZZAZIONE E TRASFORMAZIONE PROSPETTICA

Consideriamo un oggetto in uno spazio tridimensionale; le coordinate dei punti che lo definiscono sono calcolate rispetto a una terna fissa che costituisce il sistema di coordinate "world" (x_w, y_w, z_w) (WCS). Per calcolare la posizione dell'oggetto sullo schermo del terminale e' innanzitutto necessario trasformare le coordinate di ciascun punto (coord.world) in coordinate "eye" (x_e, y_e, z_e) (ECS); il sistema di coordinate eye e' una terna cartesiana sinistra avente l' origine nel punto di vista e l'asse z_e diretto verso il punto osservato. Per punto osservato si intende un punto, diverso dall'origine, che insieme al punto di vista definisce la direzione di vista.

$$\begin{vmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \\ 1 \end{vmatrix} = V \begin{vmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{vmatrix}$$

La matrice V esprime la trasformazione di visualizzazione ed e' in generale composta da diverse rotazioni e traslazioni dipendenti dalla posizione del punto di vista e dalla direzione di vista. In altri termini esso definisce la posizione relativa della terna world rispetto al riferimento eye; in forma simbolica M_{e-w} (il sistema di riferimento world verrebbe indicato anche con l'indice (0)).

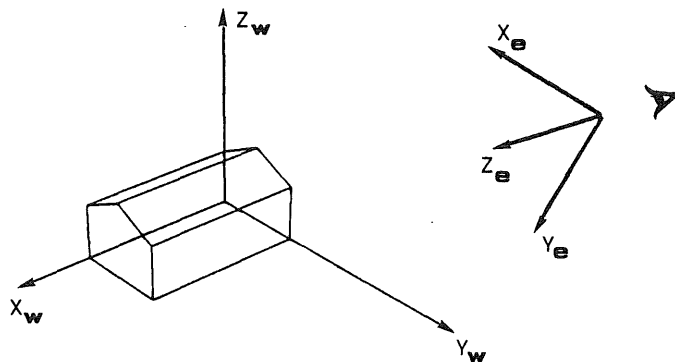


Fig.4.5.1 Il sistema di coordinate eye: l'asse $z_{e'}$ rivolto verso il punto osservato. La terna e' sinistra.

L'immagine prospettica puo' essere realizzata molto semplicemente proiettando ciascun punto dell'oggetto sul piano dello schermo e trovando quindi le nuove coordinate "screen" x_s e y_s (SCS).

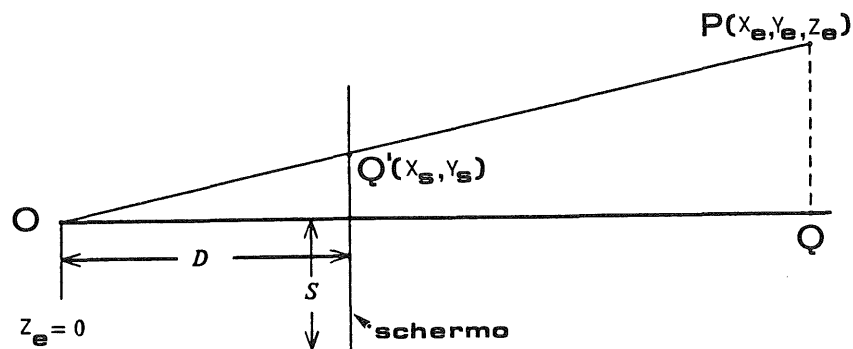


Fig.4.5.2 Proiezione prospettica sullo schermo del punto P
D e S sono i parametri di prospettiva;
D/S e' il rapporto di prospettiva.

Consideriamo il piano $y_e z_e$; data la similitudine dei triangoli $OQ'P'$ e OQP si ha che $y_s / D = y_e / z_e$.

Analogamente considerando il piano $x_e z_e$ si ottiene $x_s / D = x_e / z_e$.

Per ottenere valori adimensionali e' possibile dividere per la dimensione dello schermo:

$$x_s = \frac{D x_e}{S z_e} \qquad y_s = \frac{D y_e}{S z_e}$$

D/S piccolo significa grande apertura (obiettivo grandangolare)

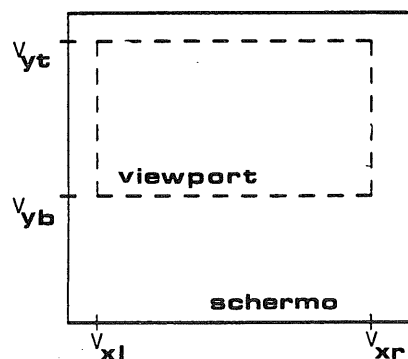
D/S grande significa piccola apertura (teleobiettivo)

Agendo su questo rapporto e' quindi possibile ottenere una visione piu' o meno ravvicinata di un oggetto o di una scena (effetto di zoom).

Se si desidera visualizzare l'immagine in una zona particolare dello schermo (viewport) le coordinate screen risultano:

$$x_s = \frac{D x_e}{S z_e} V_{sx} + V_{cx} \qquad y_s = \frac{D y_e}{S z_e} V_{sy} + V_{cy}$$

La viewport e' centrata in (V_{cx}, V_{cy}) , ha larghezza $2V_{sx}$ e altezza $2V_{sy}$. Questi parametri possono essere ricavati noti i parametri della viewport:



$$V_{cx} = \frac{V_{xl} + V_{xr}}{2}$$

$$V_{sy} = \frac{V_{yr} - V_{yl}}{2}$$

Fig.4.5.3 Definizione della viewport.

4.6 CLIPPING TRIDIMENSIONALE

Il clipping e' un'operazione che serve ad eliminare quelle parti della scena che fuoriescono dai limiti della viewport.

L'applicazione delle equazioni viste al paragrafo precedente comporta due effetti non desiderati:

- 1) Oggetti posti dietro il punto di vista possono apparire sullo schermo.
- 2) Oggetti possono oltrepassare i limiti della viewport.

Per evitarli e' possibile operare un controllo in coordinate eye in modo tale che tutti i punti siano contenuti in una "piramide di vista" rappresentante la parte di spazio vista dall'osservatore.

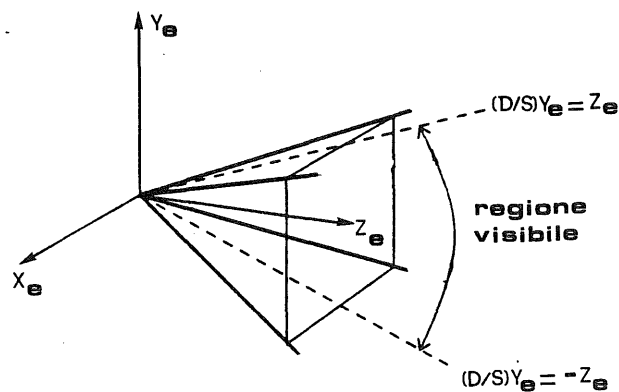


Fig.4.6.1 La piramide di vista costituisce una regione nel sistema di coordinate eye dove gli oggetti risultano visibili.

Affinche' un punto sia visibile dovranno essere verificate le due condizioni:

$$-z_e \leq (D/S) x_e \leq z_e \quad -z_e \leq (D/S) y_e \leq z_e$$

Se un punto non soddisfa queste condizioni non viene visualizzato; se le soddisfa si determina la sua proiezione sullo schermo.

Piu' complicato e' il clipping di linee: una linea non viene visualizzata se nessuna sua parte interseca la piramide altrimenti vengono calcolate le coordinate dei punti di intersezione, vengono trasformate in coordinate screen e poi viene tracciata la linea congiungente i due punti.

4.7 PROFONDITA' PROSPETTICA

Per risolvere il problema della eliminazione delle linee o superfici nascoste e' necessario sapere la profondita' di ciascun punto rappresentato sullo schermo bidimensionale al fine di individuare quali superfici nascondano linee o altre superfici. E' quindi opportuno introdurre una terza coordinata nel sistema screen (z_s) con lo scopo di mantenere l'informazione della profondita' legata a ciascun punto. E' infatti evidente che possano esistere punti a diversa distanza dallo schermo le cui proiezioni coincidono.

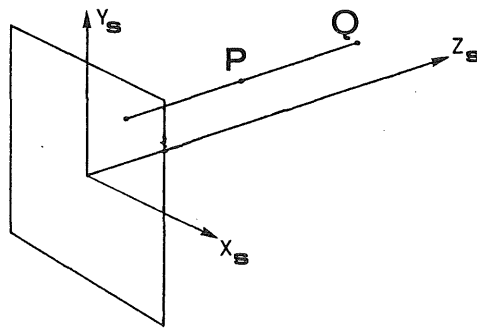


Fig.4.7.1 Introduzione della terza coordinata schermo.

La figura mostra come il sistema di coordinate screen tridimensionale semplifichi la soluzione del problema delle superfici nascoste: i punti P e Q sono rappresentati sullo schermo da uno stesso punto, pur essendo P piu' vicino ad esso rispetto a Q.

Per il calcolo della coordinata di profondita' z_s e' necessario che linee rette nel sistema di coordinate eye rimangano tali anche nel sistema di coordinate screen. Lo stesso discorso vale per i piani:

$$ax_e + by_e + cz_e + d = 0 \longrightarrow a'x_s + b'y_s + c'z_s + d' = 0$$

Supponendo, per semplicita', $D/S = 1$, $V_{sx} = V_{sy} = 1$ e $V_{cx} = V_{cy} = 0$ e' possibile verificare che la relazione:

$$z_s = \alpha + \frac{\beta}{z_e}$$

soddisfa la condizione imposta. Scegliendo opportunamente i valori di α e β si ottiene un conveniente intervallo per z_s .

Un primo criterio di scelta si basa sulla risoluzione di profondità: essendo $D \leq z_e \leq F$, si possono scegliere α e β in modo che $z_e = D$ corrisponda allo z_s piu' piccolo e che $z_e = F$ corrisponda a quello piu' grande; la piramide di vista risulta cosi' limitata da due piani.

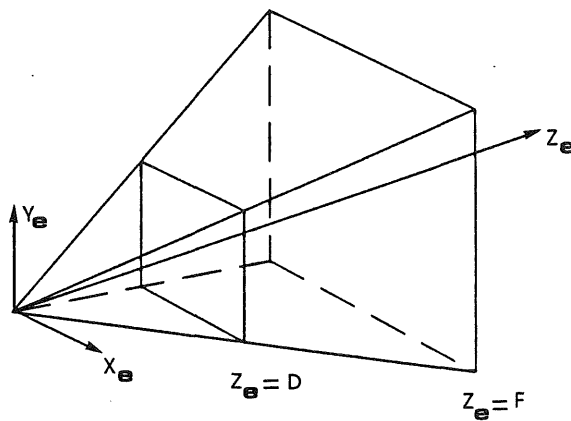


Fig.4.7.2 Piramide visiva troncata : i punti visibili devono avere z_e compresa tra D e F.

Per comodita' si adotta la convenzione: $0 \leq z_s \leq 1$

$$-1 \leq y_s \leq 1$$

$$-1 \leq x_s \leq 1$$

Quindi si ha :

$$x_s = \frac{x_e}{w}, \quad y_s = \frac{y_e}{w}, \quad z_s = \frac{S (z_e / D - 1)}{w (1 - D/F)}, \quad w = \frac{S z_e}{D}$$

In forma matriciale tutto cio' puo' essere cosi' espresso:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \\ 1_e \end{bmatrix}$$

con

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{S}{D(1-D/F)} & \frac{-S}{1-D/F} \\ 0 & 0 & \frac{S}{D} & 0 \end{bmatrix}$$

Normalizzando il punto si ottiene la proiezione prospettica x_s, y_s del punto stesso sul piano dello schermo.

$$x_s = \frac{x}{w}, \quad y_s = \frac{y}{w}, \quad z_s = \frac{z}{w}$$

La matrice P , che verra' anche indicata con il simbolo M_p , contiene tutti i parametri di trasformazione prospettica e puo' essere concatenata con le trasformazioni di visualizzazione ottenendo una singola matrice che trasforma le coordinate world in coordinate (x, y, z, w) che indicheremo con il termine di coordinate prospettiche.

In forma simbolica :

$$P_{(0)} = M_p M_{e0} P_{(0)} = M_{p0} P_{(0)}$$

Se non si limita la risoluzione di profondita', la matrice

di prospettiva diventa uguale alla matrice P in cui si fa tendere a infinito il valore di F.

Il clipping deve essere eseguito prima di dividere le coordinate (x,y,z) per w . Le condizioni diventano :

$$-w \leq x \leq w$$

$$-w \leq y \leq w$$

Esse garantiscono che le linee vengano limitate alla parte davanti all'occhio ($w \geq 0$) e all'interno della piramide di vista. Inoltre la limitazione dell'estensione in profondita' di linee e' data da :

$$0 \leq z \leq w$$

L'algoritmo di clipping risulta semplificato facendo uso di un particolare sistema di riferimento : le coordinate "window-edge".

Il punto (x,y,z,w) e' rappresentato da un vettore a 6 componenti del tipo $\begin{bmatrix} w+x & w-x & w+y & w-y & 0+z & w-z \end{bmatrix}^T$ che tiene conto delle distanze dai piani che costituiscono le limitazioni di clipping ; una distanza negativa indica che una coordinata e' fuori dalla regione permessa e la retta deve essere "clippata".

Supponiamo di avere una linea descritta dai suoi due vertici in coordinate window-edge ; un suo estremo cade dentro i limiti ($w_1 + x_1 > 0$) mentre l'altro e' fuori ($w_2 + x_2 < 0$) (queste due quantita' esprimono la distanza dal piano $x = -w$; la retta quindi attraversa il piano).

I punti abbiano coordinate $P_1(x_1, y_1, z_1, w_1)$ e $P_2(x_2, y_2, z_2, w_2)$;
in forma parametrica la retta che li unisce ha equazione :

$$x = t(x_2 - x_1) + x_1$$

$$y = t(y_2 - y_1) + y_1$$

$$z = t(z_2 - z_1) + z_1$$

$$w = t(w_2 - w_1) + w_1$$

E' immediato constatare che il valore del parametro t
all'intersezione della retta con il piano $x+w = 0$ vale :

$$t = \frac{w_1 + x_1}{(w_1 + x_1) - (w_2 + x_2)}$$

$t=0$	primo estremo
$t=1$	secondo estremo

Ricavato il valore di t , si possono facilmente calcolare x, y, z e w de
punto di intersezione ; ad esempio $x = t (x_2 - x_1) + x_1$.

4.8 CLIPPING BIDIMENSIONALE

Per visualizzare una parte di un'immagine ingrandita non e'
sufficiente applicare l'opportuna scala e traslazione : occorre
anche determinare quali parti della figura sono visibili e quali
no oltre al fatto che alcune linee possono essere in parte
interne e in parte esterne alla porzione visibile.

Il clipping e' una procedura che determina le parti
visibili e quelle invisibili di una data immagine ed e' basato

sulla verifica di due semplici disuguaglianze :

$$x_{\text{sin}} \leq x \leq x_{\text{des}} \quad y_{\text{basso}} \leq y \leq y_{\text{alto}}$$

dove $x_{\text{sin}}, x_{\text{des}}, y_{\text{basso}}, y_{\text{alto}}$ sono le posizioni dei limiti dello schermo.

E' pero' evidente che non e' possibile applicare direttamente queste disuguaglianze , in quanto sarebbe necessario considerare ciascun punto costituente l'immagine rendendo il procedimento troppo lungo e oneroso. Sono stati percio' messi a punto degli algoritmi di clipping piu' potenti e che si applicano a linee, poligoni o caratteri. Un algoritmo per il clipping di linee e' stato sviluppato da Cohen e Sutherland [18] ed e' cosi' strutturato : si verifica se la linea giace interamente nello schermo oppure e' completamente esterna e in questo caso viene scartata.

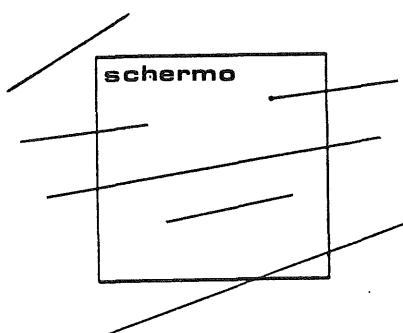


Fig.4.8.1 Diverse posizioni di segmenti rispetto allo schermo.

Se nessuno di questi due casi si verifica, la linea viene divisa in due parti e lo stesso test viene applicato a ciascuna di esse.

Il test per effettuare lo scarto viene fatto considerando il prolungamento dei limiti dello schermo in modo da evidenziare 9 regioni, a ciascuna delle quali e' assegnato un codice di 4 bits che viene abbinato ai vertici della linea in esame :

1001	1000	1010
0001	schermo 0000	0010
0101	0100	0110

Evidentemente la linea giace interamente nello schermo se i codici dei suoi vertici sono entrambi uguali a 0 ; essa invece e' completamente esterna se l'intersezione logica tra i due codici e' diversa da 0.

Se la linea non puo' essere scartata si deve procedere alla sua suddivisione trovando il punto di intersezione con lo schermo e scartando la parte piu' esterna.

4.9 LA MODELLAZIONE

Concludiamo il capitolo con qualche cenno sulla modellazione di scene tridimensionali, che puo' essere vista come costituita

da due parti, la geometria e la topologia.

La geometria serve per descrivere gli oggetti da un punto di vista quantitativo (ad esempio la posizione di un punto), mentre la topologia registra la struttura di una scena, cioè come i diversi punti sono legati a formare un poligono, come i poligoni compongono i poliedri e come questi ultimi formano gli oggetti della scena.

Per costruire un modello geometrico di una immagine tridimensionale e' necessario individuare la posizione dei punti in un sistema di coordinate, la cui origine e le direzioni degli assi possono essere determinate liberamente; in pratica per generare una vista di una scena tridimensionale bisogna specificare il punto di vista, la direzione di visualizzazione e l'apertura del campo visivo.

Come elemento base per la modellazione tridimensionale e' conveniente utilizzare la primitiva "poliedro", che puo' essere modellato definendone le facce, ciascuna delle quali e' costituita da un poligono piano a sua volta modellabile con un elenco ordinato dei suoi vertici o dei suoi lati.

Ai fini della eliminazione delle superfici nascoste e' importante poter distinguere i due "lati" di una faccia del poliedro: quello interno al poliedro e quindi non visibile, e quello esterno, visibile. Per raggiungere lo scopo si puo' utilizzare l'equazione del piano della faccia: se $P(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ e' un punto non appartenente al piano, il segno dell'espressione

$a\bar{x}+b\bar{y}+c\bar{z}+d$ determina da quale parte si trova un punto rispetto al piano; per convenzione si può assumere che i punti esterni al poliedro diano luogo a una disuguaglianza positiva.

Il realismo della rappresentazione costituisce un obiettivo da perseguire soprattutto attraverso un realismo nella modellazione, anche se una certa influenza viene esercitata dalla tecnica di rappresentazione. In generale all'aumentare della complessità del modello aumenta il realismo della scena rappresentata ; ma parallelamente cresce anche il numero di calcoli necessari a generare le diverse viste e quindi aumenta considerevolmente il tempo di elaborazione. Se si pensa al fatto di dover rappresentare una scena in movimento con eliminazione delle linee nascoste, risulta evidente come un elevato tempo di elaborazione penalizzi pesantemente l'efficacia della simulazione.

In definitiva si tratta di trovare, in base alla tecnica di rappresentazione e di eliminazione delle parti nascoste, un valido compromesso tra realismo e rapidità di elaborazione.

Gli aspetti topologici e geometrici del modello da rappresentare devono essere espressi in una forma conveniente per poter essere utilizzati dagli algoritmi di visualizzazione e di eliminazione delle linee nascoste. La scelta della struttura dati è quindi direttamente dipendente dagli algoritmi che si intendono utilizzare : una scelta non corretta si traduce, in generale, in una perdita di efficienza della rappresentazione.

CAP.5 PROGRAMMA GRAPHMAN

5.1 GENERALITA'

Come affermato nell'introduzione generale, uno degli aspetti di cui ci siamo occupati e che abbiamo sviluppato in maniera consistente e' quello relativo alla rappresentazione grafica del modello antropomorfo in tre dimensioni.

La rappresentazione fino ad ora utilizzata presso l'istituto e' quella a "stick figures", ottenuta molto semplicemente unendo con un segmento i punti che individuano le varie articolazioni. E' evidente come una simile rappresentazione, oltre a fornire una immagine del modello ben lontana dalla realta', risulti inadeguata, in quanto a leggibilita' e chiarezza, alla rappresentazione di movimenti spaziali.

Come si vede dalla Fig.5.1.1, alcune posizioni assunte dall'atleta risultano di difficile, se non impossibile, interpretazione; una rappresentazione tridimensionale, unitamente alla eliminazione delle parti nascoste, sarebbe certamente piu' idonea allo scopo consentendo tra l'altro di apprezzare ad esempio il movimento di rotazione degli arti intorno al loro asse longitudinale.

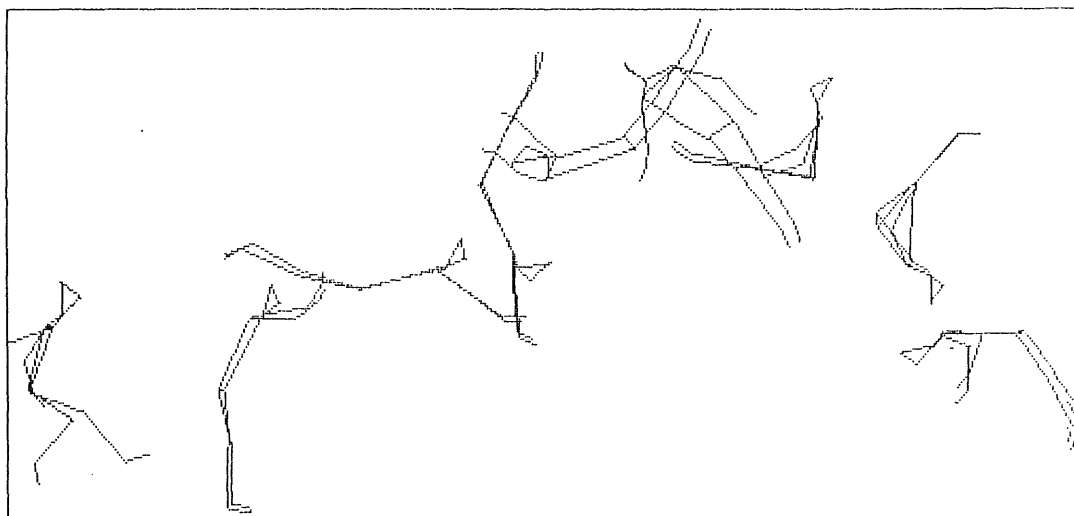


Fig.5.1.1 Rappresentazione a sticks delle posizioni assunte da un atleta durante un esercizio di volteggio al cavallo.

Il nostro lavoro e' quindi consisitito nel "vestire" l'atleta (il che ci ha valso il simpatico appellativo di "sarti") per fargli assumere un aspetto "tridimensionale".

Facendo esplicito riferimento all'utilizzo del programma ci e' parso utile poter vedere l'esercizio ginnico da piu' posizioni rappresentate da 6 telecamere diverse : passando da l'una all'altra si ha una visione completa della scena che permette di apprezzare tutte le posizioni assunte dall'atleta. Inoltre e' possibile variare a piacere i parametri di prospettiva di ciascuna telecamera ottenendo ad esempio un

effetto di zoom per la visualizzazione di zone particolari della scena.

Un'altro aspetto che abbiamo voluto realizzare e' quello di poter rappresentare il movimento in maniera continua o a steps successivi : nel primo caso si riesce a vedere la traiettoria durante la realizzazione dell' intero esercizio mentre nel secondo si puo' valutare ogni singola posizione assunta dall'atleta tornando se necessario anche all'immagine precedente. Inoltre prima di una nuova visualizzazione si puo' ottenere una cancellazione di quanto rappresentato sullo schermo.

Possiamo cosi' riassumere le specifiche di progetto:

- 1) Visualizzazione in prospettiva di una scena (composta da corpi rigidi) modellata in uno spazio tridimensionale con possibilita' di eliminare le linee nascoste.
- 2) Possibilita' di osservare la scena da diversi punti di vista, identificati da telecamere , e di modificare i parametri di visualizzazione per ciascuna di esse.
- 3) Rappresentare le successive immagini in modo continuo o a steps, con la possibilita' in quest'ultimo caso di percorrere a ritroso la sequenza delle immagini.

4) Possibilita' di cancellare o meno lo schermo prima della visualizzazione.

I passi da compiere per la risoluzione del problema possono essere cosi' riassunti:

- a) scelta del tipo di superfici con cui modellare la scena;
- b) scelta dell'algoritmo di visualizzazione (in particolare l'algoritmo di eliminazione delle linee nascoste);
- c) definizione della struttura dati;
- d) realizzazione del progetto.

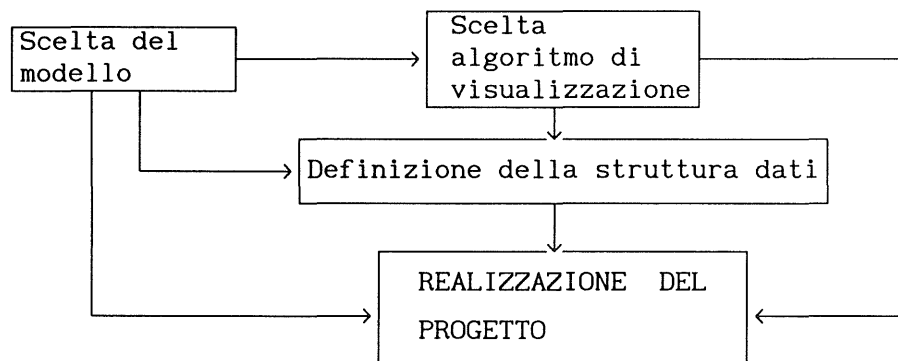


Fig.5.1.2 Interconnessione tra i passi di realizzazione.

Punto a : Modello.

La fase di modellazione riveste un ruolo importantissimo per la realizzazione del progetto in quanto condiziona in modo

notevole le successive scelte e l'architettura del programma.

Un modello semplice influisce in modo positivo sulla velocita' del programma , ma potrebbe comportare una rappresentazione approssimativa o addirittura incomprensibile della scena. Bisogna quindi trovare un compromesso tra realismo della rappresentazione e velocita' di elaborazione tenendo presente i tipi di scene da visualizzare. Abbiamo subito scartato una rappresentazione che facesse uso di superfici cilindriche, con le quali si sarebbe certamente ottenuto un risultato migliore dal punto di vista estetico, ma che non avrebbero consentito di apprezzare in modo chiaro eventuali rotazioni dei segmenti attorno ad un asse longitudinale. Abbiamo optato per un modello a superfici piane in cui i poligoni rappresentano le primitive grafiche per la rappresentazione di superfici e i poliedri per la rappresentazione dei solidi.

Un modello del corpo umano costituito da un insieme di poliedri non soddisfa appieno i requisiti di realismo , ma tenuto conto degli scopi per i quali il programma e' stato realizzato abbiamo preferito privilegiare la semplicita' di implementazione e la velocita' di elaborazione. Una descrizione piu' dettagliata del corpo e' peraltro facilmente ottenibile modificando opportunamente i files di input del programma nei quali e' contenuto il modello della scena.

Abbiamo deciso di modellare ogni poliedro assegnando le

coordinate dei suoi vertici rispetto ad un riferimento solidale con l'oggetto e definendo i poligoni suoi componenti tramite una lista dei vertici.

Risulta evidente che la conoscenza della geometria e della topologia degli oggetti componenti la scena non e' di per se' sufficiente a descrivere completamente la scena stessa ; infatti deve essere nota anche la posizione dei segmenti rispetto ad un riferimento arbitrario che indicheremo con (0). Si noti che questi due tipi di informazione hanno caratteristiche differenti; infatti il modello degli oggetti non cambia durante la rappresentazione , mentre variano le posizioni dei segmenti rispetto al riferimento (0) quando vi e' movimento della scena.

La posizione di un oggetto rispetto ad un riferimento puo' essere data assegnando semplicemente la matrice di posizione relativa calcolata al tempo t . Se si hanno a disposizione le matrici di posizione di tutti i segmenti calcolate a diversi istanti di tempo (fotogramma) puo' ritenersi noto il movimento della scena.

Punto b: Rappresentazione grafica.

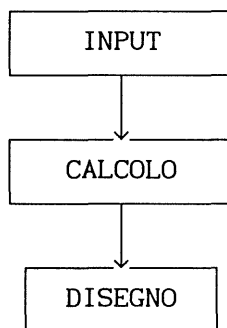
Illustriamo brevemente le varie fasi per la generazione dell'immagine noti i modelli dei segmenti che compongono la scena , le loro posizioni rispetto ad un riferimento arbitrario (0) e i parametri di vista (punto di vista , punto osservato e rapporto di prospettiva).

Possimo distinguere tre fasi principali:

-Input : acquisisce informazioni sul modello, posiziona la telecamera, sceglie le opzioni consentite dal programma.

-Calcolo : trasforma i punti in coordinate dello schermo.

-Disegno : Unisce i punti trasformati con delle linee (nota ovviamente la topologia dei vari segmenti).



La fase di calcolo puo' essere scomposta nelle seguenti trasformazioni elementari espresse usando le notazioni matriciali e le definizioni citate al Capitolo 4 :

1) Lettura della matrice $M_{0,i}$ di posizione del segmento i -esimo rispetto al riferimento arbitrario (0).

2) Calcolo della matrice $M_{e,0}$ di posizione relativa tra

il riferimento (0) e quello della telecamera (ECS)(o di visualizzazione).

3) Calcolo della matrice M_p di prospettiva funzione dei parametri della trasformazione prospettica ed in particolare, se non si pone nessuna limitazione di profondita', del solo rapporto di prospettiva:

$$M_p = M_p(D/S)$$

4) Concatenazione delle singole trasformazioni ottenendo la matrice:

$$M_{p,i} = M_p M_{e,0} M_{0,i} = M_{p,0} M_{0,i}$$

5) Trasformazione dei punti in coordinate prospettiche :

$$P_{(p)} = M_{p,i} P_{(i)}$$

6) Trasformazione dei punti in coordinate dello schermo :

$$P_{(scs)} = P_{SCS} (P_{(p)})$$

dove l'operatore $P_{SCS}()$ normalizza il vettore punto rappresentato in coordinate omogenee:

$$x_{i(ecs)} = x_{i(p)} / w_{(p)} \quad \text{con } i = (1,2,3) \text{ e } w \neq 0$$

Per rappresentare la scena sara' sufficiente unire i punti trasformati in coordinate dello schermo con opportune routines grafiche.

Quanto detto puo' essere riassunto nell'algoritmo di visualizzazione illustrato in Fig. 5.1.3 che costituisce l'ossatura del programma GRAPHMAN.

Questo algoritmo puo' essere facilmente esteso al caso di scene in movimento : bastera' ripetere le fasi di calcolo (notare che le matrici calcolate ai passi 4, 5, 6 non variano se non cambiano i parametri di visualizzazione) e di output grafico per tutti i fotogrammi.

La struttura dati e la descrizione particolareggiata del programma (punti c ,d) verranno discusse dettagliatamente nei successivi paragrafi.

I N P U T	1) legge : modello dei segmenti
	2) legge : PdV, PO, D, S
	3) legge : opzioni

C A L C O L O	4) calcola : $M_{e,0}$ matrice di trasformazione tra il sistema di riferimento arbitrario ed il sistema eye
	5) calcola : M_p matrice di prospettiva
	6) calcola : $M_{p,0} = M_p M_{e,0}$ matrice di trasformazione per il riferimento (0)
	FOR (tutti i segmenti) processa tutti i poliedri
	{ 7) legge: $M_{0,i}$ matrice di posizione del segmento i rispetto al riferimento (0)
	8) calcola : $M_{p,i} = M_{p,0} M_{0,i}$ matrice di trasf. per il riferimento i
	FOR (tutti i punti del segmento)
	{ 9) $P_{(p)} = M_{p,i} \times P_{(i)}$ trasforma i punti in coord prospettiche
	10) $P_{(scs)} = P_ECS(P_{(p)})$ trasforma i punti in coordinate schermo
	}

D I S E G N O	FOR (tutti i segmenti) disegna la scena
	{ FOR (tutti i poligoni del segmento)
	{
	Disegna il poligono unendone i punti
	}

Fig.5.1.3 Algoritmo di visualizzazione

5.2 PROBLEMA DELLE LINEE NASCOSTE : ALGORITMO DI WARNOCK

La rappresentazione tramite computer di scene modellate in uno spazio tridimensionale pone il problema della eliminazione di quelle parti degli oggetti che risultano nascoste alla vista dell'osservatore. E' evidente che le parti da eliminare variano con la scena e con le diverse posizioni che l'osservatore stesso puo' assumere.

L'eliminazione delle parti nascoste e' necessaria al fine di rendere correttamente leggibile l'immagine. Un semplice esempio mostra come cio' sia di fondamentale importanza anche nel caso di scene poco complesse :

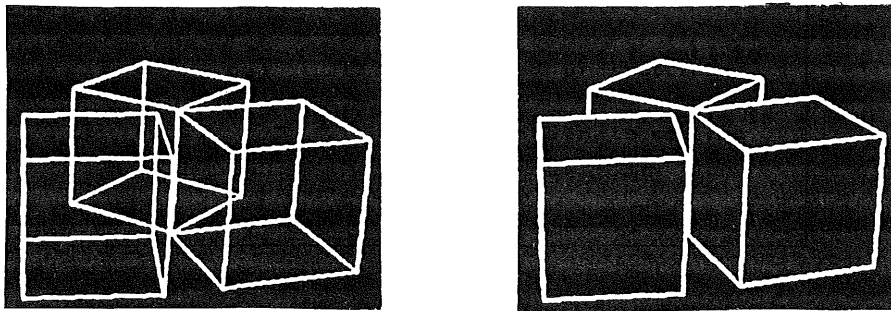


Fig.5.2.1 Esempio di cancellazione linee nascoste.

Il problema e' quindi di fondamentale importanza nella Computer Graphics e comincio' ad essere affrontato negli anni '60 per quanto riguarda l'eliminazione delle linee nascoste (hidden-line

problem) dato che allora i display grafici erano di tipo "vector", cioe' in grado di rappresentare soltanto delle linee tra due punti qualsiasi dello schermo.

Con il progredire della tecnologia che ha portato all'uso dei terminali "raster" (scansione ciclica di tutti i punti dello schermo) il problema divento' quello di eliminare le superfici con le quali si rappresentavano gli oggetti (hidden-surface problem).

Sono stati messi a punto diversi algoritmi che risolvono in maniera piu' o meno efficiente il problema; nella maggioranza dei casi si opera un ordinamento geometrico tra gli oggetti e le parti di ciascuno di essi in modo da distinguere quelle da rappresentare e quelle nascoste da eliminare.

E' possibile fare una suddivisione degli algoritmi in 3 categorie :

a) Algoritmi che operano nello spazio-oggetto, cioe' nel sistema di coordinate in cui e' costruito il modello.

b) Algoritmi che operano nello spazio-immagine, cioe' in uno spazio bidimensionale nel quale il modello e' rappresentato sullo schermo tramite proiezione prospettica.

c) Algoritmi che stabiliscono le prioritaa' spaziali degli oggetti rispetto all'osservatore ricreandone l'ordine nella proiezione.

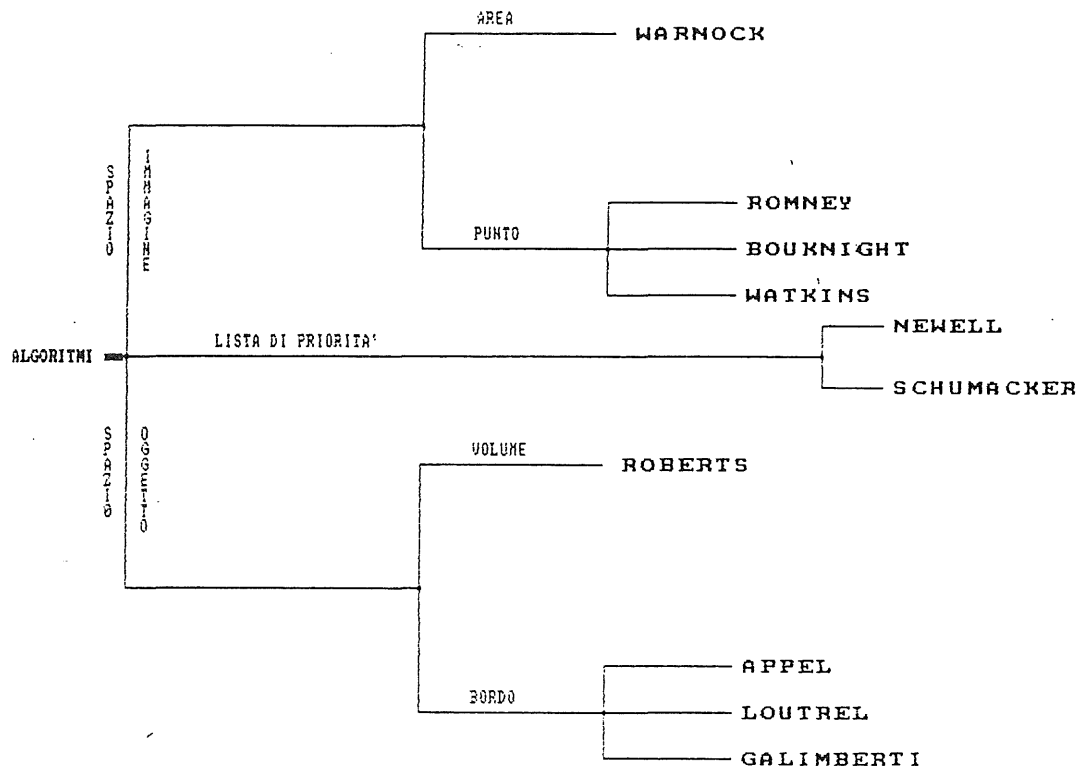


Fig.5.2.2 Rappresentazione ad albero dei tipi di algoritmo

Gli algoritmi che risolvono il problema dell'eliminazione delle parti nascoste nello spazio-oggetto ricercano una soluzione esatta del problema, per quanto permesso dalla capacità di rappresentazione interna della macchina; le loro prestazioni dipendono dalla complessità della scena e la complessità di calcolo aumenta con il numero di oggetti rappresentati, indipendentemente dal fatto che siano visibili oppure no.

Quelli che lavorano in spazio-immagine invece dipendono dalla risoluzione del terminale e il tempo di calcolo e' funzione del numero di punti visibili dell'oggetto. Un'eccezione e' rappresentata dall'algoritmo di Warnock il quale, sfruttando la coerenza delle aree, e' influenzato dal tipo di modello.

L'analisi della letteratura sull'argomento ci ha fatto propendere per l'algoritmo di Warnock [20], per le seguenti ragioni :

- 1) Semplicita' di realizzazione.
- 2) Minor tempo di calcolo, rispetto ad altri algoritmi, nel caso di un elevato numero di poligoni da trattare.
- 3) Possibilita' di gestione corretta di poliedri concavi.

E' da sottolineare il fatto che, nel caso di un numero modesto di poligoni da trattare si dimostra piu' conveniente, dal punto di vista del tempo di calcolo, l'utilizzo di un algoritmo basato su una lista di priorita' [20].

Per ridurre i tempi di elaborazione propri dell'algoritmo utilizzato, abbiamo introdotto un semplice test di visibilita' basato sulla coerenza dei solidi che permette di ridurre a circa la meta' il numero di poligoni da processare; inoltre il test, che indicheremo con back-face, risolve completamente il problema delle linee nascoste quando la scena e' modellata con un solo poliedro convesso.

Di un poligono appartenente ad un poliedro e' possibile

distinguere una faccia anteriore ed una posteriore; per convenzione orientiamo la normale al piano del poligono in modo che esca dalla faccia anteriore

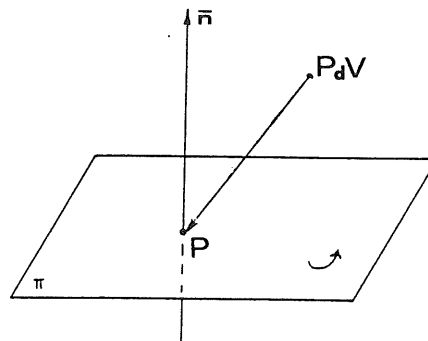


Fig.5.2.3 Posizione del punto di vista rispetto al poligono.

Sia P un punto appartenente al poligono, $\bar{n}$ la normale al piano e PdV il punto di vista; diremo che il poligono è visibile se risulta :

$$\bar{n} \times (P - PdV) < 0$$

Si può dimostrare che questa disequazione è equivalente a:

$$h = aX_{PdV} + bY_{PdV} + cZ_{PdV} + d > 0$$

con h la distanza di PdV dal piano orientato. Infatti, per come abbiamo orientato la normale, il piano del poligono divide lo

spazio in due semispazi luogo dei punti aventi distanza positiva o negativa dal piano. Quindi se $h > 0$ il PdV si trova nel semispazio positivo e vedra' la faccia visibile del poligono.

Per quanto detto precedentemente il test assumerà la semplice forma:

```
IF( h > 0 )
    poligono visibile
ELSE
    poligono non visibile
```

Affinche' l'algoritmo dia risultati attendibili e' necessario che i parametri direttori del piano abbiano lo stesso segno dei coseni direttori della normale.

Scriviamo l'equazione del piano passante per tre punti non allineati nella forma :

$$\begin{vmatrix} X & Y & Z & 1 \\ X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 & 1 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Si noti che il segno dei parametri direttori dipende dall'ordine in cui sono scelti i tre punti.

Se i punti sono assegnati rispetto ad una terna cartesiana

destra il senso di percorrenza del triangolo che li collega
dovra' essere antiorario per un osservatore disposto in piedi
sul piano lungo la parte positiva della normale.

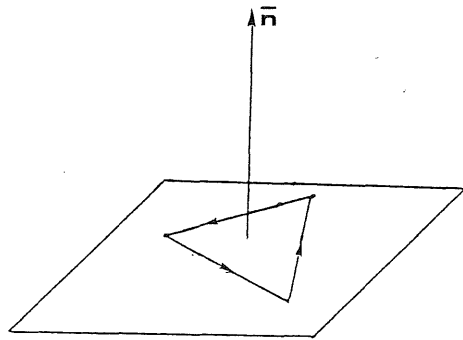


Fig.5.2.4 Normale alla faccia di un poligono.

Algoritmo di Warnock

Risolve il problema dell'eliminazione delle superfici nascoste analizzando in maniera ricorsiva delle windows sullo schermo sempre piu' piccole. La window di partenza e' l'intero schermo che al passo successivo viene diviso in quattro parti; ciascuna di esse viene a sua volta suddivisa in quattro parti e cosi' via finche' il contenuto della window puo' essere visualizzato oppure si raggiunge la massima risoluzione.

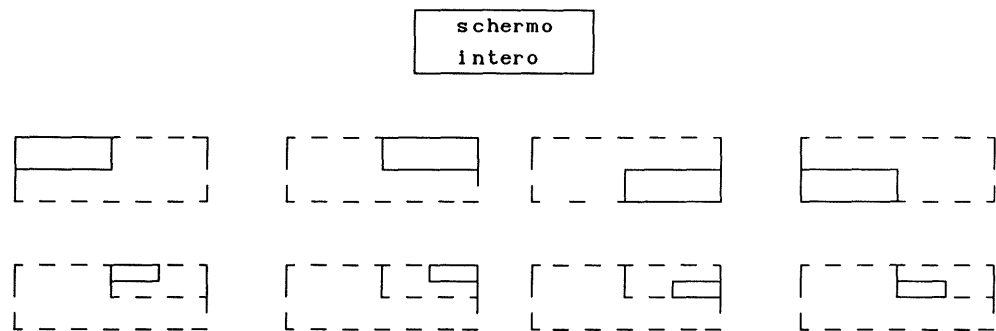


Fig.5.2.5 Suddivisione ricorsiva della window.

I poligoni rispetto alla window vengono classificati nei seguenti tre gruppi:

- disgiunti : non hanno nessun punto in comune con la window.
- ricoprenti : la window e' completamente contenuta nel poligono.
- intersecanti : hanno almeno un punto in comune con la window.

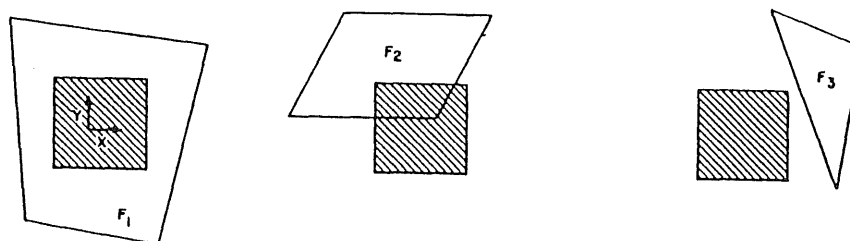


Fig.5.2.6 Posizione di un poligono rispetto alla window :

F_1 = ricoprente
 F_2 = intersecante
 F_3 = disgiunto

Un aspetto importante dell'algoritmo di Warnock e' che le quattro sub-windows in cui e' stata divisa la window precedente devono essere testate solo per quanto riguarda i poligoni intersecanti la window madre; infatti i poligoni disgiunti o ricoprenti per la window madre sono sicuramente tali anche per le windows figlie. Cio' permette un notevole risparmio a livello computazionale.

I poligoni ricoprenti giocano un ruolo essenziale per l'eliminazione delle superfici nascoste, infatti se e' possibile trovarne uno , "ricoprente principale" (Fig. 5.2.7), che nasconde tutti gli altri, esso diventera' l'unico poligono coprente rilevante per la finestra attuale e per le sue figlie. Inoltre anche gli intersecanti nascosti dal ricoprente principale potranno essere rimossi dalla lista diminuendo cosi' il numero dei poligoni da analizzare al livello successivo.

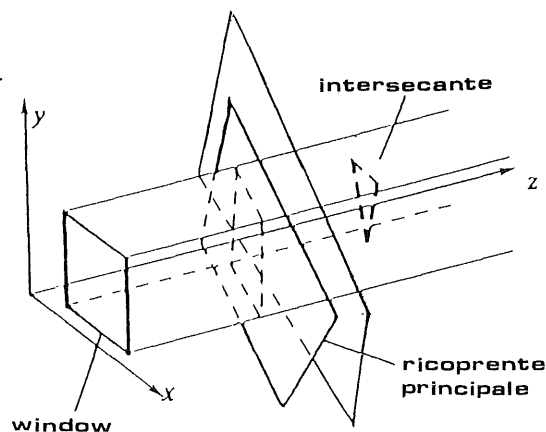


Fig.5.2.7 "Ricoprente principale".

Il processo ricorsivo continua fino a che si presenta uno di questi casi :

1) Non ci sono poligoni ne' intersecanti ne' ricoprenti. La finestra e' evidentemente vuota e la si rappresenta con il colore dello sfondo.

2) Non ci sono poligoni coprenti e gli intersecanti non si sovrappongono all'interno della finestra. Essi verranno rappresentati operando un clipping rispetto ai bordi della finestra.

3) Se e' possibile determinare il ricoprente principale, i poligoni intersecanti possono risultare rispetto a questo :

- a) completamente nascosti
- b) completamente visibili
- c) parzialmente visibili (compenetrazione)

Quando tutti gli intersecanti rientrano nel caso (a) la finestra e' occupata interamente dal coprente principale e la si rappresenta col colore associato al poligono.

Se alcuni poligoni rientrano nel caso (b), affinche' sia possibile visualizzare, non devono esserci sovrapposizioni.

E' manifesto che il caso (c) comporta una ulteriore suddivisione della finestra non essendo in grado l'algoritmo di risolvere

direttamente la compenetrazione.

4) Si e' raggiunta la massima risoluzione (nel nostro caso il singolo pixel); la window non puo' essere ulteriormente divisa. Viene acceso il pixel corrispondente.

Implementazione

Per quanto visto l'algoritmo puo' essere diviso in tre fasi, la prima di classificazione dei poligoni, la seconda decisionale e la terza di visualizzazione.

Quindi la funzione **Warnock** assumerà la semplice forma :

Warnock:

(I) Classifica i poligoni

IF NOT((II) E'possibile visualizzare)

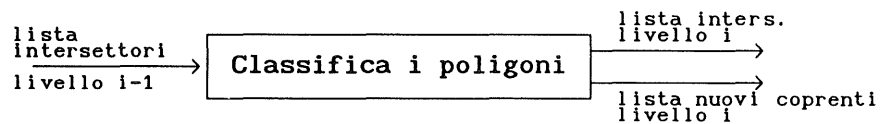
Warnock;	Warnock;
Warnock;	Warnock;

ELSE

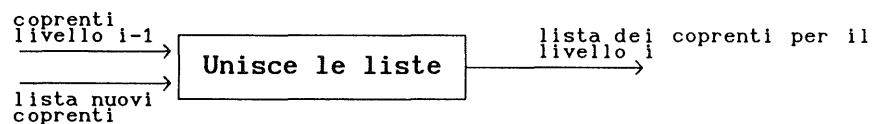
(III) Visualizza ;

La procedura **Classifica i poligoni** deve, applicando alcuni tests, classificare i poligoni in uno dei tre gruppi visti in precedenza.

Le liste vengono ordinate per Z minimo crescente, cio' consente di rendere piu' rapidi i test decisionali; infatti se Z_{minmax} e' la massima profondita' di un poligono coprente all'interno della finestra quando, scandendo la lista, se ne incontra uno tale che $Z_{min} < Z_{minmax}$, si puo' interrompere l'analisi dei rimanenti poligoni che risultano sicuramente nascosti dal ricoprente.

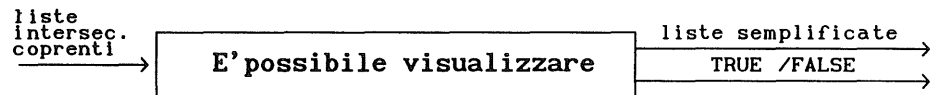


E' da rilevare che la lista dei coprenti per il livello di analisi i -esimo comprendera' sia quelli della finestra madre (livello $i-1$) che i nuovi coprenti. Bisognera' pertanto introdurre una funzione **Unisce le liste** che assolvera a questo compito.



La funzione **E' possibile visualizzare** deve decidere se e'

possibile rappresentare il contenuto della finestra ed eventualmente eliminare i poligoni nascosti.



Prima di illustrare per mezzo dello schema a blocchi , l'implementazione dell'algoritmo da noi effettuata riportiamo la struttura dati usata. Anche in questo caso abbiamo optato per una struttura dinamica basata su liste concatenate.

I risultati della classificazione dei poligoni rispetto alla finestra corrente (identificata dalle coordinate di un angolo e dalle sue dimensioni) vengono memorizzati nella struttura "livello" descritta nella Fig. 5.2.9 sotto forma di lista di puntatori alla struttura che descrive il poligono.

Via via che si procede nella ricorsione bisogna creare un nuovo livello per depositare i risultati della classificazione .

Terminata una ricorsione , cioe' quando si puo' rappresentare il contenuto della sottofinestra, si ritorna al livello chiamante e si possono cancellare le liste dei poligoni dai livelli inferiori.

La scelta di una struttura a liste dinamiche ben si presta all'implementazione dell'algoritmo, inoltre permette di non specificare il numero di livelli di approfondimento svincolando

il programma dalla risoluzione in pixel del terminale.

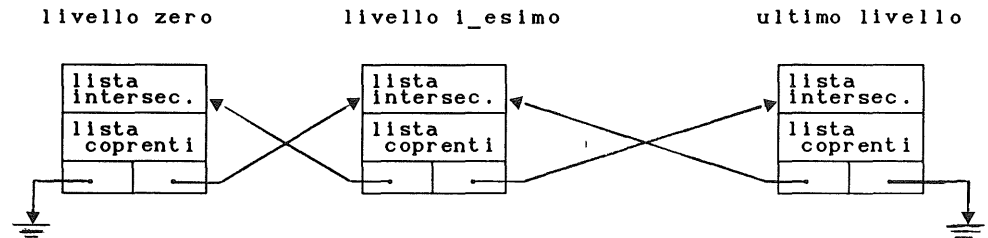


Fig.5.2.8 Lista delle strutture "livello" usate per memorizzare i risultati dell' analisi.
Il livello zero contiene le liste degli intersecanti e dei coprenti per la viewport.

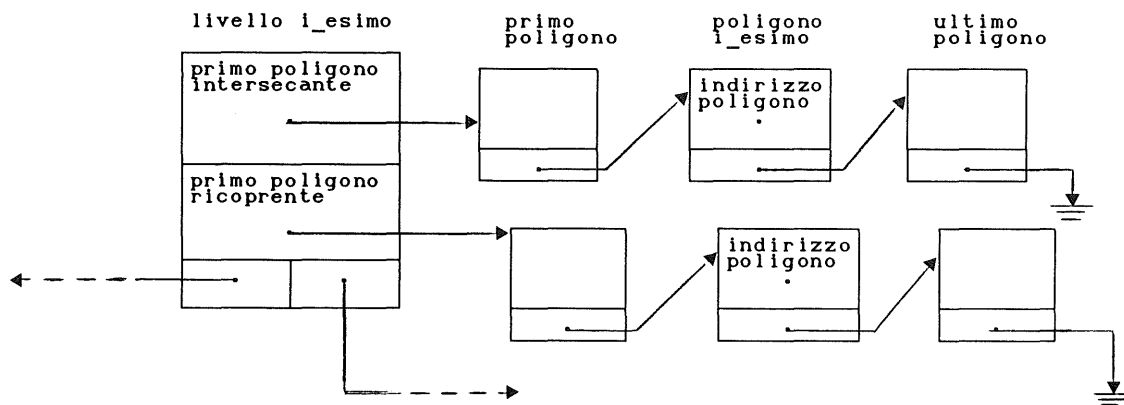


Fig.5.2.9 Descrizione di un livello mettendo in evidenza le liste dei puntatori ai poligoni.

La funzione **Warnock** richiede come parametri di input le coordinate di un angolo e le dimensioni (in pixel) della

finestra da analizzare, e per ultimo il livello di analisi precedente.

I primi quattro parametri identificano in modo univoco la finestra (Fig 5.2.11) da processare mentre il livello di analisi contiene le liste dei poligoni intersecanti e ricoprenti (gli unici rilevanti) per la finestra madre.

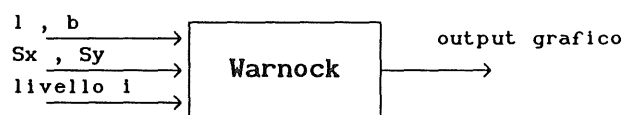
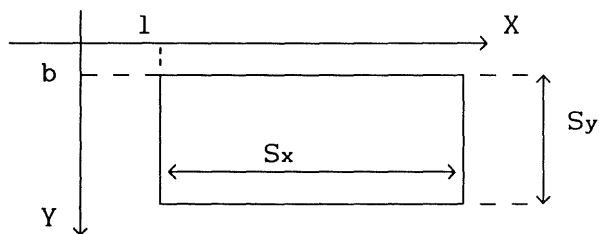


Fig.5.2.10 Input ed output per la funzione Warnock.
l indica il livello di analisi.



l = minima ascissa ,in pixel , della window
b = minima ordinata della window
Sx e Sy dimensioni in pixel della finestra

Fig.5.2.11 Dimensioni in pixel della window.

Riferendoci allo schema di flusso riportato in figura 5.2.12 descriviamo la struttura della routine da noi sviluppata per risolvere il problema della cancellazione delle parti nascoste. Il primo passo dell'algoritmo consiste

nell'inizializzare le variabili $w_{xl}, w_{yb}, w_{xr}, w_{yt}$ che rappresentano le coordinate di due angoli della window (blocco 1). Al primo ingresso nella routine (blocco condizionale (A)) viene creata la struttura "livello" (passo 2a) per depositare i risultati dell'analisi dell'intera viewport effettuata nel blocco (2b). I poligoni classificati nel suddetto blocco sono solamente quelli non scartati dall'algoritmo "back-face".

Quando la condizione (a) non e' verificata (cioe' per tutte le ricorsioni successive alla prima) vengono cancellate dai livelli inferiori, se esistono, le liste dei poligoni al fine di consentire l'introduzione delle nuove liste.

Nel caso il livello di analisi non esista, (blocco condizionale (B)), viene aggiunto un nuovo elemento alla lista dei "livelli", nel quale verranno depositate le liste dei poligoni intersettori e ricoprenti output dei blocchi (4) e (5).

La condizione (C) verifica la possibilita' di rappresentare la porzione di scena contenuta all'interno della finestra attuale; in caso affermativo si disegnano (6) tutti i poligoni e si esce dalla funzione.

Se la scena e' troppo complicata il blocco (D) controlla se si e' raggiunta la massima risoluzione dello schermo, nel qual caso viene acceso il pixel individuato dai valori dei parametri l e b visti in precedenza (Fig.5.2.11).

Il blocco decisionale (E) e' stato introdotto per consentire al programma di lavorare con viewport rettangolari.

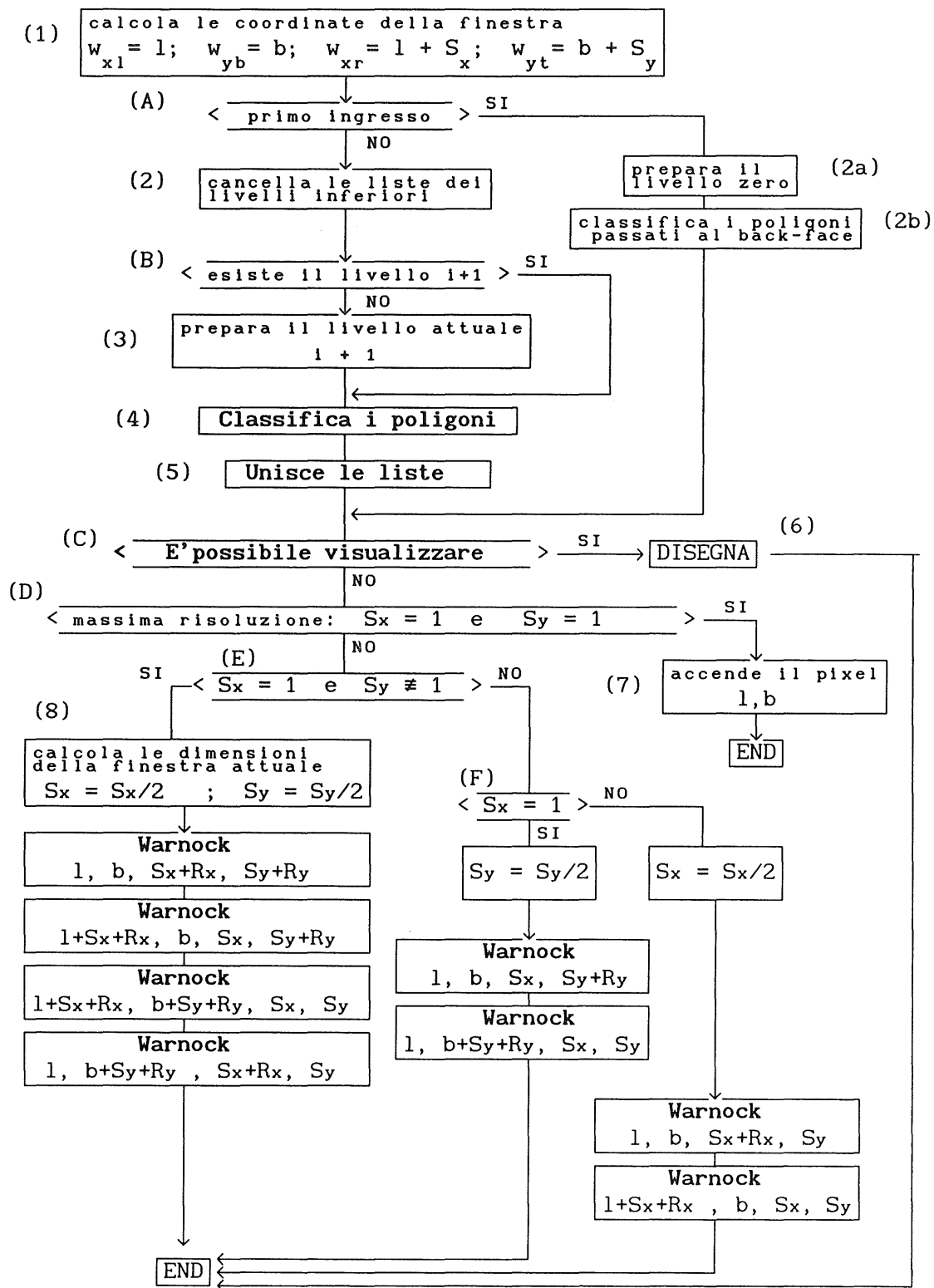


Fig.5.2.13 Schema a blocchi della funzione.
Con i si e' indicato il livello di analisi.

Quando nella ricorsione si raggiunge la massima risoluzione verticale o orizzontale (blocco (F)) la finestra viene divisa in due sole parti; in caso contrario vengono effettuate quattro chiamate alla routine **Warnock** dimezzando le dimensioni della window (blocco 8).

Al fine di permettere alla funzione di processare tutti i pixel dello schermo abbiamo introdotto le variabili R_x ed R_y che rappresentano rispettivamente i resti delle divisioni $S_x/2$ e $S_y/2$. Infatti il dimezzamento della finestra puo' dare origine a un pixel di resto del quale si deve tener conto per la determinazione delle dimensioni delle sottofinestre.

Il ritorno al programma chiamante si ha quando e' stata processata tutta la viewport.

5.3 STRUTTURA DATI

La struttura dati assolve il compito di organizzare le informazioni geometriche, topologiche ed ausiliarie del modello della scena in modo da rendere agevole e veloce alle procedure del programma l'accesso ai dati. Un altro aspetto importante da soddisfare e' la flessibilita' del programma. Infatti pur essendo stato concepito per la visualizzazione di modelli del corpo umano ci e' parso utile svincolarlo dal tipo di scena da rappresentare e dal grado di realismo al fine di

consentirne l'utilizzo per scopi differenti. Per questi motivi abbiamo usato, per quanto possibile, una struttura dati dinamica basata su liste concatenate.

Questa scelta permette inoltre di occupare solo la memoria strettamente necessaria, fatto che si rivela di particolare importanza quando si ha a che fare con un elevato numero di dati. Usando liste dinamiche non e' necessario introdurre variabili per il controllo del fine lista consentendo la scrittura di programmi piu' leggibili e chiari.

Lista segmenti

Le informazioni per i modelli degli oggetti costituenti la scena sono organizzate in una lista dinamica di variabili aggregate ("record" in Pascal, "struct" in linguaggio C) che chiameremo lista dei "segmenti".

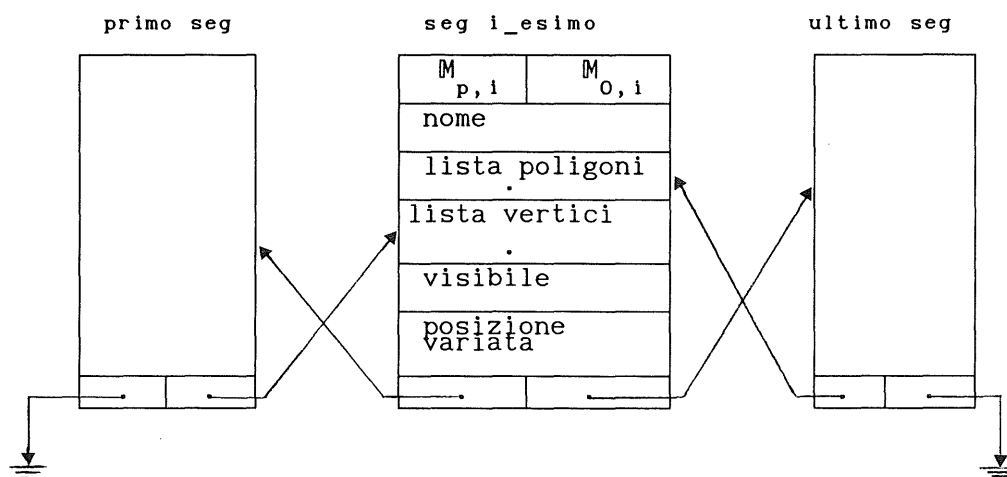


Fig.5.3.1 Lista delle strutture segmenti.

Illustriamo i campi in cui e' divisa la struttura :

* Le variabili $M_{p,i}$ e $M_{0,i}$ rappresentano rispettivamente le matrici di trasformazione prospettica globale e la matrice di posizione del segmento i -esimo rispetto al riferimento (0).

* Il campo **nome** contiene il nome del segmento; cio' permette di assegnare all'oggetto la matrice di trasformazione $M_{0,i}$ identificata dal medesimo nome.

* Il campo **lista poligoni** contiene l' indirizzo del primo elemento della lista delle facce che concorrono a formare il poliedro. Se il numero delle facce e' uno, il poliedro degenera in un poligono.

* Analogamente la variabile **lista dei vertici** rappresenta il puntatore al primo elemento della lista di tutti i vertici del poliedro.

* In base al valore assunto dalla variabile **visibile** il segmento verra' visualizzato o meno. Se il segmento risulta dietro il punto di vista non sara' rappresentato e il campo assumerà il valore booleano "false".

* Da ultimo il flag **posizione variata** controlla se la matrice di posizione relativa ($M_{0,i}$) risulta variata rispetto al frame

precedente: se assume il valore "false" risulta inutile la lettura della matrice.

Riteniamo opportuno descrivere in modo dettagliato le liste "puntate" dalle variabili `lista poligoni` e `lista vertici` in quanto contengono le informazioni geometriche e topologiche del modello di un segmento.

Lista poligoni

La descrizione topologica del poliedro e'ottenuta grazie ad una lista concatenata formata da variabili aggregate , che chiameremo "poligoni" (Fig. 5.3.2) , formate dai campi illustrati di seguito.

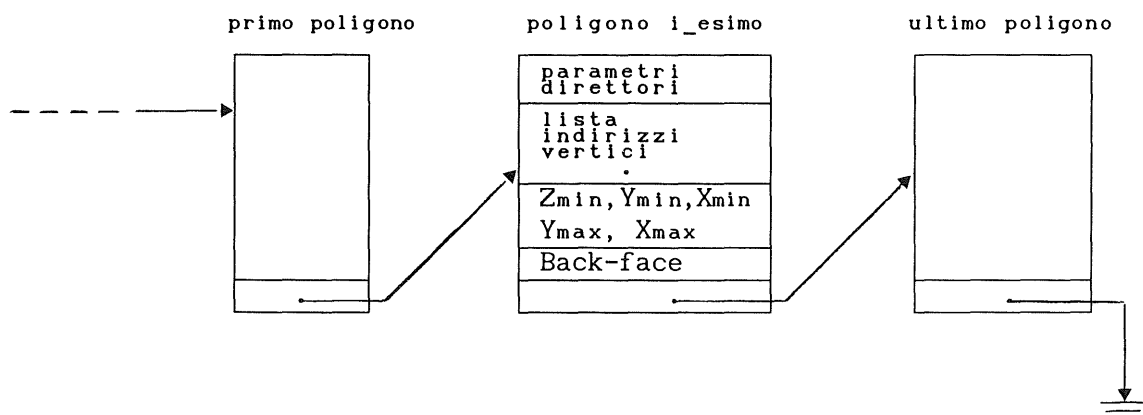


Fig.5.3.2 Lista delle strutture "poligoni".

* Il campo **parametri direttori** contiene i coefficienti dell'equazione del piano del poligono utilizzata per gli algoritmi di eliminazione delle linee nascoste.

* La variabile **indirizzi vertici** contiene l'indirizzo del primo elemento della lista dei puntatori ai vertici del poligono. La lista dei puntatori e' ordinata in senso antiorario come richiesto dall'algoritmo di Back-face.

* I campi **Zmin, Ymin, Xmin, Ymax, Xmax** rappresentano le minime e massime dimensioni del poligono in coordinate dello schermo; vengono usate nei test decisionali e di classificazione della funzione **WARNOCK**.

Infine il flag **back-face** indica se il poligono e' visto dall'osservatore dal lato anteriore o posteriore. In base al valore booleano assunto da questo campo il poligono verra' rappresentato o meno.

Lista vertici

La lista dei vertici (Fig. 5.3.3), formata dalle strutture "vertici", descrive dal punto di vista geometrico un poliedro. Ogni struttura componente la lista e' formata dai seguenti

campi:

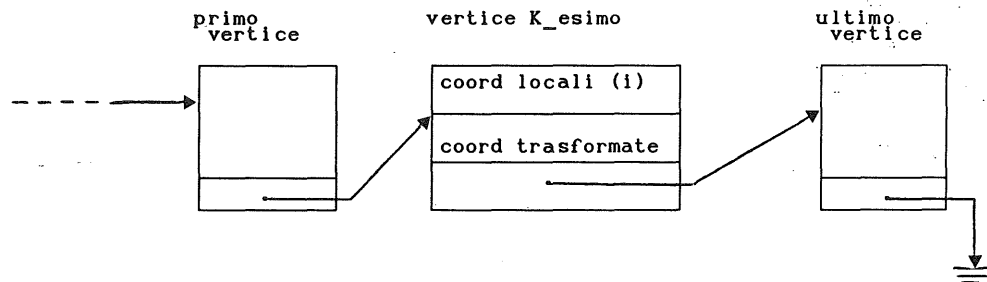


Fig.5.3.3 Lista dei vertici.

* **Coord. locali** contiene le coordinate cartesiane di un poliedro espresse nel sistema di riferimento ad esso associato. Questi valori non cambiano durante la rappresentazione grafica e quindi il campo puo' essere ritenuto statico.

* Nel campo **coord. trasformate** vengono depositati i risultati delle varie trasformazioni dei punti rappresentati in coordinate omogenee.

Possiamo riassumere quanto detto in una rappresentazione d'insieme della struttura in cui sono evidenziati i collegamenti tra le liste :

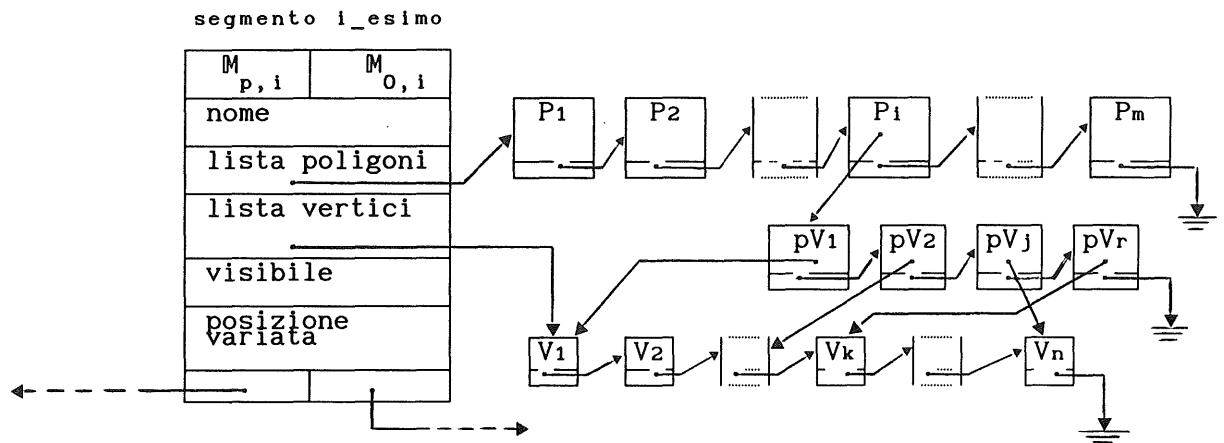


Fig. 5.3.4 Organizzazione di un elemento della lista dei "segmenti"

P_i poligono i -esimo
 pV_j puntatore j -esimo al vertice
 V_k k -esimo vertice del poliedro

5.4 SCHEMA A BLOCCHI DEL PROGRAMMA

Dopo aver definito l'algoritmo di visualizzazione e la struttura dati impiegata per modellare la scena possiamo passare a descrivere il programma GRAPHMAN in modo piu' dettagliato. Il programma riceve come input (Fig.5.4.1) i files contenenti la descrizione del modello ed alcuni valori di inizializzazione (questi files verranno illustrati nel paragrafo successivo) mentre l' output e' la rappresentazione grafica della scena. L' operatore puo' intervenire sul programma modificando i

parametri di vista e settando alcune opzioni quali ad esempio il passo di lettura dei fotogrammi, il colore dello schermo, il livello di eliminazione delle linee nascoste, il ritardo di tempo tra due immagini successive, la telecamera corrente ecc.; il programma a sua volta interagisce con l'utente emettendo messaggi di aiuto e condizioni di stato (ad esempio la telecamera corrente e' individuata da un flag che compare sullo schermo).

Oltre a soddisfare le specifiche principali di progetto menzionate nel par.5.1 abbiamo cercato di rendere facile e comoda la scelta tra le diverse opzioni e la modifica dei parametri organizzando l'interfaccia utente in due menu', che chiameremo Menu' e Menu' in linea . Il primo permette all'operatore di impostare i dati per il programma prima della fase di visualizzazione, mentre il secondo da' la possibilita di effettuare le modifiche controllandone direttamente gli effetti sull' immagine.

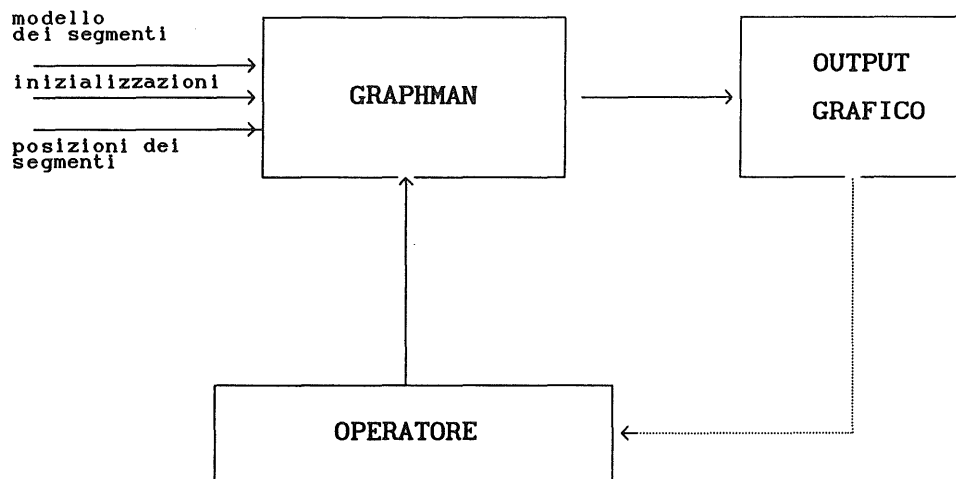


Fig.5.4.1 Schema del programma.

Durante la fase di visualizzazione e' importante poter osservare la scena da punti di vista diversi e poter passare in modo semplice e rapido da uno all' altro premendo semplicemente un tasto. Abbiamo introdotto a questo scopo la variabile strutturata **telecamera** (Fig.5.4.2) che definisce in modo completo il sistema di riferimento dello schermo ed inoltre contiene i flags per impostare alcune opzioni del programma. Come abbiamo accennato in precedenza il programma gestisce sei telecamere, numero sufficiente ad avere un visione completa della scena. Visto il loro numero limitato si e' scelto di organizzare i records in liste statiche indicizzate (arrays) cosi' da poter cambiare telecamera semplicemente variando

l'indice della lista.

telecamera i_esima

$M_{e,0}$	M_p	$M_{p,0}$
parametri di prospettiva D , S		
PdV , PO		
Flags		

Fig.5.4.2 Struttura telecamera.

I tre campi M rappresentano rispettivamente le matrici di trasformazione dal riferimento arbitrario a quello solidale con la telecamera, la trasformazione prospettica e la concatenazione di queste. Dalla conoscenza di queste matrici si può risalire alla posizione del punto di vista (PdV), del punto osservato (PO) e al valore dei parametri di prospettiva (D e S) e quindi del loro rapporto.

Con **flags** abbiamo indicato alcuni campi ausiliari che indicano particolari caratteristiche della telecamera, ad esempio se essa è fissa oppure mobile, nel senso che il suo asse di vista segue la traiettoria di un punto particolare. Per i nostri scopi si è assunto come punto da "mirare" l'origine del primo elemento della lista dei segmenti che corrisponde, nel nostro caso, al tronco.

Un' altra importante possibilita' del programma e' quella di rappresentare i vari fotogrammi in modo continuo (film) oppure a steps e in questo caso di poter ripercorrere all' indietro la sequenza delle immagini. Per ottenere una rappresentazione continua e' sufficiente scandire il file contenente le matrici di posizione e rappresentare la scena finche' non si giunge a fine file; si puo' in ogni caso bloccare l'immagine semplicemente premendo un tasto.

Il problema di percorrere a ritroso i fotogrammi puo' essere risolto conoscendo l'indirizzo di ciascuno di essi e ordinandoli in una lista scandita in senso inverso. Avendo cosi' ordinato gli indirizzi dei frames si puo' variare il passo di scansione della lista introducendo un contatore a cui si assegna un valore uguale al passo stesso.

A questo punto possiamo riportare lo schema di flusso del programma GRAPHMAN rinviando al manuale tecnico per maggiori dettagli. Con riferimento allo schema di flusso riportato in Fig. 5.4.3 diamo una spiegazione circa le istruzioni contenute nei singoli blocchi.

* Nel blocco di inizializzazione (1) il programma rileva alcune informazioni grafiche, in particolare le dimensioni in pixel dello schermo necessarie per posizionare la viewport e le

finestre con i messaggi di "help".

* Si entra nel ciclo infinito (A) che racchiude tutte le fasi del programma.

* La funzione **Menu'**, blocco (3), rappresenta l'interfaccia utente e permette di immettere e modificare i parametri di visualizzazione di ogni telecamera , le dimensioni e i colori della viewport, il tipo di visualizzazione (continua o steps) e di caricare nuovi files di input dalla memoria rigida. Inoltre consente l'abbandono del programma.

* Al passo (4) vengono calcolate per tutte le telecamere le matrici di prospettiva (M_p) di visualizzazione ($M_{e,0}$) e il loro prodotto ($M_{p,0}$), matrici che dipendono solamente dai parametri di prospettiva.

* Il loop (B) controllato dalla condizione <fine grafica> racchiude la fase di visualizzazione della scena.

* Il blocco (5) rappresenta un ciclo nel quale, per ogni segmento della lista, viene letta da file la matrice di trasformazione ($M_{0,i}$) e calcolata la matrice di trasformazione globale

$$M_{p,i} = M_{p,0} M_{0,i}$$

* La condizione (C) controlla se la telecamera corrente e' fissa o mobile; nel secondo caso, blocco (6), ricalcola la matrice di visualizzazione evidentemente variata essendo funzione dei parametri di vista.

* La scelta condizionata (D) controlla se bisogna cancellare la viewport; in caso affermativo la funzione **CLERVIEW** esegue l'operazione .

* In base al valore assunto dalla variabile **tipo di eliminazione** , scelta multipla (E), lo schema di flusso si divide in tre parti. Se non e' richiesta nessuna eliminazione viene chiamata la funzione **Disegna** (9a) e tutti i poligoni vengono rappresentati.

Nel caso si desideri eliminare solo i poligoni che mostrano il lato posteriore all'osservatore viene chiamata, prima di visualizzare la scena, la funzione **Back-face** (8) che processa le facce di tutti i segmenti marcando in modo diverso il flag di visibilita' della struttura "poligoni".

Se si desidera eliminare tutte le facce nascoste viene chiamata la funzione **Warnock** che e' stata descritta nel par.5.2.

* La funzione **Menu' in linea** , blocco (11), permette all'operatore di muovere la telecamera (ruotarla e traslarla),

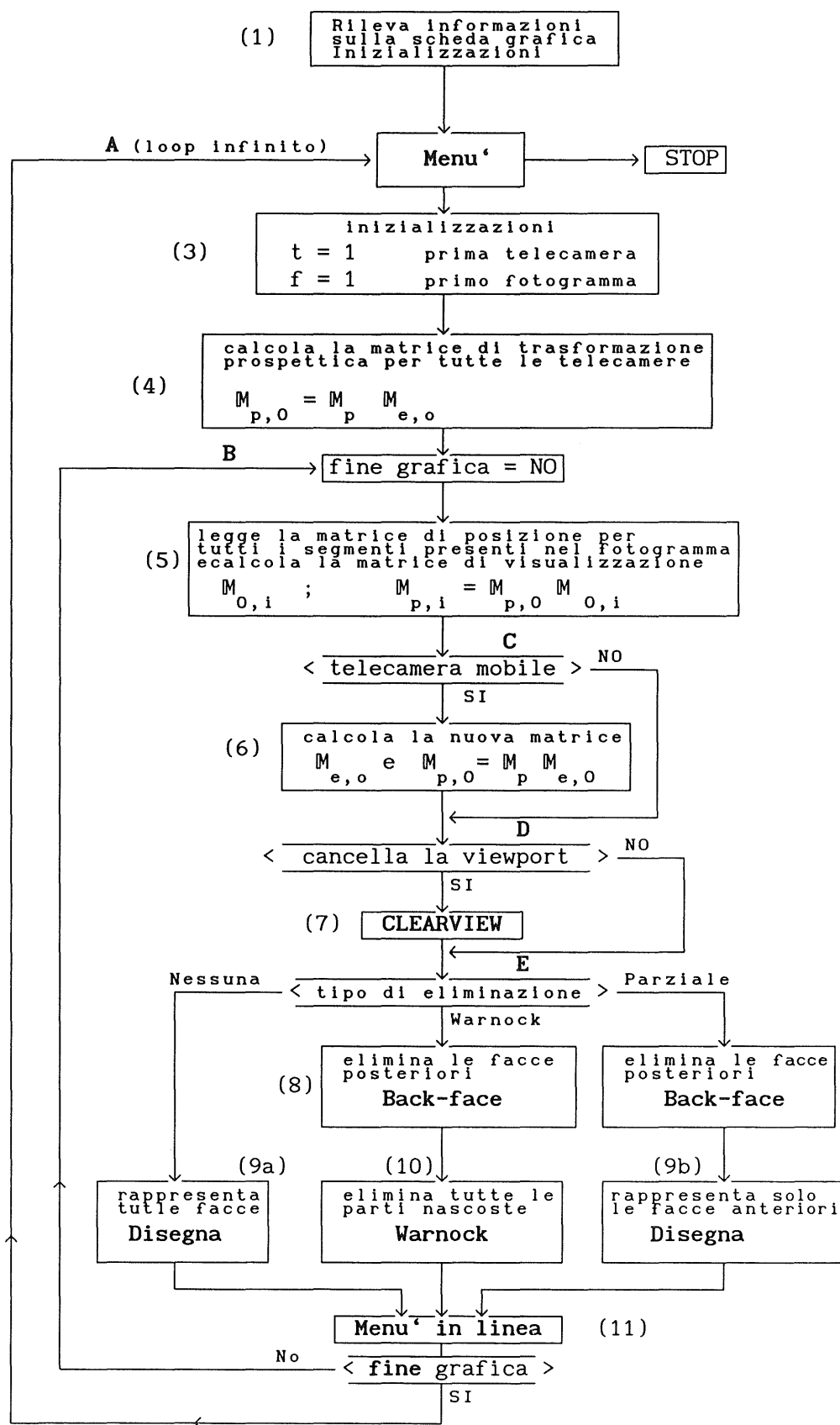


Fig.5.4.3 Schema a blocchi semplificato del programma GRAPHMAN.

cambiarla, effettuare lo zoom, scegliere il tipo di visualizzazione, scegliere il passo di lettura dei fotogrammi, e di settare tutte le altre opzioni controllando nel contempo visivamente gli effetti di queste modifiche. Inoltre permette di ritornare al blocco (2) rendendo vera la condizione <fine grafica>. Se , ad esempio , si desidera effettuare lo zoom bastera' che la funzione calcoli la nuova matrice M_p , la moltiplichi per la matrice di visualizzazione e restituisca il controllo al programma che ripetera' il ciclo (B) rappresentando l'immagine con diverso rapporto prospettico.

5.5 FILES DI INPUT

Il programma richiede come input il modello dei segmenti componenti la scena , il loro posizionamento , ed infine alcuni valori di inizializzazione. Le informazioni necessarie sono organizzate in tre files che d'ora innanzi verranno chiamati "modello", "moto", "default".

Nel file "default" sono contenuti i parametri di visualizzazione per almeno una delle sei telecamere presenti sulla scena, i nomi dei files che descrivono il modello ed infine alcuni flags per le opzioni del programma. Questo file e', come gli altri due, un file di testo al fine di rendere agevoli eventuali modifiche.

Riportiamo (Fig. 5.5.2) un esempio di file "default"; le unita' di misura per le coordinate del punto di vista e del punto osservato possono essere scelte in base alla grandezza della scena che si sta osservando. Le unita' di misura per i parametri di prospettiva possono essere scelta liberamente in quanto ha importanza solo il rapporto tra detti parametri.

Il file "modello" assolve al compito di descrivere in modo completo tutti i poliedri costituenti la scena modellata. Ogni segmento e' identificato da un nome che permette di assegnargli correttamente la matrice di posizione (contenute nel file "moto"), dal numero dei suoi vertici e dalle loro coordinate nel riferimento associato, dal numero delle facce ed infine dalla lista ordinata dei vertici di ogni faccia. Riportiamo in figura 5.5.3 un esempio di file modello per la rappresentazione del cubo riportato nella Fig.5.5.1.

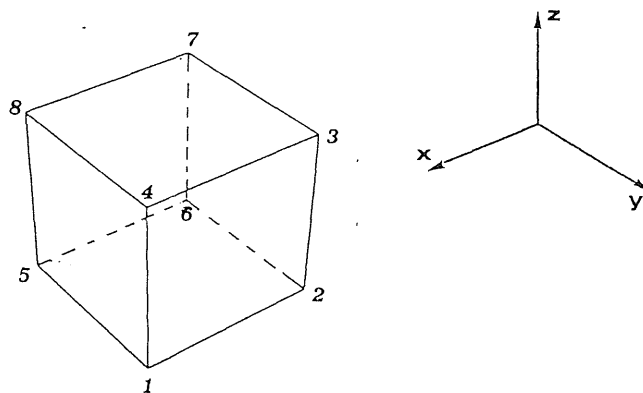


Fig. 5.5.1 Cubo con terna associata.

```

# ***** inizio file [ Esempio.def ] *****

# *** prima telecamera ***
# *** coordinate del PdV e del Punto Osservato ***
#   X       Y       Z   ***
    100.4    0       0
      0      0       0
# *** parametri di prospettiva *****
#   D               S   ***
    50.6          1.5

$ *** fine dati per le telecamere *****

# *** nome del file "modello"
Esempio.mod
# *** nome del file "moto"
Esempio.grp

# *** opzioni
2   # ** elimina tutte le superfici nascoste
1   # ** visualizzazione continua (film)
# ***** fine file *****

```

Fig.5.5.2 Esempio di file default. Per brevit  si sono
 settati i parametri per una sola telecamera.

```

# *****
# [ Esempio.mod ]
# *****
# *****          CUBO          *****

cubo      #nome dell'oggetto
8         #numero di vertici
#*****      coordinate dei vertici      *****
X1      Y1      Z1      # 1° vertice
.....
X1      Y1      Z1      # i° vertice
.....
X8      Y8      Z8      # 8° vertice

$ *****      fine campo coordinate      *****

6         #numero di facce
#*****      descrizione topologica      *****
#*****      vertici che compongono le facce      *****
1  2  3  4
1  5  6  2
1  4  8  5
4  3  7  8
3  2  6  7
8  7  6  5
$ fine descrizione topologica

# *****      Fine esempio.mod      *****

```

Fig.5.5.3 Esempio di file modello. Si noti che i vertici sono ordinati in senso antiorario rispetto al lato esterno delle facce.

Il file "moto" (file di output del programma **DY_MAN**) contiene le posizioni delle terne associate ad ogni segmento, valutate rispetto ad un sistema di riferimento arbitrario (0) e per ogni istante di tempo $t = t_0 + \Delta t$.

Si riconosce pertanto all'interno del file una struttura a fotogrammi (insieme delle posizioni del segmento calcolate all'istante t). In effetti il file non contiene, per ogni segmento, l'intera matrice di posizione ma solo i coseni direttori degli assi x ed y della terna associata e la sua origine valutati rispetto al riferimento arbitrario (0). E' immediato trovare i coseni direttori dell'asse z utilizzando la nota relazione, valida per una terna destra:

$$k = i \wedge j$$

con i, j, k versori della terna associata al segmento.

Analogamente a quanto fatto per il file modello riportiamo un esempio di file moto. Per semplicita' si e' limitato il numero di fotogrammi a due.

```

##### inizio file [Esempio.grp ] #####
cubo          # nome del segmento
Xx<t1>      Xy<t1>      Xz<t1>
Yx<t1>      Yy<t1>      Yz<t1>
Ox<t1>      Oy<t1>      Oz<t1>
$ *** fine primo fotogramma ***

cubo
Xx<t2>      Xy<t2>      Xz<t2>
Yx<t2>      Yy<t2>      Yz<t2>
Ox<t2>      Oy<t2>      Oz<t2>

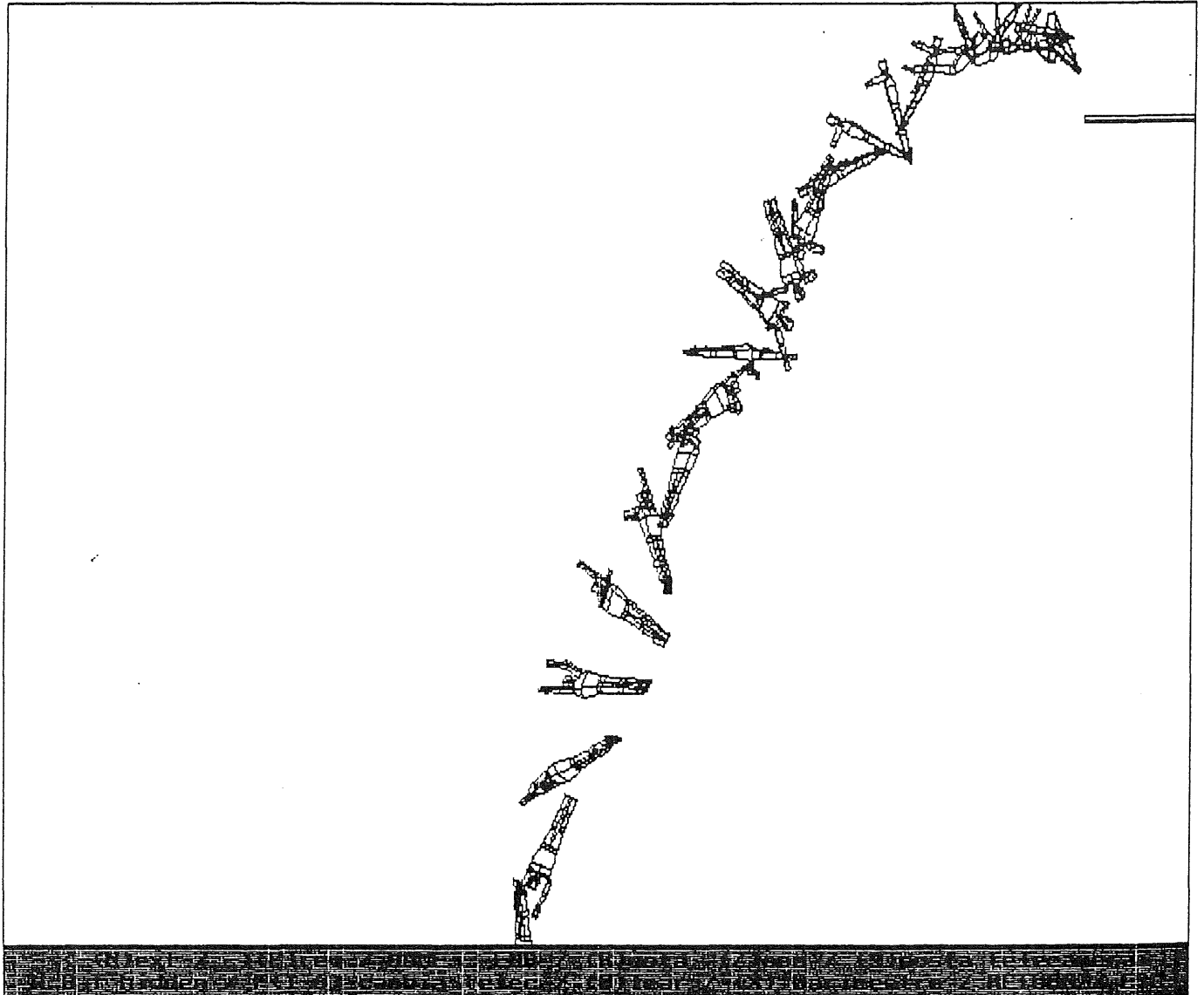
$ *** fine secondo fotogramma ***
##### fine Esempio.grp #####

```

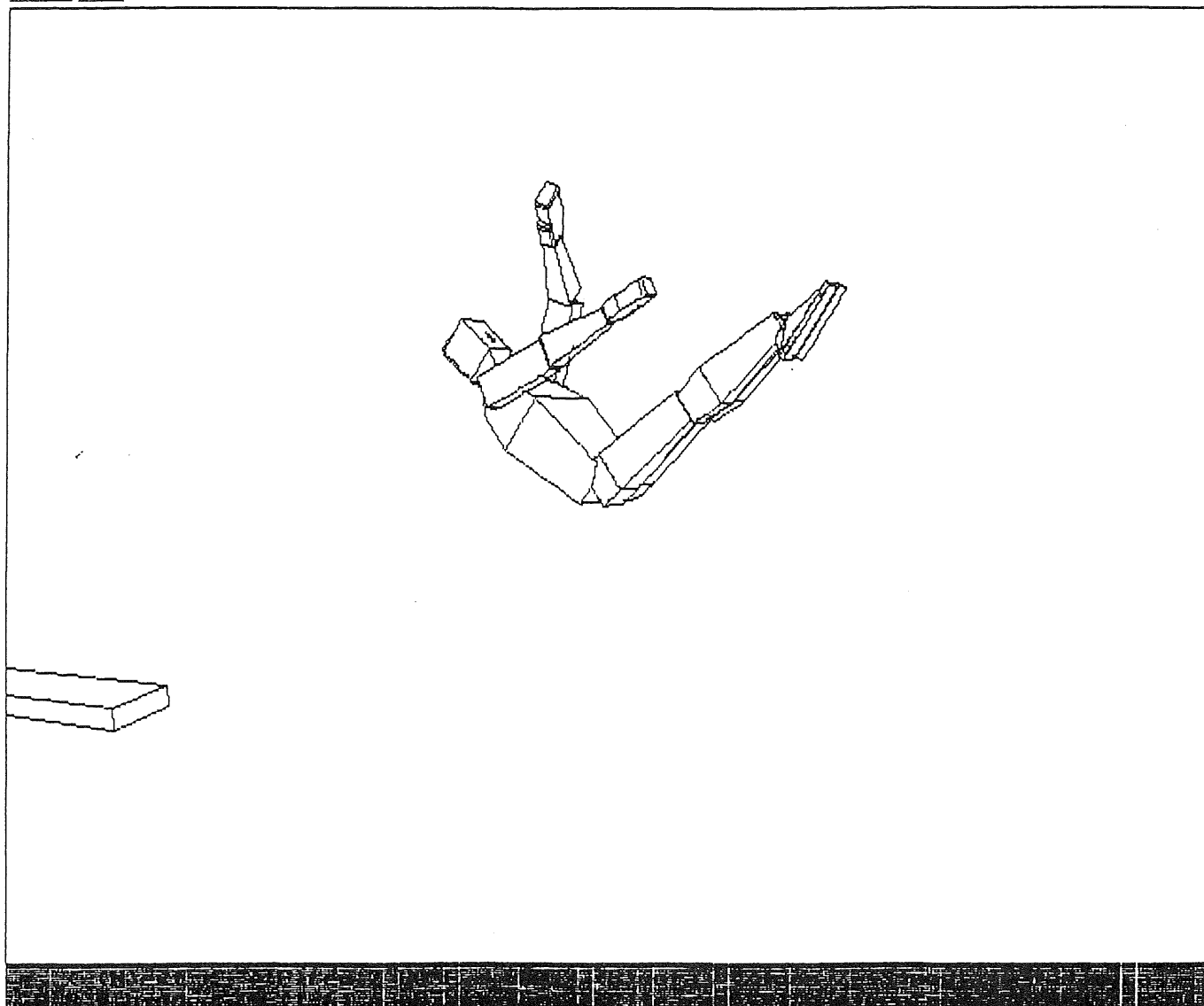
Fig.5.5.4 Esempio di file "moto" formato da due fotogrammi.

Le unita' di misura in cui si assegnano le coordinate dei punti (file "modello") e le coordinate dell'origine devono essere uguali a quelle che esprimono la posizione del punto di vista e del punto osservato.

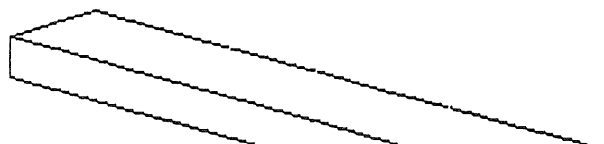
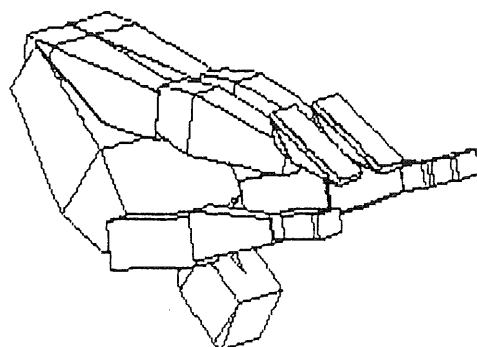
StTRASL = 25.0	PdU = 525.0	10000.0	-450.0
StZOOM = 0.5	D/S = 21.6	PO = 525.0	9990.0
StFRAME = 30	F/T = 601/611	BAR = 612.2	-9.2
			-907.6



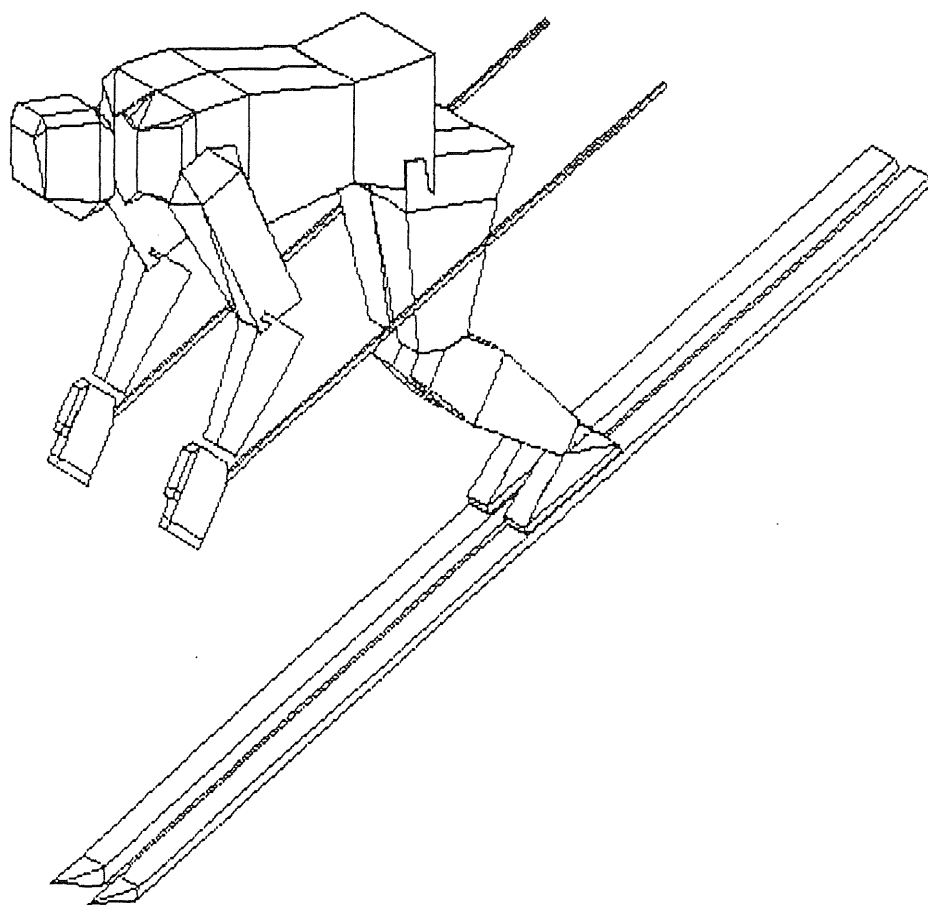
StTRASL = 2.0	PdU = 230.5	-275.1	-9.8
StZOOM = 0.5	D/S = 3.5	PO = 100.4	-0.6
StFRAME = 4	F/T = 105/611	BAR = 100.4	-0.6
			-49.4



StTRASL = 1.0	PdU = -6276.1	7468.7	2229.6
StZOOM = 12.5	D/S = 150.1	PO = -6269.8	7461.3
StFRAME = 4	F/T = 33/611	BAR = 43.2	0.0
			-13.4



StTRASL = 1.0		PdU = 886.7	2200.3	1142.9
StZOOM = 32.0	D/S = 273.5	P0 = 885.5	2196.6	1141.0
StFRAME = 1	F/T = 28/28	BAR = 999.5	0.0	-8.3



CAP.6 CONCLUSIONI

6.1 CONSIDERAZIONI SUL LAVORO SVOLTO

Il problema da noi affrontato della simulazione del movimento di un atleta che compie esercizi ginnici ha richiesto l'analisi di alcune caratteristiche del corpo umano. La fase di modellazione ha comportato la valutazione dei parametri d'inerzia soggettivi con la messa a punto del programma "Antropos" che consente il calcolo dei parametri inerziali per atleti di differenti tipologie morfologiche.

L'importanza di un tale programma risulta evidente se si pensa al fatto che negli atleti praticanti certe discipline sono riscontrabili caratteristiche morfologiche ben precise : ad esempio i ginnasti hanno una statura contenuta, i saltatori in lungo sono in genere longilinei e cosi' via. "Antropos" fornisce, sulla base di grandezze facilmente misurabili (altezza e peso dell'atleta e, se disponibili, alcune misure dei segmenti corporei), valori dei parametri inerziali per una simulazione adeguata a ciascun tipo di performance atletica.

L'altro programma realizzato, "Graphman", ha richiesto l'applicazione dei concetti base di Computer Graphics per la rappresentazione di oggetti modellati in uno spazio tridimensionale. Esso permette di ottenere un'immagine

dell'atleta che compie un esercizio nelle diverse posizioni che questi assume, consentendo di apprezzare la disposizione spaziale dei segmenti corporei. Cio' e' ottenuto anche grazie all'implementazione di un algoritmo per la eliminazione delle parti nascoste.

Il programma rappresenta una interfaccia grafica che permette di rendersi conto visivamente degli effetti di variazioni nei movimenti degli arti sulla dinamica dell'esercizio ginnico.

Entrambi i programmi sono scritti in linguaggio C che tende a diventare uno standard per certe applicazioni, anche grazie al fatto di poter essere usato sia con sistema operativo MS-DOS che con UNIX, con il conseguente aumento della portabilita'.

Nel complesso possiamo affermare che i programmi da noi realizzati soddisfano le aspettative. Un primo obiettivo che fin dall'inizio ci siamo preposti di raggiungere e' stato la semplicita' di utilizzo, considerato che il programma deve poter essere gestito anche da persone non esperte in Computer Graphics (ad esempio preparatori atletici). Possiamo affermare di essere riusciti, almeno in gran parte, in questo intento realizzando un menu' piuttosto ricco e articolato che consente di scegliere le varie opzioni con semplicita'. Anche la possibilita' di spostare il punto di vista da una all'altra delle 6 telecamere si e' rivelata molto funzionale e utile per migliorare la comprensibilita' della scena.

Un'altra caratteristica di estrema utilita' e' quella di

poter scegliere il livello di eliminazione delle parti nascoste: quando interessa ad esempio osservare lo svolgimento dell'esercizio ginnico nella sua globalita' e' piu' conveniente avere una visualizzazione mantenendo anche le parti non in vista rendendo la rappresentazione dei vari fotogrammi molto piu' veloce.

Non abbiamo riscontrato anomalie di funzionamento; una eccessiva lentezza di costruzione dell'immagine sul video nel caso di scene molto complesse e' da imputare all'algoritmo utilizzato per l'eliminazione delle linee nascoste.

I programmi da noi realizzati hanno permesso di analizzare esercizi complessi con soddisfazione da parte degli utenti.

Il loro utilizzo non e' limitato allo studio del movimento del corpo umano, ma piu' in generale e' applicabile ad ogni catena cinematica di corpi rigidi : un altro tipico campo di possibile applicazione e' quello della robotica.

6.2 SVILUPPI FUTURI

Il lavoro svolto ci ha suggerito delle future evoluzioni gia' in via di sviluppo, tra le quali :

- 1) Ottimizzazione dell'algoritmo di eliminazione delle linee nascoste al fine di renderlo piu' veloce. A questo proposito si

fa notare che il programma e' stato realizzato con una struttura tale da poter essere adattato facilmente ad un altro tipo di algoritmo (ad esempio "List priority").

2) Rappresentazione piu' antropomorfa dell'atleta, che si traduce in un aumento del numero di poligoni costituenti le facce di ogni segmento corporeo. Sebbene non esista un limite al numero di poligoni che il programma puo' trattare, l'aumento di essi implica un incremento dei tempi di calcolo.

3) Rendere piu' rapida la costruzione del file di modello. Attualmente questa operazione risulta essere lunga e piuttosto noiosa in quanto viene fatta assegnando le coordinate di ciascun vertice del poliedro rappresentante il segmento corporeo e la sequenza dei vertici di ogni sua faccia. Sarebbe utile mettere a punto un programma che permetta di costruire gli oggetti da rappresentare con differenti primitive grafiche : la stessa primitiva puo' essere utilizzata piu' volte, riposizionandola, per la costruzione del medesimo oggetto realizzando la cosiddetta "modellazione strutturata".

4) Con riferimento ad "Antropos" si prevede a breve di inserire nelle librerie da esso utilizzate altri data bases per migliorare la valutazione dei parametri d'inerzia soggettivi.

5) E' in via di sviluppo un sistema interattivo piu' semplice di quello attualmente utilizzato in "LOM" per l'input delle leggi di moto.

BIBLIOGRAFIA

- [1] R.F.Chandler,C.E.Clauser "Investigation of inertial properties of the human body" Air Force Aerospace Medical Research Laboratory , Wright-Patterson Air Force Base Ohio, 1975.

- [2] F.Casolo,G.Legnani "A consistent matrix method for the kinematics and dynamics of chains of rigid bodies" Congresso nazionale AIMETA, ottobre 1988.

- [3] F.Casolo,G.Legnani "Dynamic simulation of whole body motion : an application to horse vaulting" Congresso nazionale AIMETA, ottobre 1990.

- [4] F.Casolo,R.Faglia,G.Legnani "Three dimensional analysis of systems of rigid bodies" Simposio nazionale DECUS, aprile 1989.

- [5] F.Casolo,G.Legnani "A new approach to the dynamics of human motion" Simposio internazionale di simulazione al computer in biomeccanica, 1989.

- [6] W.T.Dempster "Space requirements of the seated operator" Air Force Aerospace Medical Research Laboratory, Wright-Patterson Air ForceBase Ohio, 1955.
- [7] R.Drillis,R.Contini "Body segment parameters" Office of Vocational Rehabilitation, New York,1966.
- [8] F.Gaggio,M.Cadioli,S.Missaglia "Implementazione di un algoritmo di hidden surface" in Sistemi grafici,geometria della natura e CAD industriale (Aicographics) Gruppo Editoriale Jackson.
- [9] R.Galimberti,U.Montanari "An algorithm for hidden-line elimination" Communication of ACM, vol.12, aprile 1969.
- [10] W.K.Giloi "Interactive computer graphics" Prentice Hall, 1978.
- [11] E.P.Hanavan "A mathematical model of the human body" Air Force Aerospace Medical Research Laboratory, Wright-Patterson Air Force Base Ohio, 1964.
- [12] J.G.Hay "The center of gravity of the human body" Kinesiology III,1973. American Association for Health, Physical Education, and Recreation, Washington.

- [13] I.A.Kapandji "Fisiologia articolare" Marrapese Editore
Demi, 1974.

- [14] G.Legnani "Metodi matriciali per la cinematica dei robot"
Tesi di dottorato. Politecnico di Milano, 1986.

- [15] G.Legnani,R.Faglia "Space_lib v0.1 - A software library
for the kinematic and dynamic analysis of systems of rigid
bodies" Universita' di Brescia - Dipartimento di
ingegneria meccanica, 1990.

- [16] P.G.J.Maquet "Biomechanics of the knee"
Springer-Verlag,1976.

- [17] J.T.McConville,T.D.Churchill "Anthropometric relationships
of body and body segment moments of inertia" Air Force
Aerospace Medical Research Laboratory , Wright-Patterson
Air Force Base Ohio, 1980.

- [18] W.M.Newman,R.F.Sproull "Principles of interactive
computer graphics" McGraw-Hill, 1979.

- [19] D.F.Rogers,J.A.Adams "Mathematical elements of computer
graphics" McGraw-Hill, 1976.

- [20] I.E.Sutherland,R.F.Sproull,R.A.Schumacker "A
characterization of ten hidden-surface algorithms"
Computing Surveys, vol.6, marzo 1974.
- [21] D.A.Winter "Biomechanics and motor control of human
movement" John Wiley & Sons, Inc.
- [22] M.R.Yeadon "The mechanics of twisting somersaults" Tesi
di dottorato. Loughborough University of Technology, 1984.

INDICE

CAP.0 NECESSITA' DI UN APPROCCIO QUANTITATIVO ALLO STUDIO DEL MOVIMENTO NEGLI ESERCIZI A CORPO LIBERO

CAP.1 UN APPROCCIO MATRICIALE ALLA SOLUZIONE DEL PROBLEMA DINAMICO DIRETTO

- 1.1 Introduzione
- 1.2 Matrici posizione (trasformazione)
- 1.3 Matrice velocità e accelerazione
- 1.4 Matrici per la dinamica
- 1.5 Catene di corpi rigidi: esempio di applicazione
- 1.6 Esempio di implementazione al calcolatore

CAP.2 LA MODELLAZIONE DEL CORPO UMANO

- 2.1 Cenni di antropometria
- 2.2 Modellazione del corpo umano
- 2.3 Determinazione dei parametri d'inerzia soggettivi
- 2.4 Esempio di modellazione

CAP.3 PROGRAMMA ANTROPOS

CAP.4 PRINCIPI DI GRAFICA TRIDIMENSIONALE

- 4.1 Traslazione
- 4.2 Rotazione
- 4.3 Variazione di scala
- 4.4 Concatenazione di trasformazioni
- 4.5 Visualizzazione e trasformazione prospettica
- 4.6 Clipping tridimensionale
- 4.7 Profondita' prospettica
- 4.8 Clipping bidimensionale
- 4.9 La modellazione

CAP.5 PROGRAMMA GRAPHMAN

- 5.1 Generalita'
- 5.2 Problema delle linee nascoste : algoritmo di Warnock
- 5.3 Struttura dati
- 5.4 Schema a blocchi del programma
- 5.5 Files di input

CAP.6 CONCLUSIONI

6.1 Valutazione del lavoro svolto

6.2 Sviluppi futuri

Bibliografia