XXIII Ciclo di Dottorato di Ricerca in Meccanica Applicata

Relazione Finale

Piezoelectric and high deformation mechanical devices: theoretical models and numerical simulations

Dottorando: Diego De Santis

Coordinatore: Prof. Giovanni Legnani

Tutore: Prof. Rodolfo Faglia

Università degli Studi di Brescia

Facoltà di Ingegneria

Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Industriale

Università degli Studi di Brescia
Facoltà di Ingegneria
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Industriale

Struttura della presentazione

- Modelli e simulazioni numeriche per dispositivi deformabili
- Comportamento dinamico di lamine piezoelettriche bimorfe
- Teoria del campo microcontinuo
- Attività collaterali di ricerca
- Sviluppi futuri

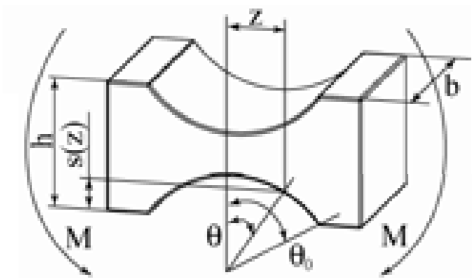
Struttura della presentazione

- Modelli e simulazioni numeriche per dispositivi deformabili
- Comportamento dinamico di lamine piezoelettriche bimorfe
- Teoria del campo microcontinuo
- Attività collaterali di ricerca
- Sviluppi futuri

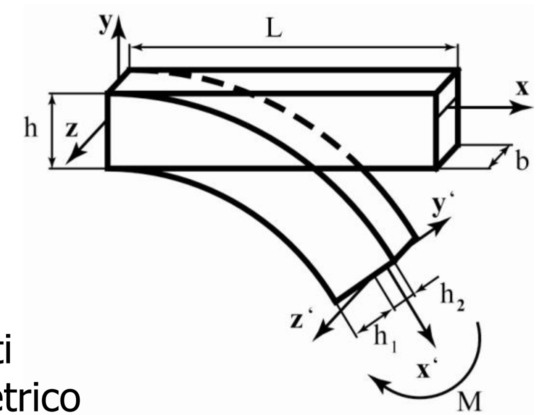
Università degli Studi di Brescia
Facoltà di Ingegneria
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Industriale

Modelli e simulazioni per dispositivi deformabili (1)

Cerniere flessionali



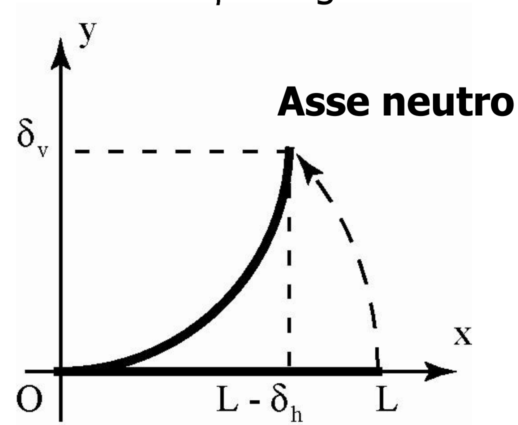
Definizione del modello



$$\begin{cases} \sigma_t = E_t \;\varepsilon_t^{\;1/n} \\ \sigma_c = -E_c \;(-\varepsilon_c)^{1/m} \end{cases}$$

- Trave incastrata in grandi spostamenti
- Materiale elastico non lineare asimmetrico
- Trave con sezione rettangolare costante, incastrata e caricata con momento costante.
- In grandi spostamenti l'asse neutro non coincide con l'asse baricentrico ed è a priori ignoto
- L'asse neutro è individuato in ogni sezione da h_1 e h_2.
- La deformata dell'asse neutro è individuata tramite il raggio di curvatura ρ in ogni sezione.

$$\begin{cases} \sum \boldsymbol{M} = \boldsymbol{0} \;\Rightarrow\; E_t \dfrac{n}{2n+1}\left(\dfrac{h_1}{\rho}\right)^{\frac{1}{n}} h_1^2 + E_c \dfrac{m}{2m+1}\left(\dfrac{h_2}{\rho}\right)^{\frac{1}{m}} h_2^2 = \dfrac{M}{b} \\ \sum \boldsymbol{F} = \boldsymbol{0} \;\Rightarrow\; E_t \dfrac{n}{n+1}\left(\dfrac{h_1}{\rho}\right)^{\frac{1}{n}} h_1 - E_c \dfrac{m}{m+1}\left(\dfrac{h_2}{\rho}\right)^{\frac{1}{m}} h_2 = 0 \\ h_1 + h_2 = h \end{cases}$$

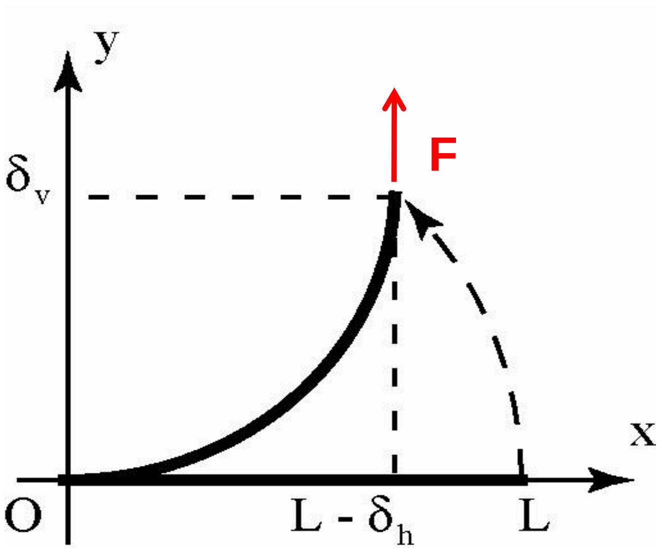


Università degli Studi di Brescia
Facoltà di Ingegneria
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Industriale

Modelli e simulazioni per dispositivi deformabili (2)

Elementi deformabili estesi

- Trave con sezione rettangolare costante, incastrata e caricata con forza verticale costante.
- Si considerano solo gli effetti dovuti alla flessione, si trascurano taglio e azione assiale.
- La lunghezza dell'asse neutro rimane invariate.



$$M=F(L-x-\delta_h) \Rightarrow \begin{array}{l} h_1=h_1(x) \\ h_2=h_2(x) \\ \rho=\rho(x) \end{array}$$

$$\begin{cases} E_t \dfrac{n}{2n+1}\left(\dfrac{h_1}{\rho}\right)^{\frac{1}{n}} h_1^2 + E_c \dfrac{m}{2m+1}\left(\dfrac{h_2}{\rho}\right)^{\frac{1}{m}} h_2^2 = \dfrac{F(L-x-\delta_h)}{b} \\ E_t \dfrac{n}{n+1}\left(\dfrac{h_1}{\rho}\right)^{\frac{1}{n}} h_1 - E_c \dfrac{m}{m+1}\left(\dfrac{h_2}{\rho}\right)^{\frac{1}{m}} h_2 = 0 \\ h_1 + h_2 = h \end{cases}$$

- Noto $\rho=\rho(x)$ è possibile calcolare la deformata $y=y(x)$ risolvendo la ODE

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\dfrac{d^2y}{dx^2}}{\left[1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}$$

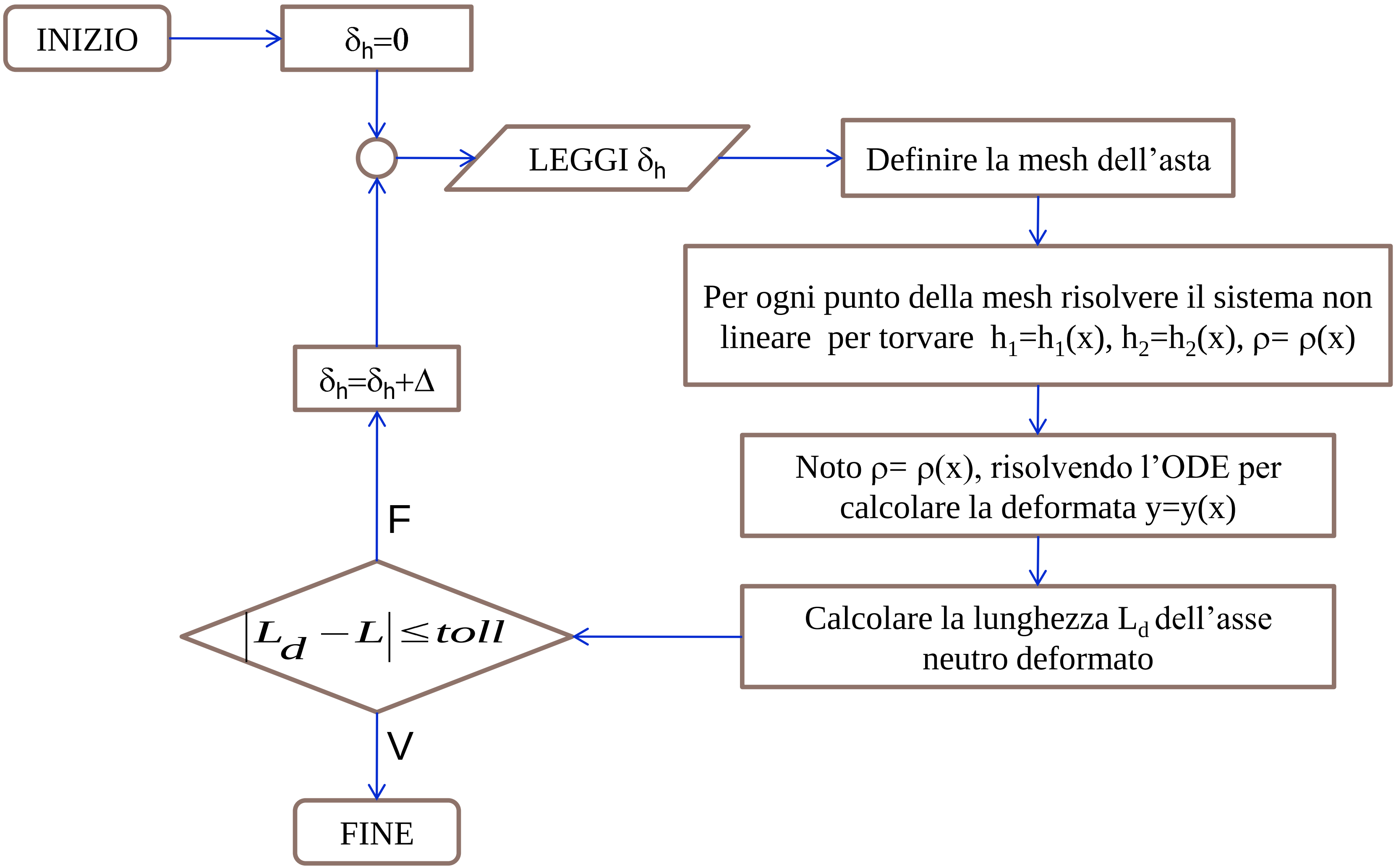
-Le funzioni incognite $h_1=h_1(x)$, $h_2=h_2(x)$, $\rho=\rho(x)$, $y=y(x)$, sono riferite alla configurazione deformata e hanno per dominio $[0, L-\delta_h]$.

- A priori δ_h non è noto e quindi non è noto il dominio delle funzioni incognite.

Università degli Studi di Brescia
Facoltà di Ingegneria
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Industriale

Modelli e simulazioni per dispositivi deformabili (3)

Algoritmo per il calcolo della deformata con forza verticale costante



Università degli Studi di Brescia
Facoltà di Ingegneria
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Industriale

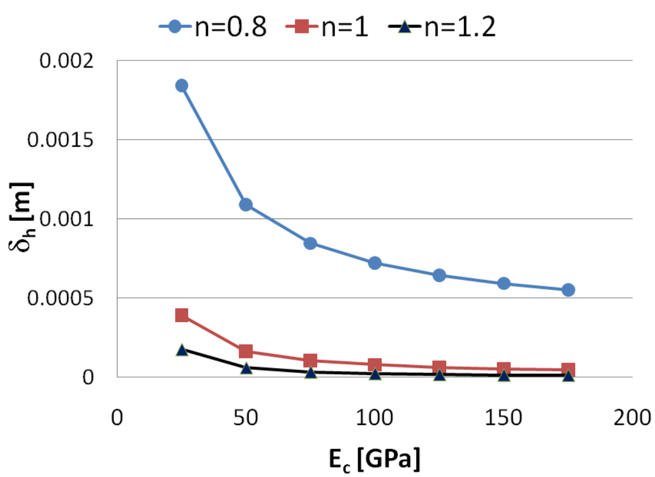
Modelli e simulazioni per dispositivi deformabili (4)

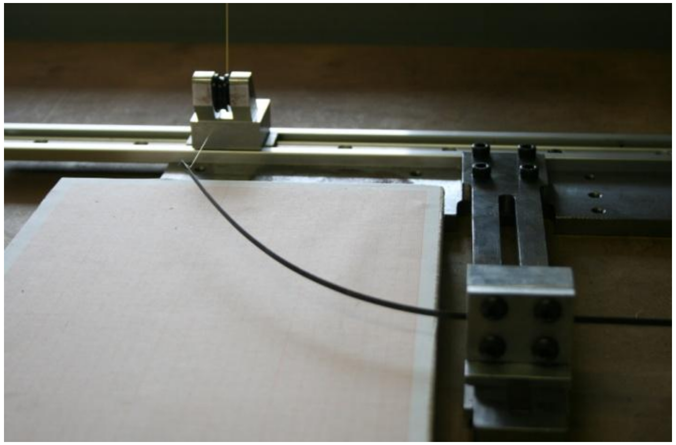
- Per testare l'algoritmo, è stata trovata la soluzione di una trave incastrata costituita da materiale simmetrico elastico lineare (n=m=1) in grandi deformazioni.
- La soluzione di una trave incastrata costituita da materiale elastico non lineare assimmetrico (n=m) in grandi deformazioni è stata trovata.

Material	E_t, E_c [Pa]	n, m
Aluminium alloy N.P.8	$4.557 \cdot 10^8$	4.79

- $\delta_{h1}=\delta_h$ calcolati con l'algoritmo con MATLAB
- $\delta_{h2}=\delta_h$ by Lewis, G. and Monasa, F., 1981 (n=m)

F[N]	δ_{h1} [mm]	δ_{h2} [mm]	Difference [%]
0	0	0	0%
53.89	0.3711	0.3708	0.08%
72.00	5.351	5.314	0.69%
100.79	49.54	49.24	0.62%
116.51	84.16	83.84	0.38%





Università degli Studi di Brescia
Facoltà di Ingegneria
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Industriale

Struttura della presentazione

- Modelli e simulazioni numeriche per dispositivi deformabili
- Comportamento dinamico di lamine piezoelettriche bimorfe
- Teoria del campo microcontinuo
- Attività collaterali di ricerca
- Sviluppi futuri

Comportamento dinamico di bimorfi piezoelettrici (1)

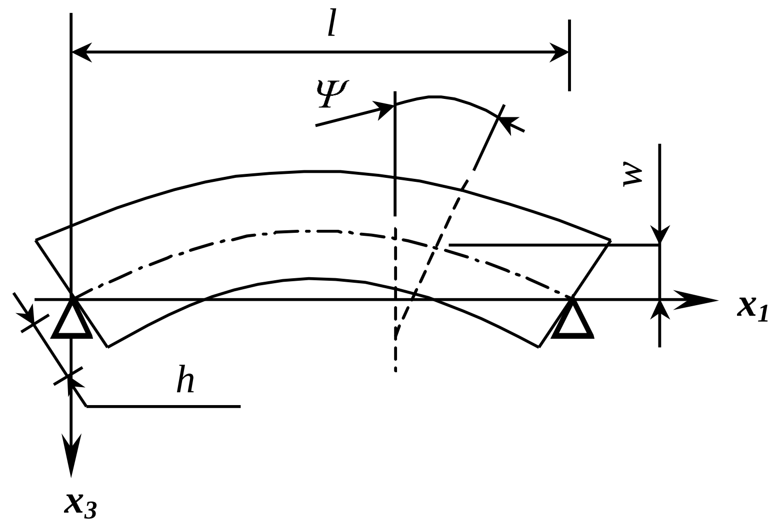
Lamine piezoelettriche bimorfe
- Dispositivi piezoelettrici
- Abilità di produrre deformazioni flessionali
- Se richiesta elevata precisione, bisogna considerare la propagazione degli errori dei dati.

Errori
- Meccanici
- Elettrici
- Piezoelettrici

Piezoelectric Bimorph Benders

Errori sulle frequenze naturali

Ipotesi e modellazioni
- Lamina bimorfa appoggiata
- Problema bidimensionale
- Teoria delle travi di Timoshenko con deformazione tagliante
- Piccole deformazioni e tensore degli sforzi simmetrico



Università degli Studi di Brescia
Facoltà di Ingegneria
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Industriale

Comportamento dinamico di bimorfi piezoelettrici (2)

- Equilibrio meccanico:

$$\sigma_{1i,1} + \sigma_{3i,3} + f_i^b = \rho \ddot{u}_i, \quad i = 1,3$$

- Teorema di Gauss:

$$D_{1,1} + D_{3,3} = 0$$

- Equazioni costitutive:

$$\sigma_{ij} = C_{ij} s_j - (-1)^r e_{ji} E_j, \quad D_i = (-1)^r e_{ij} s_j + \varepsilon_{ij} E_j$$

Serie di Fourier

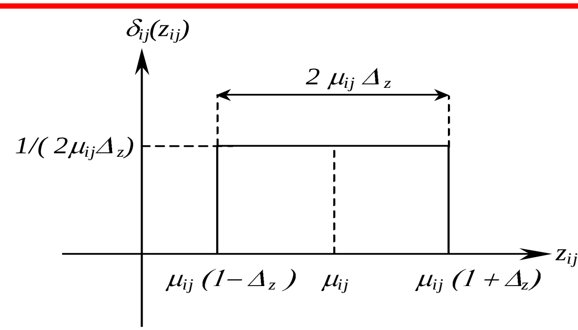
$$\boldsymbol{A} \cdot \begin{bmatrix} W_n & \Psi_n & \Phi_n \end{bmatrix}^T = \mathbf{0}$$

$$det\ \boldsymbol{A} = 0$$

Frequenze naturali

Errori

- Meccanici $z_{ij}=C_{ij}$
- Elettrici $z_{ij}=\varepsilon_{ij}$
- Piezoelettrici $z_{ij}=e_{ij}$

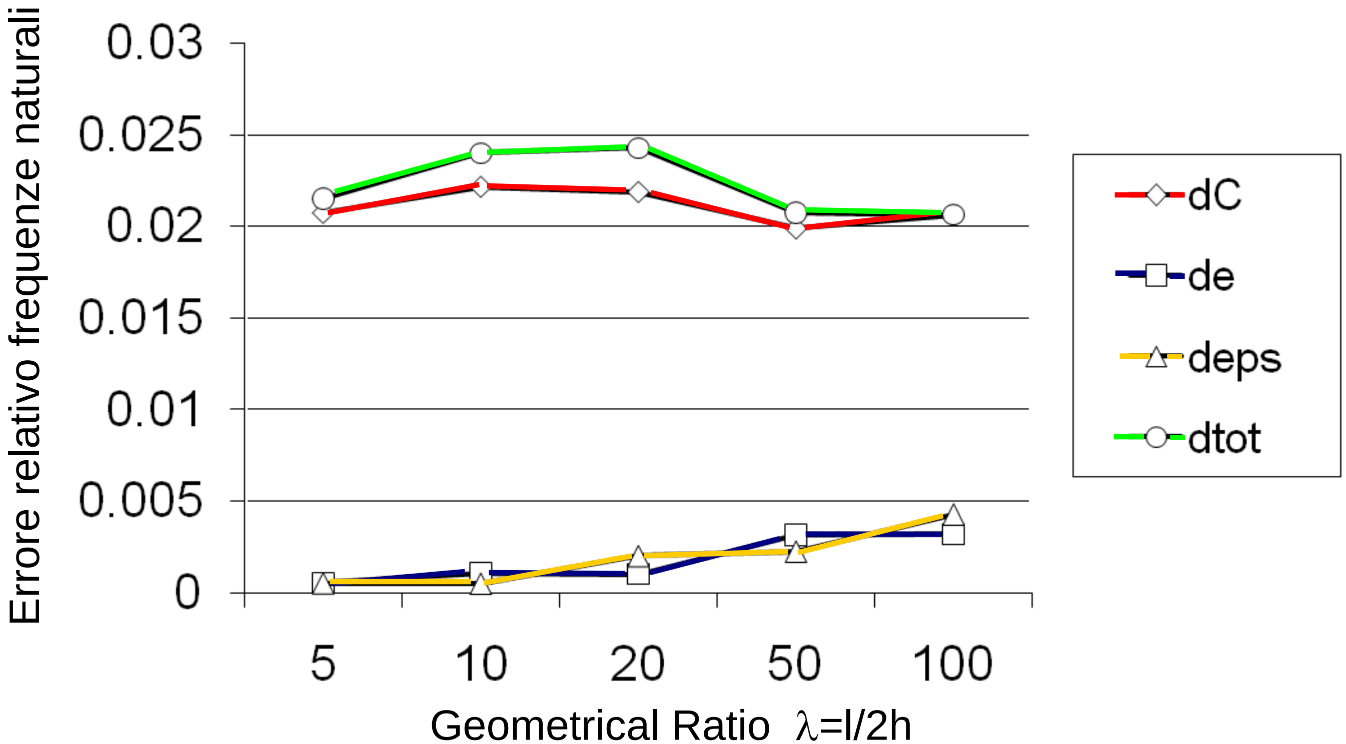


Distribuzione di Weibull

Distribuzioni delle Frequenze naturali

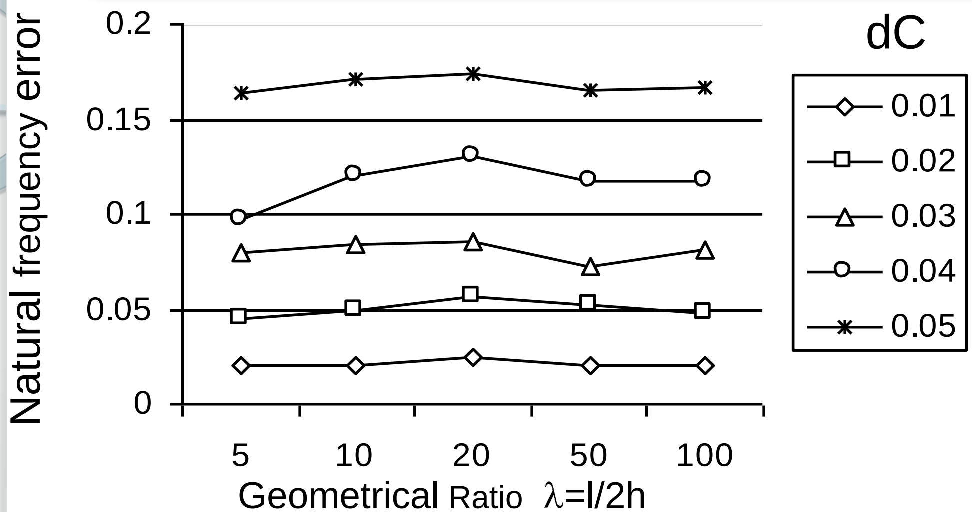
Università degli Studi di Brescia
Facoltà di Ingegneria
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Industriale

Comportamento dinamico di bimorfi piezoelettrici (3)

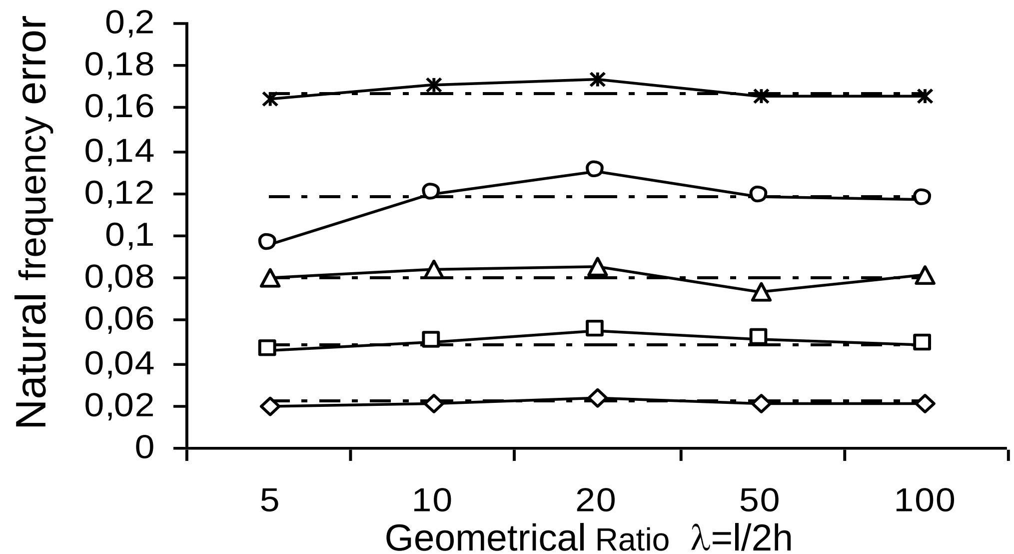


Gli errori sulle frequenze naturali dovuti ad errori meccanici (dC) sono nettamente preponderati rispetto a quelli dovuti ad errori elettrici (deps) e piezoelettirci (de).

Comportamento dinamico di bimorfi piezoelettrici (4)



Errori delle frequenze naturali in funzione di differenti errori meccanici



Regressione esponenziale: migliore correlazione tra errore meccanico e errore sulle frequenze naturali.

$$\boxed{\Delta_{\omega} = a \cdot \exp\ \Delta_C \cdot b\ + c}$$

Università degli Studi di Brescia
Facoltà di Ingegneria
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Industriale

Struttura della presentazione

Modelli e simulazioni numeriche per dispositivi deformabili

Comportamento dinamico di lamine piezoelettriche bimorfe

Teoria del campo microcontinuo

Attività collaterali di ricerca

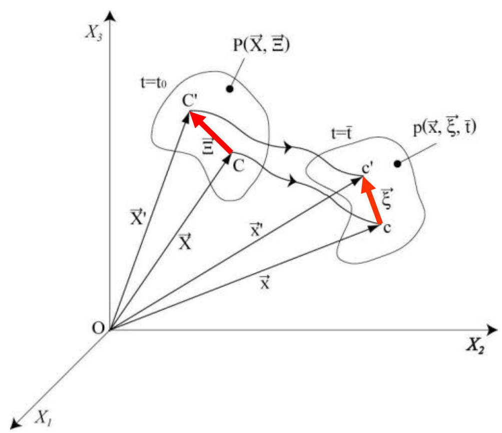
Sviluppi futuri

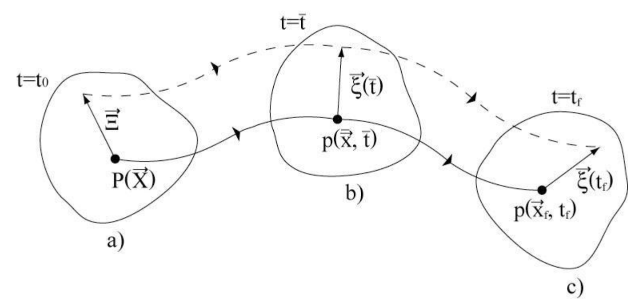
Università degli Studi di Brescia
Facoltà di Ingegneria
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Industriale

Teoria del campo microcontinuo (1)

Attività svolta in collaborazione con il Prof. Gianluigi Piardi.

Nell'ambito dei MEMS e dei microattuatori è stata cercata una teoria generale dei continui costituiti da microstruttura interna in grado di descriverne il comportamento in presenza iterazioni meccaniche, termiche e elettromagnetiche. La scelta è caduta della teoria "Microcontinuum Field Theories" di Eringen A.C.





MICROCONTINUO collezione continua di punti-particella deformabili	**MICROPOLARI** microcontinui con microparticelle rigide

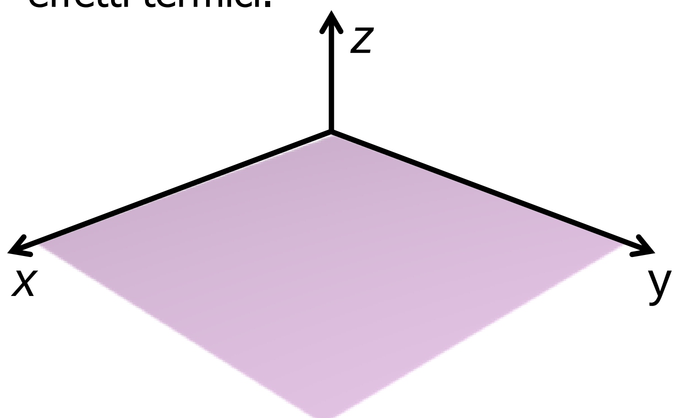
- Per la comprensione della teoria sono necessarie competenze di calcolo tensoriale e conoscenza sui metodi di risoluzione delle PDE.
- Si è effettuata uno studio approfondito della teoria fisico-matematica ed è stata conclusa la stesura di un testo didattico.

Università degli Studi di Brescia
Facoltà di Ingegneria
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Industriale

Università degli Studi di Brescia
Facoltà di Ingegneria
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Industriale

Teoria del campo microcontinuo (2)

Sul piano applicativo la ricerca è stata indirizzata sulla determinazione della deformata e delle frequenze proprie di una piastra costituita da materiale micropolare, ignorando gli effetti termici.



Ogni microparticella può traslare lungo i tre assi e può ruotare attorno ad essi. I tre spostamenti sono raccolti nel vettore $\boldsymbol{u}$ e le tre rotazioni nel vettore $\boldsymbol{\phi}$.

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} u_x(x,y,t) \\ u_y(x,y,t) \\ u_z(x,y,t) \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{\phi} = \begin{bmatrix} \phi_x(x,y,t) \\ \phi_y(x,y,t) \\ \phi_z(x,y,t) \end{bmatrix}$$

Per trovare la soluzione si è applicato il metodo semi-inverso: è stata ipotizzata parte della soluzione, che dovrà poi essere compatibile con le equazioni che governano il problema.

IPOTESI: 1) Vale l'ipotesi di piccoli spostamenti.
2) Le variabili indipendenti sono x, y e t. Le derivate rispetto a z sono tutte nulle.
3) $u_x=u_y=0.$

EQUAZIONI che governano i micropolari sotto l'ipotesi 1)

$$\sum \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} \quad \Rightarrow \quad \lambda+2\mu+\kappa \;\; \nabla\nabla\cdot\boldsymbol{u} - (\mu+\kappa)\nabla\wedge\nabla\wedge\boldsymbol{u} + \kappa\nabla\wedge\boldsymbol{\phi} + \rho\frac{\partial^2\boldsymbol{u}}{\partial t^2} = \boldsymbol{0}$$

$$\sum \boldsymbol{M}_0 = \boldsymbol{I}_0\boldsymbol{\alpha} \quad \Rightarrow \quad \alpha+\beta+\gamma \;\; \nabla\nabla\cdot\boldsymbol{\phi} - \gamma\nabla\wedge\nabla\wedge\boldsymbol{\phi} + \kappa\nabla\wedge\boldsymbol{u} - 2\kappa\boldsymbol{\phi} + \rho j\frac{\partial^2\boldsymbol{\phi}}{\partial t^2} = \boldsymbol{0}$$

Università degli Studi di Brescia
Facoltà di Ingegneria
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Industriale

Teoria del campo microcontinuo (3)

Le due equazioni vettoriali rappresentano un sistema a 6 PDF accoppiate, nelle 4 funzioni incognite ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z, u_z.

Prima di procedere alla risoluzione numerica è necessario valutare se il problema è ben posto cioè che la soluzione esista e sia unica.

Per valutare l'esistenza e l'unicità della soluzione si è cercato di riscrive il sistema delle 6 PDE accoppiante in un sistema equivalente con 5 PDE indipendenti.
Ciò è stato possibile tramite l'applicazione del Teorema di rappresentazione delle funzioni vettoriali di Helmholtz.

$$\boldsymbol{\phi} = \nabla \mathrm{A} + \nabla \wedge \boldsymbol{B} \qquad con \quad \nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \qquad dove \quad \mathrm{A} = \mathrm{A}(x, y, t); \quad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} B_x(x,y,t) \\ B_y(x,y,t) \\ B_z(x,y,t) \end{bmatrix}$$

A= Potenziale scalare **B =** Potenziale vettoriale

Si è riusciti ad individuare 5 PDE indipendenti nelle 5 funzioni incognite u_z, B_x, B_y, B_z, A.
Dopo avere trovato B_x, B_y, B_z, A, si calcolano ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z.

Attività previste per il futuro:
- Definizione delle tipologie di vincolo della piastra
- Risoluzione numerica delle 5 PDE indipendenti per individuare le frequenze proprie.
- Definizione delle tipologie di carico e della relativa deformata.

Struttura della presentazione

Modelli e simulazioni numeriche per dispositivi deformabili

Comportamento dinamico di lamine piezoelettriche bimorfe

Teoria del campo microcontinuo

Attività collaterali di ricerca

Sviluppi futuri

Università degli Studi di Brescia
Facoltà di Ingegneria
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Industriale

Università degli Studi di Brescia
Facoltà di Ingegneria
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Industriale

Attività collaterali di ricerca 2009-2010

- Collaborazione didattica nell'ambito del settore disciplinare di Meccanica Applicata alle Macchine.
- Correlazione alla tesi "Fondamenti della teoria dei microcontinui e loro applicazione ai corpi solidi", G. Bolpagni, Laurea di I livello in Ingegneria Meccanica, Novembre 2009
- Correlazione alla tesi "Lineamenti di treoria dei microcontinui" M.S. Mantelli, Laurea di I livello in Ingegneria Meccanica, Novembre 2010.

PUBBLICAZIONI

- Borboni, A., De Santis, D., Faglia, R., 2010, "Numerical Computation of Asymmetric Ludwick Cantilever Beam in Large Deformation", 16th US National Congress of Theoretical and Applied Mechanics June 27 - July 2, 2010, State College, Pennsylvania, USA (USNCTAM2010).
- Borboni, A., De Santis, D., Faglia, R., 2010, "Large Deflection of a Non-Linear, Elastic, Asymmetric Ludwick Cantilever Beam", ASME 2010 10th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis ESDA2010 July 12-14, 2010, Istanbul, Turkey.

CONVEGNI

- 16th US National Congress of Theoretical and Applied Mechanics June 27 - July 2, 2010, State College, Pennsylvania, USA (USNCTAM2010)
- 10th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis ESDA2010 July 12-14, 2010, Istanbul, Turkey

Struttura della presentazione

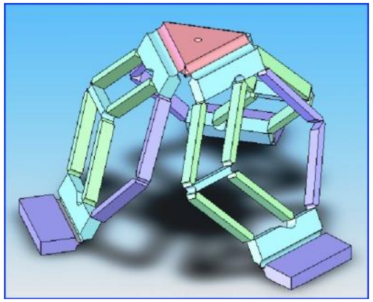
- Modelli e simulazioni numeriche per dispositivi deformabili
- Comportamento dinamico di lamine piezoelettriche bimorfe
- Teoria del campo microcontinuo
- Attività collaterali di ricerca
- **Sviluppi futuri**

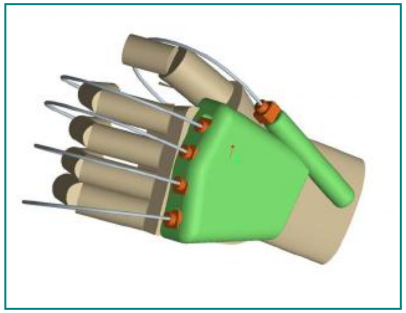
Università degli Studi di Brescia
Facoltà di Ingegneria
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Industriale

Sviluppi futuri

DISPOSITIVI DEFORMABILI E LAMINE BIMORFE PIEZOELETTRICHE

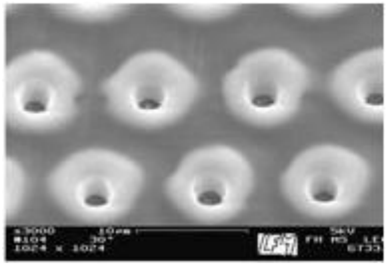
- Definizione di modelli con carichi differenti agenti singolarmente e combinati.
- Definizione di modelli con sezioni diverse dalla rettangolare e/o con sezione variabile.
- Definizione di una teoria unificatrice per le lamine piezoelettriche in grandi spostamenti
- Applicazione dei risultati al minirobot in fase di studio all'interno del Dipartimento di Meccanica Applicata e Industriale.
- Applicazione dei risultati per l'ottimizzazioni di parti elastiche deformabili usati in dispositivi destinati alla riabilitazione muscolare, in fase di studio all'interno del Dipartimento di Meccanica Applicata e Industriale.





MICROCONTINUI

- Risoluzione numerica delle PDE del modello della piastra.
- Applicazione del modello della piastra ad una membrana contenete microfori destinati al passaggio di fluidi.



Università degli Studi di Brescia
Facoltà di Ingegneria
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Industriale

XXIII Ciclo di Dottorato di Ricerca in Meccanica Applicata

Relazione Finale

Piezoelectric and high deformation mechanical devices: theoretical models and numerical simulations

Dottorando: Diego De Santis

Coordinatore: Prof. Giovanni Legnani

Tutore: Prof. Rodolfo Faglia

Università degli Studi di Brescia

Facoltà di Ingegneria

Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Industriale